



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность  $2^\circ$  и начинающуюся с угла  $143^\circ$ . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенству  $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения  $x^2 + y^2 + z^2$ .
3. [4 балла] Из множества  $M$ , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть  $p$  и  $q$  – две из таких сумм. Найдите множество  $M$ , если  $p^2 - q^2 = 792$ .
4. [5 баллов] Диагонали  $BD$  и  $AC$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $M$ , а отношение оснований  $AD : BC = 1 : 2$ . Точки  $I_1$  и  $I_2$  – центры окружностей  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , вписанных в треугольники  $BMC$  и  $AMD$  соответственно. Прямая, проходящая через точку  $M$ , пересекает  $\omega_1$  в точках  $X$  и  $Y$ , а  $\omega_2$  – в точках  $Z$  и  $W$  ( $X$  и  $Z$  находятся ближе к  $M$ ). Найдите радиус окружности  $\omega_1$ , если  $I_1I_2 = 13/2$ , а  $MZ \cdot MY = 5$ .
5. [5 баллов] Что больше:  $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$  или  $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$ ?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости  $\alpha$ , а остальные 5 расположены вне плоскости  $\alpha$ . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость –  $\alpha$ . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида  $SABCDEF$  ( $S$  – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка  $X$  лежит на прямой  $SF$ , точка  $Y$  – на прямой  $AD$ , причём отрезок  $XY$  параллелен плоскости  $SAB$  (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $XY$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

поскольку начинаем со  $\sim 1$  143, а разность равна 2  $\Rightarrow$  каждый следующий больше на 2

пусть у нас  $n$  ульев  $\Rightarrow$  сумма во ульях  $= (n-2) \cdot 180$

а с другой стороны:  $143 + 143 + 2 + 143 + 2 + \dots + 143 + 2 \cdot (n-1)$   
n-ульев

получаем:

$$143n + 2(1 + 2 + \dots + n-1) = (n-2) \cdot 180$$

$$143n + \frac{n(n-1) \cdot 2}{2} = (n-2) \cdot 180$$

$$143 + n^2 - n = 180n - 360$$

$$n^2 - 181n + 503 = 0$$

$$n = 181 \pm \sqrt{32761 - 2012}$$

$$143n + n^2 - n = 180n - 360$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$n = \frac{38 \pm \sqrt{1444 - 1440}}{2} = \frac{38 \pm 2}{2} = \left[ \frac{40}{18} \right]$$

~~Ответ: 18~~

Ответ: 18

но если 20 ульев, то  $143 + 2(n-1) > 180$   
 $\Rightarrow$  не выкупить

В силу выкупленности

$$143 + 2(n-1) < 180$$

$$\begin{array}{r} 360 \\ 443 \\ \hline 503 \\ 181 \\ \hline 181 \\ 1418 \\ 181 \\ \hline 32761 \\ 503 \\ 4 \\ \hline 2012 \end{array}$$

$$143 + 2 \cdot 18 = 179 < 180$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 2

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

внесем  $x, y, z$  в степень логарифмов  
(или мы можем так сделать т.к.  $a^x > 0$ )

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$$

далее воспользуемся формулой  $\log_a b + \log_a c = \log_a bc$

$\ln 16^x 8^y 24^z = \ln 6$ , а т.к. ~~мы~~ значения логарифмов с одинаковым основанием равны тогда и только тогда, когда и числа в них равны ( $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$ )

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6, \text{ т.е.}$$

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 2^{3z} \cdot 3^z = 3^1 \cdot 2^1$$

$$\begin{cases} 2^{4x+3y+3z} = 2 \\ 3^z = 3 \Rightarrow z = 1 \end{cases} \leftarrow \text{т.к. } 2 \text{ и } 3 \text{ взаимнопросты}$$

$$4x + 3y + 3z = 1$$

$$4x + 3y = -2$$

найдем несколько подходящих значений  $x$ , тогда  $-2 - 4x : 3$ , т.к.  $y$  - целое,  
 $x = 1$  при  $x > 1 \rightarrow y < -2 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2$  больше  
 $\Rightarrow y = -2 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 6$   
 $x = 0$   $-2 \Rightarrow y = 2$  при  $x < -2 \rightarrow y > 2 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2$  больше  
и если  $x \leq -1$  то с его уб.  $y$  возрастает

при  $x = 1, z = 1, y = -2$   $x^2 + y^2 + z^2 = 6$  - каноническое.  
 $\Rightarrow$  ОТВЕТ: 6

$$\ln 6 = 2 \ln 8 + \ln 24 = \ln 16 \cdot 24 = \ln 6$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$t = -2:$

$6n+k-2 = 99$

~~$6n+k$  не простое,  $n, k$  не целые~~

~~8/27/21~~

~~$6n+k = 97$~~

$t = -3:$

$6n+k-3 = 66$

$6n+k$  - не простое и  $k \div 3$

~~$\Rightarrow$  искать числа  $m, z, u, p = 101$~~

~~$q = 99$~~

искать числа  $m, z, u, p = 101$

$q = 101 - 2 \cdot 2 = 97$

- $n$
- $n+1$
- $n+2$
- $n+3$
- $n+4$
- $n+5$
- $n+6$
- ~~$n+7$~~

$6n+k=101$

$6n=101-k, k \begin{matrix} \text{min } 15 \\ \text{max } 21 \end{matrix}$

$6n=89 \Rightarrow k=17, \text{ др. вариантов нет}$

$n=14$

и-ва:  $p = 14+15+16+17+19+20 = 101$

- 14
- 15
- 16
- 17
- 18
- 19
- 20

$q = 97$ , но у нас не целое  $n \Rightarrow$  такою и-ва  $99 \Rightarrow$  не существует такою  $M$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sim 3$

пусть множество  $M$  состоит из чисел:  
 $n, n+1, n+2, n+3, n+4, n+5, n+6$   
 пусть  $p = 6n + k$  ←  $6n$  берется из суммы  $6$   
 пусть  $q = 6m + k + U$  ←  $n, k$  - коэф. множ. из  $+1, +2, \dots, n$ , при макс  
 $k + U$  - второе число взявшееся от суммы  $+1, +2, \dots, n$ , при макс, наборе можно отниматься только  $1$  числом, т.к. сумма всего  $7$ , а разд. чисел  $6$  или  $106$ .

$k_{\min} = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$   
 $k_{\max} = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$   
 м.к.  $6n + k$  - четное  $\Rightarrow k$  - нечет., иначе  $6n + k$  - четное

$\Rightarrow U = \{1, 2, 3, 4, 5, 0\}$ , но не включ. т.к. сумма разности  
 $U$  - четное, т.к. сумма  $q = \text{чет} + \text{неч} + \text{неч} = \text{чет} \Rightarrow$  не простое  
 м.к.  $U = \{2, 4, 6\}$

$p^2 - q^2 = (p - q)(p + q) = -U(12n + 2k + U) = 792$ , разложим  $792$   
 на множители:  $792 = 2^3 \cdot 11 \cdot 9$   
 ← отсюда видно, что  $U$  нечетное

$U$  четное  $\Rightarrow$  заменим  $k$  на  $2t$ : → при макс м.к.  $U = \{2, 4, 6\}$  (и  $U$  можно и  $> 2k$  (2k+2k))  
 $-2t \cdot (12n + 2k + 2t) = 2^3 \cdot 11 \cdot 3^2$   
 $-4t(6n + k + t) = 2^3 \cdot 11 \cdot 3^2$   
 $-t(6n + k + t) = 2 \cdot 11 \cdot 3^2$

~~$6n + k - 1 = 792$~~   
 ~~$6n + k = 791$~~   
 ~~$791 = 7 \cdot 113$~~   
 ~~$791 = 7 \cdot 113 = 7 \cdot 11 \cdot 13$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~3 страниц.

$$-t(6n+k+t) = 2 \cdot 11 \cdot 3^2 = 198$$

$$t = \{-1, -2, -3\}$$

если  $t = -1$ :

$$6n+k-1 = 198$$

то, что числа  $6n+k$  являются натуральными

$$6n+k = 199 - \text{простое, все } k = P \quad q = 197 \text{ тоже простое}$$

$$6n = 199 - k, \text{ где } k - \min = 15, k - \max = 21$$

$$k = 19$$

$$6n = 180$$

$$n = 30$$

мн-во:

30

31

32

33

34

35

36

$n$

$n+1$

$n+2$

$n+3$

$n+4$

$n+5$

$n+6$

приведем  $P$  и  $q$ :

$$P = 199 = 30 + 31 + 33 + 34 + 35 + 36$$

$$q = 197 = 30 + 31 + 32 + 33 + 35 + 36$$

$$P^2 - q^2 = 2 \cdot 396 = 792$$

$M: 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36$

если  $t = -2$ :

$$6n+k-2 = 99$$

$$P = 6n+k = 101 - \text{прост. } 6n+k = 101$$

$$q = 97 - \text{прост. } 6n = 101 - k, k = 17, n = 16$$

но 97 нельзя получить, т.к. все слагаемые  $\geq$  сумме 6 наименьших элементов, т.е.:

$$14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 = 99 \Rightarrow t = -2 \text{ не год.$$

если  $t = -3$

$$6n+k-3 = 66$$

$$6n+k = 69$$

не простое  $\Rightarrow$  только  $M: 30, 31, 32, \dots, 36$  год.

Ответ: 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36

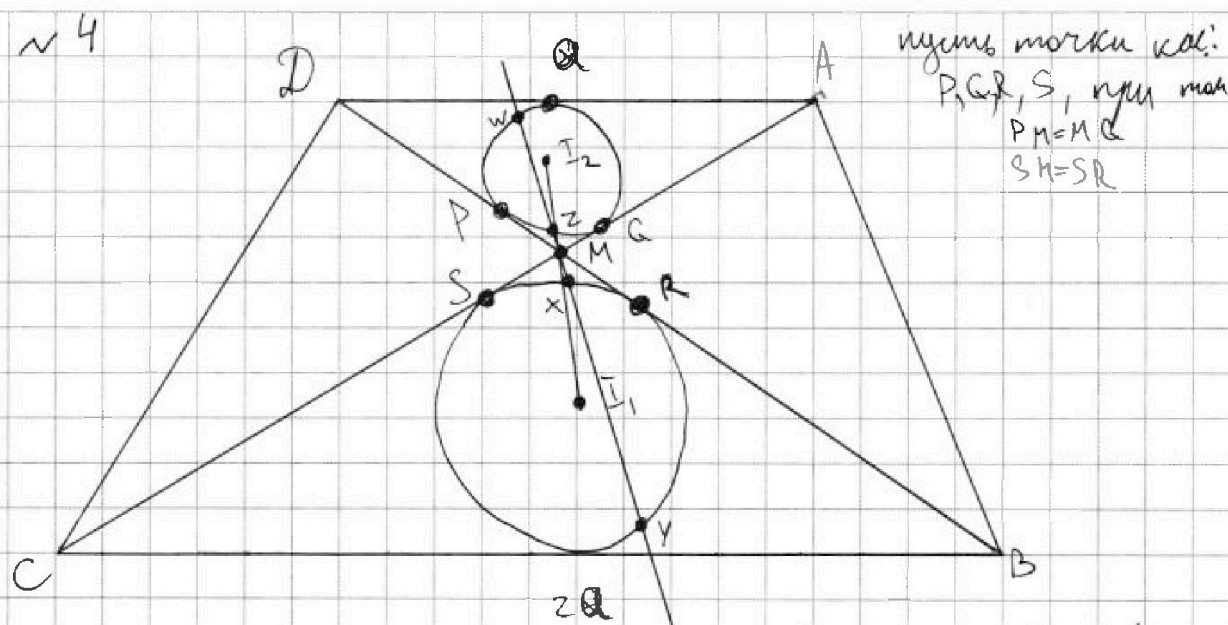


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$I_1$  лежит на прямой  $I_2 M$  т.к.  $\angle CMB = \angle AMD$  (верт.), а пр.  $I_2 M$  - бис.  $\angle DMA \Rightarrow$  и бис.  $\angle CMD \Rightarrow$  прямая  $I_2 I_1$ ,  $\triangle AMD \sim \triangle CMB$  по 2-ум углам. ( $\angle CMB = \angle CAD = \angle CBM = \angle ADM$ , как верт.) и стор., к пог. -  $\frac{AD}{CB} = \frac{1}{2} \Rightarrow$  все соответствующие элементы этих двух треугольников относятся как  $\frac{1}{2}$   
 $\Rightarrow MI_1 = 2MI_2 \Rightarrow MI_2 = \frac{13}{2} \Rightarrow MI_1 = \frac{13}{3}$

по стк.

$\Rightarrow \frac{MR}{MP} = \frac{2}{1}$ , по ст-ву секущ. и кас.  $\frac{1}{2}$ :

$$MP^2 = MZ \cdot MW \quad MR \text{ и } MR \text{ как ств. окружн}$$

$$MR^2 = MX \cdot MY \quad \text{относящая как } \frac{MP}{MR} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{MP^2}{MR^2} = \frac{MZ \cdot MW}{MX \cdot MY} \Rightarrow \frac{MZ \cdot MW \cdot 4}{MZ \cdot 4 \cdot MY \cdot MW} = \frac{MX \cdot MY \cdot MY}{MX \cdot MY^2}$$

$$20 \cdot \frac{MW}{MY} = MX \cdot MY \quad \text{как ств. окружн.}$$

$$20 \cdot \frac{1}{2} = MX \cdot MY = 10 = MR^2 \quad \text{5-4} \quad 20MW = MX \cdot MY^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 4 прокрученные

$$MR^2 = 10 \Rightarrow MR = \sqrt{10}$$

$\Downarrow$   
 $\forall \Delta I, MR:$

$$I, R^2 = \sqrt{\frac{169}{9} - 10} = \sqrt{\frac{79}{9}}, \text{ а } I, R \text{ имеют радиус } \omega, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R\omega = \frac{\sqrt{79}}{3}$$

В решении задачи я использовала фактом о том, что в подобии треугольников отношение коэф. подобия совпадает с отношением всех соответствующих сторон, это выводит и подобия треугольников, которые содержат эти отрезки

$$\text{Ответ: } \frac{\sqrt{79}}{3}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

преобразуем  $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ , преобразовав  $\sin \frac{3\pi}{14}$  как синус тройного угла:  $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} = 5 - 12 \sin \alpha + 16 \sin^3 \alpha$ , где  $\alpha = \frac{\pi}{14}$

преобразуем  $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$ , преобразовав  $\cos \frac{\pi}{7}$  как косинус двойного угла: (где  $\alpha = \frac{\pi}{14}$ )

$4(1 - 2 \sin^2 \alpha) - 5 \sin \alpha = 4 - 8 \sin^2 \alpha - 5 \sin \alpha$   
теперь вычтем второе выражение из первого уравнения суммируем:

$$\begin{array}{r} 5 - 12 \sin \alpha + 16 \sin^3 \alpha - 4 + 8 \sin^2 \alpha + 5 \sin \alpha \quad \checkmark 0 \\ 4 \sin^3 \alpha + 8 \sin^2 \alpha - 7 \sin \alpha + 1 \quad \checkmark 0 \end{array}$$

$$5 - 12 \sin \alpha + 16 \sin^3 \alpha - 4 + 8 \sin^2 \alpha + 5 \sin \alpha \quad \checkmark 0$$

$$16 \sin^3 \alpha + 8 \sin^2 \alpha - 7 \sin \alpha + 1 \quad \checkmark 0$$

заменим  $\sin \alpha = t, t \in [-1; 1]$

$$16 t^3 + 8 t^2 - 7 t + 1 \quad \checkmark 0$$

$t = -1$  одн. корень:  $-16 + 8 + 7 + 1 = 0$

$$\begin{array}{r} 16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 \quad | t+1 \\ \underline{16t^2 + 16t^2} \\ -8t^2 - 7t \\ \underline{-8t^2 - 8t} \\ t+1 \end{array} \Rightarrow \text{наше выражение раскладывается в } (t+1)(16t^2 - 8t + 1) =$$

$$(t+1)(4t-1)^2 \quad \checkmark 0$$

$\Rightarrow$  наше выраж.  $\geq 0$  при всех  $t \geq 1$

$\Rightarrow$  и для  $\sin \frac{\pi}{14}$  наше выраж.  $> 0$ , м.к.  $4 \sin \frac{\pi}{14} \neq 1 \Rightarrow$  левое мн-во больше

Ответ:  $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$

$4 \sin \frac{\pi}{14} \neq 1$  левое мн-во больше



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~6

Еще подумаем на рассуждение, что пирамиды это  $n$  точек, лежащих в 1-ой плоскости и 1 точка лежащая вне этой плоскости (естественно, если это пирамида, то они соединены, но нам это неважно), получаем, пирамиды, у которых плоскость основания  $L$ :

пирамиды у которых ~~ст.~~ ~~ст.~~ являются:

треугол: способ выбрать 3 точки из 5 (поэтому не вычитаем)  $\cdot$  кол-во точек не в  $L$ :  $\frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot 5 = 220 \cdot 5$

четырёхгр: также, но выбираем 4 точки:  $\frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 5 = 55 \cdot 45$

пятигр: также, но 5:  $\frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 5 = 55 \cdot 72$

шестигр: также, но 5:  $\frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} \cdot 5 = 14 \cdot 322 \cdot 5$

семигр: 1 способ выбор ост.  $n$  по формуле (для  $n$ -угольника) = кол-во способ.

треугол:  $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2} \cdot 5 = 35 \cdot 5$  способ.   
  $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2} \cdot 5 = 35 \cdot 5$  способ.   
  $\cdot 5$  т.к. все 5 вершин из гр.   
  $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2} \cdot 5 = 35 \cdot 5$  способ.

четырёхгр:  $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4 \cdot 3 \cdot 2} \cdot 5 = 35 \cdot 5$  способ.

пятигр:  $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} \cdot 5 = 105$  способ

шестигр:  $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} \cdot 5 = 35$  способ

семигр:  $\frac{7!}{7!} \cdot 5 = 5$  способ.  $\Rightarrow$  такая пирамида:  $350 + 105 + 35 = 490$

Посчитаем пирамиды, основания которых лежат не в  $L$ :   
 из условия видно, что ст. только треугольник, иначе он в  $L$   $\Rightarrow$    
  $\Rightarrow$  (треугольники не могут быть выжатыми  $\Rightarrow$  считаем все)   
 способ из 5 вершин выбрать 3:  $(2-3) = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 9 = 90$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

еще считаем <sup>~ 6 (продолжение)</sup> ~~пути~~ основания, то все параллелограммы  
основание которых в ~~данном~~ являются вышуканными,  
они являются вышуканными, т.к. их основания - вышуканные  
многоугольники  $\Rightarrow$  вышуканные.

еще мы не считаем параллелограмм у которых основа  
имеет 2 точки  $AD$  и  $BC$ , а вершина не  $AD$ :

$\Rightarrow$  всего параллелограммов:  $90 + 490 = 580$  штук

Ответ: 580

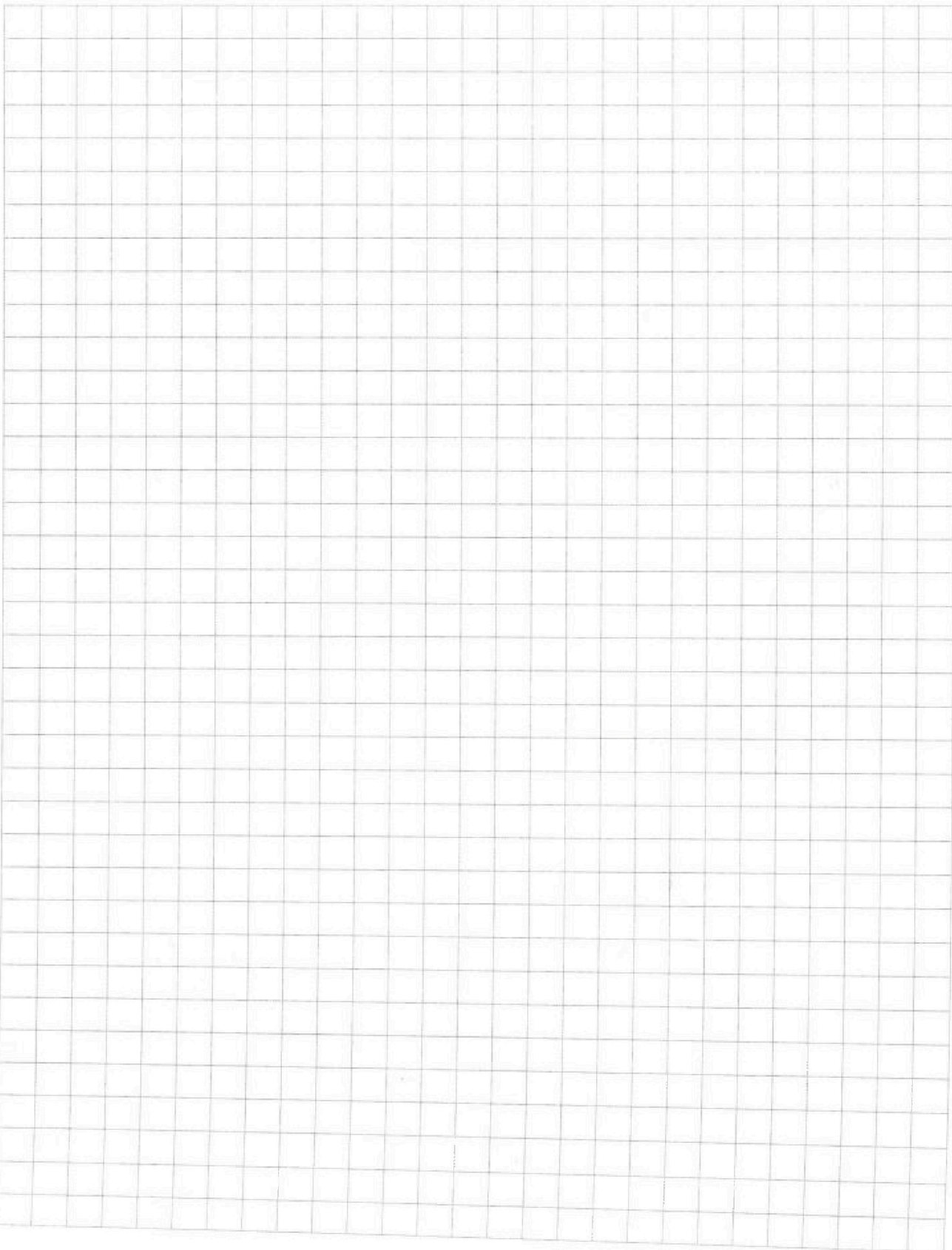


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



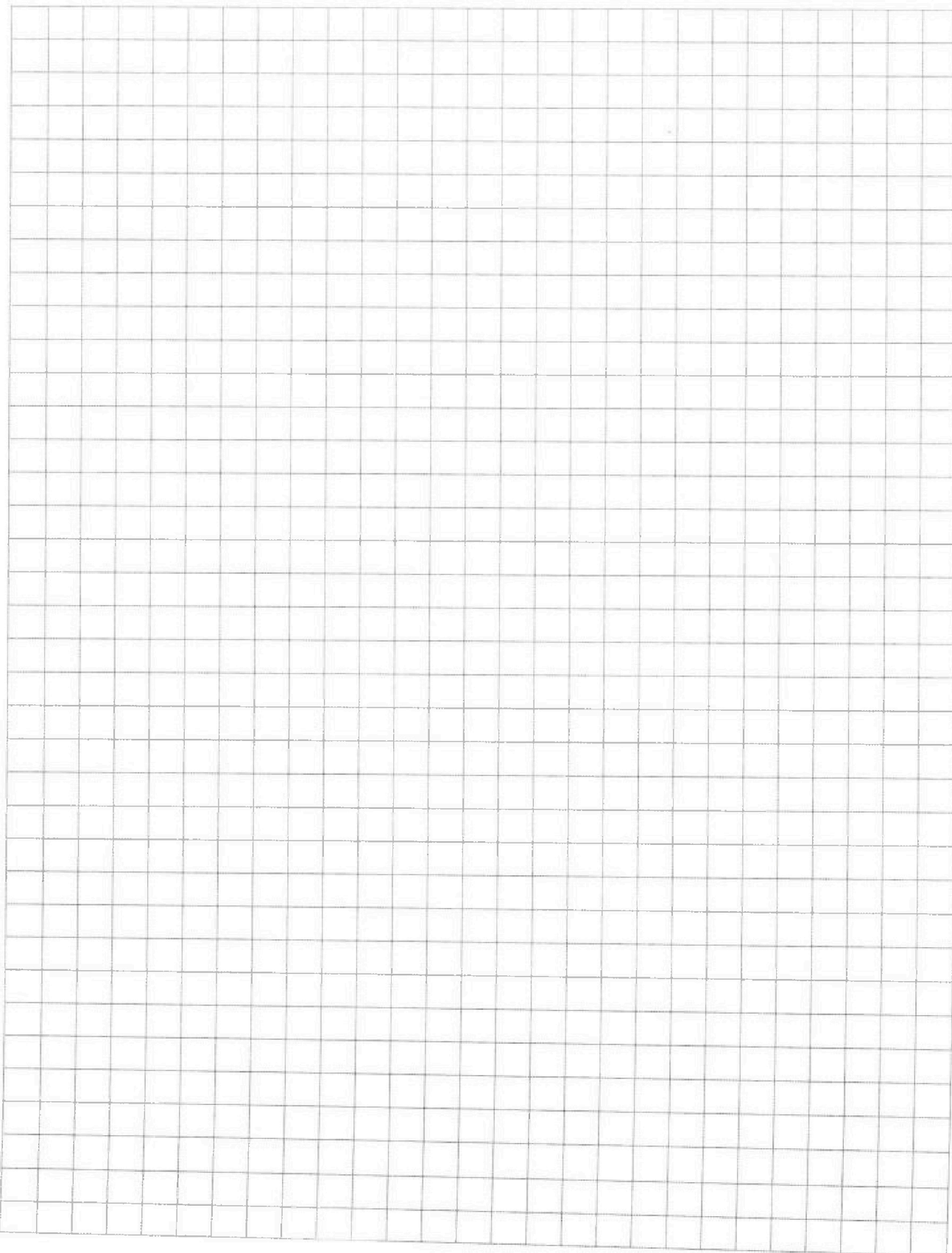


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





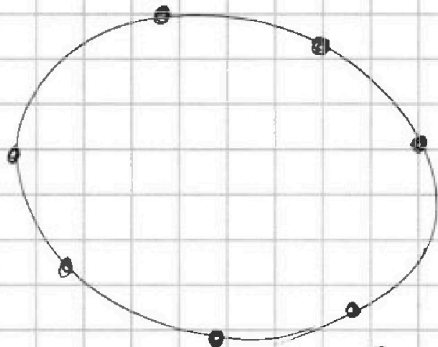
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 6



семь точек вне  $\Delta$  и  
известно положение, что среди  
двух точек.  
треугольника - и вершин  $\Delta$  окруж  
плоскости и 1 вне кривой

$$\sin \frac{\pi}{2} = \frac{3}{2} - \frac{4}{8} = 1$$

~ 5

для  $\sin \frac{\pi}{12}$ :

$$2t \cdot \sqrt{1-t^2} = \frac{1}{2}$$

$$4t^2 - 4t^6 = \frac{1}{4}$$

$$16t^2 - 16t^6 = 1$$

$$\sin 3\alpha = \sin^2 \alpha \cos \alpha + \sin \alpha \cos^2 \alpha =$$

$$= 2 \sin \alpha \cos^2 \alpha + \sin \alpha \cos^2 \alpha - \sin^3 \alpha =$$

$$= 3 \sin \alpha \cos^2 \alpha - \sin^3 \alpha =$$

$$= 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\begin{aligned} 5 - 4 \sin^3 \alpha &= \\ 4 \cos 2\alpha - 5 \sin \alpha & \\ \rightarrow 5 - 12 \sin \alpha + 16 \sin^3 \alpha & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4 - 8 \sin^2 \alpha - 5 \sin \alpha & \\ \sin \alpha = t & \end{aligned}$$

$$5 - 12t + 16t^3 - 4 + 8t^2 - 5t$$

$$16t^3 + 8t^2 - 12t - 5t + 1 \neq 0$$

$$48t^2 + 16t - 17$$

$$t = \frac{-16 \pm \sqrt{256 + 68 \cdot 48}}{96}$$

$$t = \sin \frac{\pi}{12}$$

$$\sin \frac{\pi}{6}$$

$$\sin \frac{\pi}{12} > \sin \frac{\pi}{14}$$

$$\sin \frac{\pi}{12} =$$

$$2 \sin \frac{\pi}{12} \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \frac{\pi}{12}} = \frac{1}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2 \sin \frac{\pi}{12} \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \frac{\pi}{12}} = \frac{1}{2}$$

$$4t^2 - 4t^4 = \frac{1}{4}$$

$$t^2 = b$$

$$16b - 16b^2 = 1$$

$$16b^2 - 16b + 1 = 0$$

$$b = \frac{16 \pm \sqrt{256 - 64}}{32} = \frac{16 \pm 8\sqrt{3}}{32} = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{4}$$

$$\sin = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{4}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$$

$$\ln 16 - 2 \ln 8 + \ln 24 = \ln 6$$

$$\ln \frac{16 \cdot 24}{64} = \ln 6$$

$$\begin{array}{r} -32761 \\ 2012 \\ \hline 30749 \\ 503 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ 28 \\ \times 179 \\ \hline 1611 \\ 1253 \\ 179 \\ \hline 41 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 54 \\ 177 \\ \times 177 \\ \hline 1239 \\ 1239 \\ 177 \\ \hline 31329 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 173 \\ \times 173 \\ \hline 519 \\ 1211 \\ 173 \\ \hline 29929 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 256 \\ - 64 \\ \hline 192 \\ \frac{16}{12} \\ \hline 192 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 36 \\ \times 36 \\ \hline 216 \\ 108 \\ \hline 1296 \\ 114 \\ \hline 1444 \end{array}$$

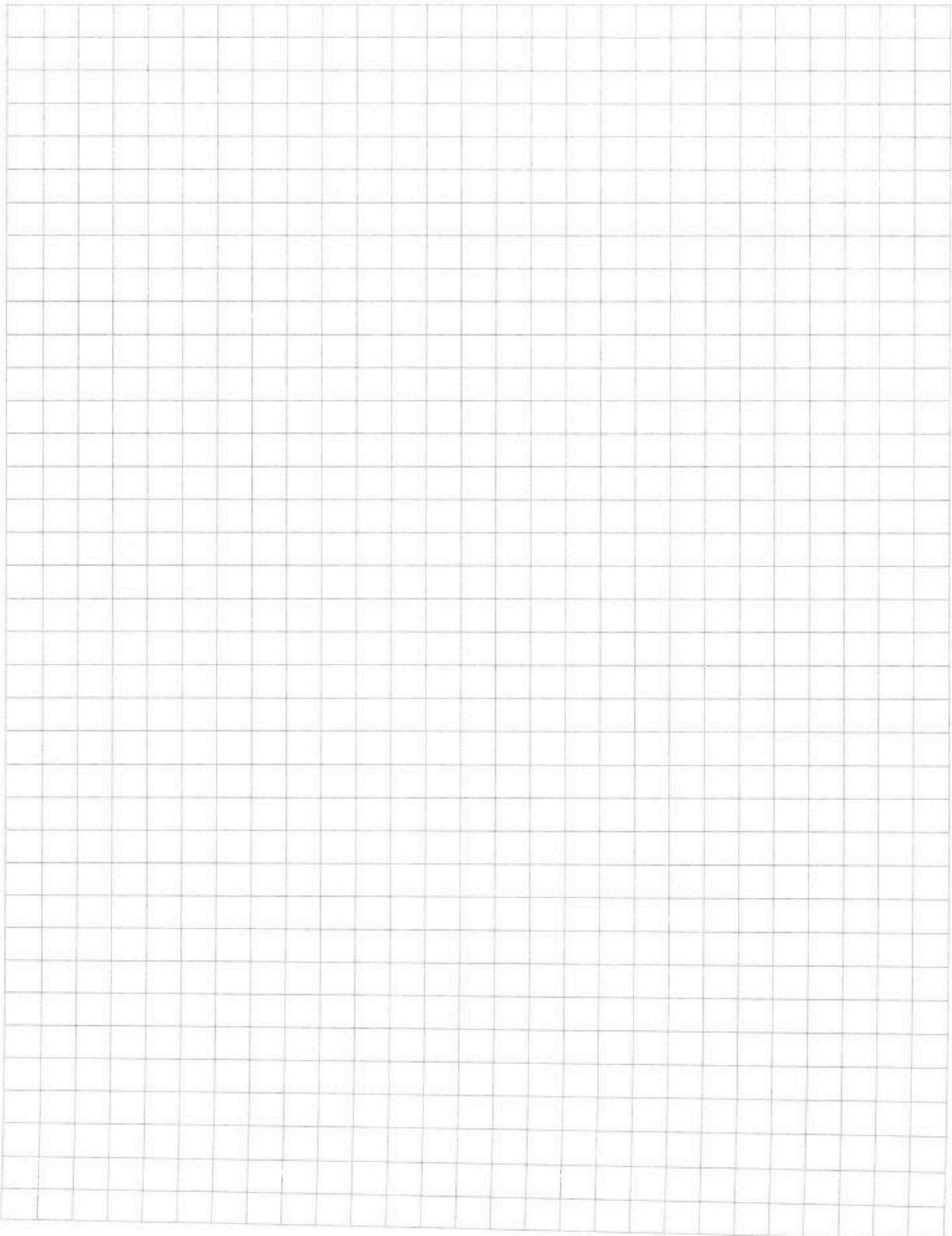


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!







На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

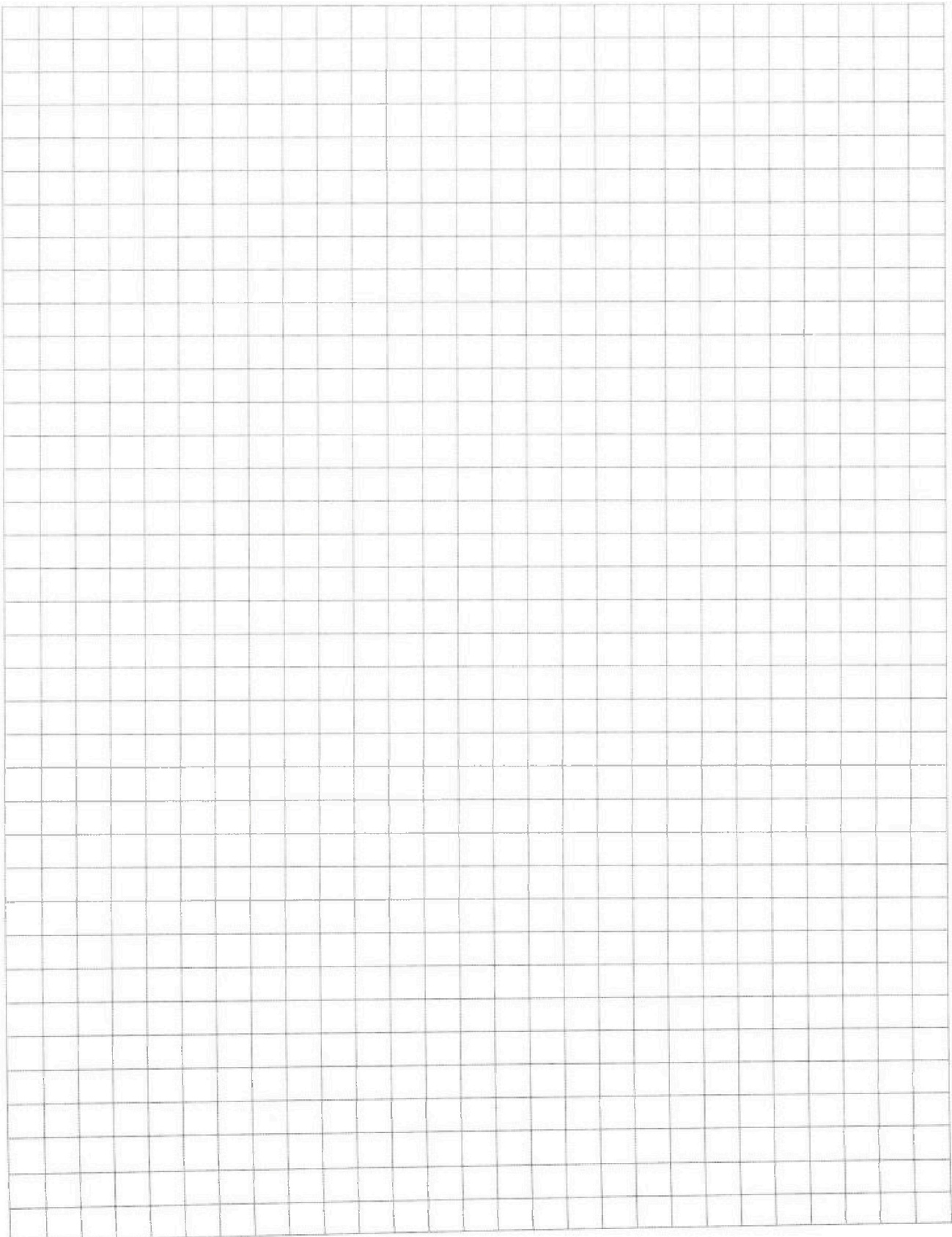
5

6

7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 143 + 143 + 2 \dots 143 + 2(n-1) &= \\
 = 143 \cdot n + 2(1 + \dots + (n-1)) &= \\
 = 143n + (n-1)(n) &= 180(n-2) \\
 143n + n^2 - n &= 180n - 360
 \end{aligned}$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$\begin{aligned}
 n &= \frac{38 \pm \sqrt{38^2 - 4 \cdot 360}}{2} = \frac{38 \pm \sqrt{1444 - 1440}}{2} = \frac{38 \pm 2}{2} \\
 &= \frac{38+2}{2} = 20 \quad \text{or} \quad \frac{38-2}{2} = 18
 \end{aligned}$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$$

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 2^{3z} \cdot 3^z = 3 \cdot 2$$

$$4x + 3y + 3z = 1$$

$$z = 1$$

$$4x + 3y = -2$$

$$3y = -2 - 4x$$

$$x = -5$$

$$y = 6$$

$$x = -2$$

$$y = 2$$

$$x = 1$$

$$y = 2$$

$$x = 4$$

$$y = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$P = 6n + k \text{ кер.}$$

$$k \ 0..5 = 15$$

$U$  - рем.

$$P = 6n + k + U$$

$$k = 2..7 = 27$$

- 0
- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6

$$-U(12n + 2k + U) = 2^3 \cdot 99$$

$$-2t(12n + 2k + 2t) = 2^3 \cdot 99$$

$$-t(6n + k + t) = 2 \cdot 99$$

$$t = 0, -1, -2, -3$$

$$6n + k - 1 = 198$$

$$\begin{array}{r} 199 \overline{) 7} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 199 \overline{) 13} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 199 \overline{) 17} \\ \hline \end{array}$$

— 2 m — k o c o



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p = 6n + K$$

4.198

$$q = 6n + K + U$$

~~$$n + n + 1 \cdot \dots \cdot n + \dots$$~~

12  
13  
14  
15  
16  
18

$$\overline{197 \mid 7}$$

$$\overline{197 \mid 13}$$

$$\overline{197 \mid 17}$$

$$\frac{MX}{MY}$$

$$MX \cdot MY = MP^2$$

$$MZ \cdot MW = MP^2$$

$$MP^2 = MX \cdot MY$$

$$MP^2 = MZ \cdot MW$$

$$4MP^2 = MX \cdot MY$$

$$MP^2 = MZ \cdot MW$$

$$MX \cdot MY = 4MZ \cdot MW$$

$$MX \cdot MY^2 = 20MW$$

$$MX \cdot MY = 20 \frac{MW}{MY} = 10$$

~~$$MX = MY$$~~

$$MX \cdot MY \cdot Y = MZ \cdot MW \cdot Y$$

$$MX \cdot MY^2 = 5 \cdot MW \cdot Y$$

$$MX \cdot MY = 20 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{10}$$

$$\sqrt{\frac{169 - 80}{9}} = \sqrt{\frac{89}{9}} = \frac{\sqrt{89}}{3}$$

$$MX \cdot MY = MP^2$$

$$MZ \cdot MW = MP^2$$

$$\sqrt{\frac{13 \cdot 2}{13}} = \sqrt{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$MR^2 = Mx \cdot My$$

$$MP^2 = Mz \cdot MW$$

$$Mx - My = 4 \cdot Mz \cdot MW$$

$$Mx - My^2 = 20MW$$

$$Mx - My = 20 \frac{MW}{My} = 10$$

$$I_1 I_2 = x + 2x = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} \right)$$

$$\Rightarrow 2x = \frac{3}{2}$$

$$\sqrt{\frac{169 - 80}{9}} = \frac{\sqrt{29}}{3}$$

$$(4t-1)^2 (t+1)$$

$$7t - 7t$$

$$\frac{16t^3 + 8t^2 - 7t + 1}{16t^2 + 16t^2} \cdot \frac{t+1}{16t^2 - 8t^2 + 1}$$

$$16t^3 + 8t^2 - 7t + 1$$

$$5 - 12 \sin \alpha + 16 \sin^3 \alpha - 4 + 8 \sin^2 \alpha + 5 \sin \alpha$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

n  
n+1  
n+2  
n+3  
n+4  
n+5  
n+6

$$p = 6n + k, \text{ где } k_{\min} = 15, k_{\max} = 21$$

$$q = 6n + k + u, \text{ где } u \text{ - remainder на } \{0, 2, 4, 6\}$$

$$36n^2 + 12kn + k^2 - 36n^2$$

$$p^2 - q^2 = (p - q)(p + q) =$$

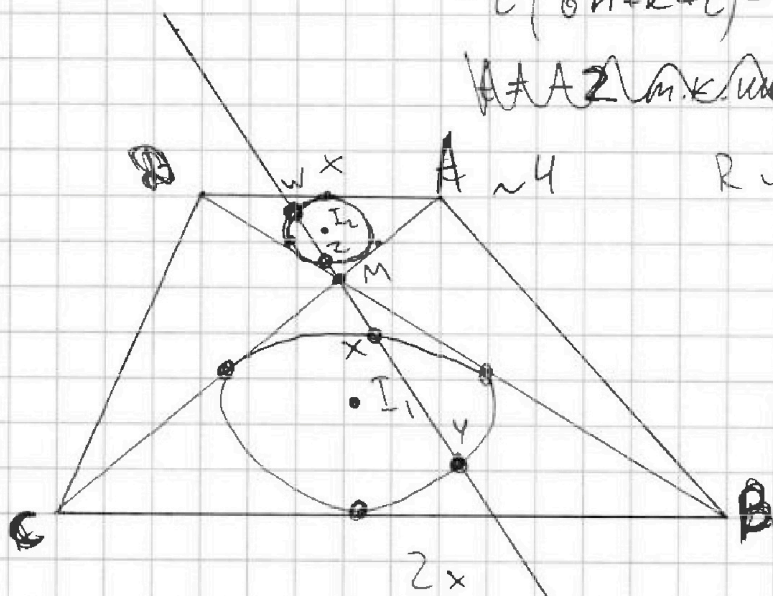
$$= -u \cdot (12n + 2k + u) = 11 \cdot 9 \cdot 2^3 \quad u \text{ - rem } \Rightarrow$$

$$-2t \cdot (12n + 2k + 2t) = 11 \cdot 9 \cdot 2^3$$

$$-4t(6n + k + t) = 11 \cdot 9 \cdot 2^3$$

$$-t(6n + k + t) = 11 \cdot 9 \cdot 2 = 11 \cdot 3^2 \cdot 2$$

~~AAA 2 m k u are be m use~~



$$t2 = 7 + 49$$

$$81 = 11 - 7 + 49$$

$$11 = 7$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~3 разные результаты

n  
n+1  
n+2  
n+3  
n+4  
n+5  
n+6

6n+k - простое

k и m - это разл. пр.  
числа от 1 до 6  
числа

6n+m - простое

$$(6n+k)^2 - (6n+m)^2 = 792$$

$$36n^2 + 12nk + k^2 - 36n^2 - 12mn - m^2 = 792$$

$$12nk + k^2 - 12mn - m^2 = 792$$

$$12n(k-m) + (k-m)(k+m) = 792$$

$$(k-m)(12n+k+m) = 792$$

первый набор:

13  
14  
15  
16  
17

второй:  
14...19

$$13+14+16+17+18+19=97$$

целое, простое    целое, простое

$$\begin{array}{r} 792 \div 4 \\ \hline 198 \\ 39 \\ \hline 36 \\ \hline 198 \div 16 \\ \hline 12 \end{array}$$

$$(k-m)(12n+k+m) = 792 = 2^3 \cdot 11 \cdot 9$$

$$t(12n+2k+t) = 2^3 \cdot 11 \cdot 9$$

t - простое

$$2v(12n+2k+2v) = 2^3 \cdot 11 \cdot 9$$

$$4v(6n+k+v) = 2^3 \cdot 11 \cdot 9$$

$$v(6n+k+v) = 2 \cdot 11 \cdot 9$$

цел.

$$v=2$$

$$6n+k+2=99$$

$$6n+k=97$$

$$k - \min 15$$

$$k - \max 21$$

$$6n = 97 - k$$

$$97 - k = 78$$

$$k = 19$$

$$n = 13$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$$

$$4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{\pi}{7} + 5 \sin \frac{\pi}{14} \quad \checkmark 0$$

~~$$5 \cos \frac{\pi}{14} - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \cos \frac{\pi}{4} - 4 \cos \frac{\pi}{7}$$~~

 ~~$\ln 16$~~ 


$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

~~$$x^2 + y^2 + z^2 = 6$$~~

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6 \quad \ln 16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = \ln 6$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$$

$$8^{x+y+z} \cdot 2^x \cdot 3^z = 6$$

~~$$2^{4x+3y+3z} \cdot 3^z = 2^1 \cdot 3^1$$~~

$$4x + 3y + 3z = 1$$

~~$$2 \ln 16 - 2 \ln 8 + \ln 24 + \ln 6 = 1$$~~

$$4x + 3y = 2$$

$$\ln \frac{256 \cdot 24}{64} = \ln 6$$

$$3y = -2 - 4x$$

$$y = 2$$

$$x = 2 \Rightarrow \min = 9$$

$$z = 1$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

143°  
 145°  
 147°  
 ...  
 179°

n-угольник  $\Rightarrow$  сумма углов  $(n-2)180^\circ$

сумма углов дел. на 180:  
~~143~~ ~~145~~

$$143 + 143 + 2 \dots + 143 + 2 \cdot n = 180k$$

143  
 141  
 139  
 ...

$$n \cdot 143 + 2(n-1) = 180k$$

n - решение

$$\begin{array}{r} 145 \overline{) 5} \\ 10 \overline{) 29} \\ 4 \end{array}$$

$$n \cdot 143 + 2n - 2 = 180k \quad 145 = 29 \cdot 5$$

$$145n = 180k + 2$$

145n дает дел. на 5, 2 или дел. на 180  
 145n оканчивается на 5  
 180k+2 оканчивается на n

n-угольник

$$n \cdot 143 + 2(n-1) = 180(n-2)$$

$$145n - 2 = 180n - 360$$

$$358 = 35n \quad n \text{ не имеет реш.}$$

$$n \cdot 143 + 2(n-1) = 180(n-2)$$

$$362 \overline{) 39}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 39 \\ \times 8 \\ 312 \end{array}$$

$$141n + 2 = 180n - 360$$

$$362 = 39n \quad \text{нет реш.}$$

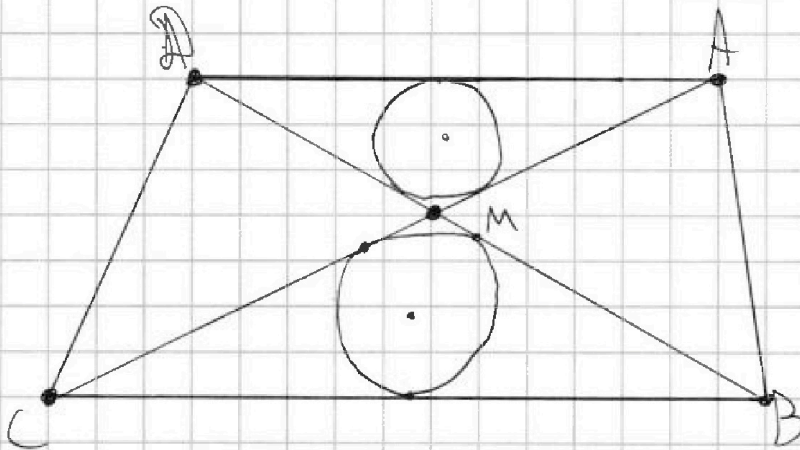
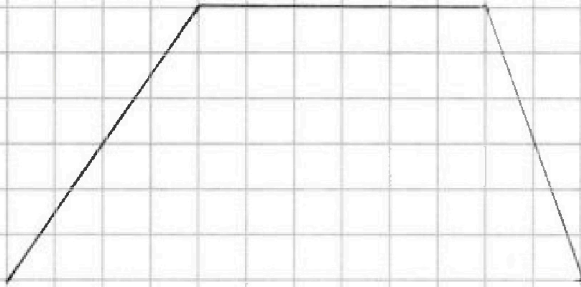


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



7.6.5

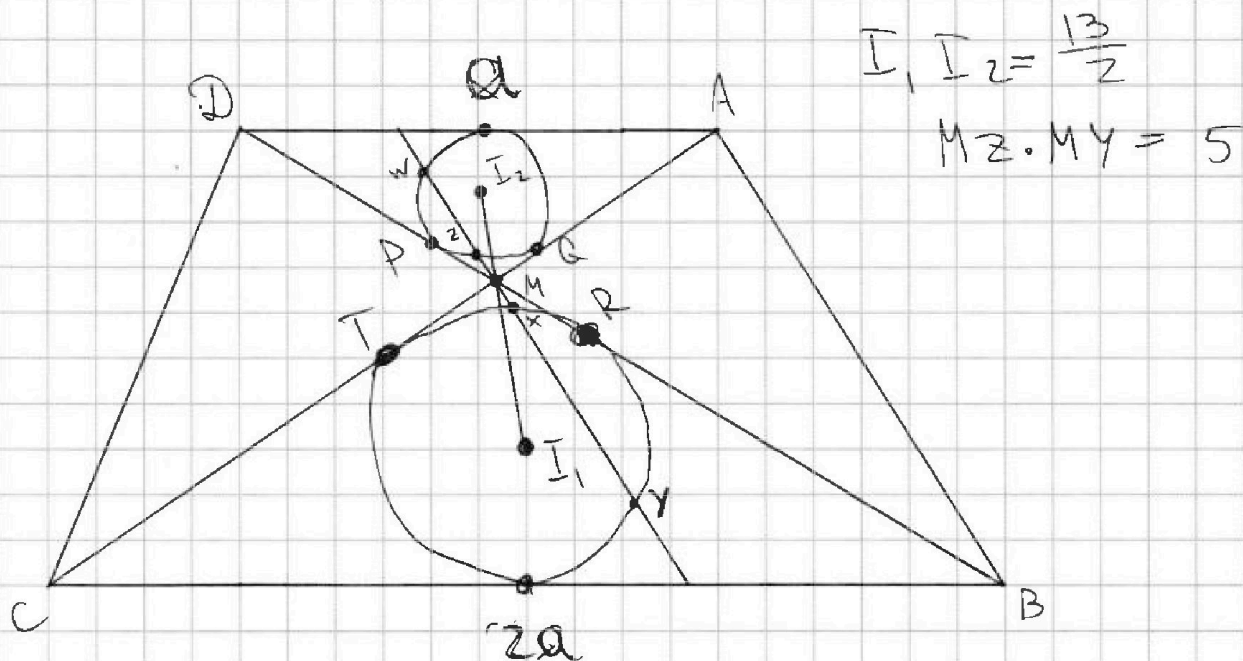


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$MZ \cdot MW = MQ^2 \quad \frac{MQ}{MR} = \frac{1}{2}$$

$$MX \cdot MY = MR^2$$

$$\frac{MZ \cdot MW}{MX \cdot MY} = \frac{1}{4}$$

$$MZ \cdot MW \cdot MX \cdot MY = \frac{1}{4} MR^4$$

$$5 MW \cdot MX = \frac{1}{4} MR^4$$