



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



- [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 132° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
- [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
- [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 1080$.
- [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 8$, а $MZ \cdot MY = 9$.
- [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$ или $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$?
- [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 4 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
- [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SAB CDEF$ (S – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром $\sqrt{2}$. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1) Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$. В нашем случае сумма ^{углов} n -угольника

с наименьшим углом 132° и разностью прогрессии 2°

будет равна $132^\circ + 134^\circ + \dots + (132^\circ + 2^\circ(n-1)) = \frac{132^\circ + 132^\circ + 2^\circ(n-1)}{2} \cdot n =$

$= 132^\circ \cdot n + (n-1)n = n^2 + 131^\circ n$. Тогда должно выполняться

равенство: $180^\circ(n-2) = n^2 + 131^\circ n \Leftrightarrow n^2 - 49n + 360 = 0$

Тогда $n = \frac{49 \pm \sqrt{49^2 - 4 \cdot 360}}{2} = \frac{49 \pm 31}{2} \Rightarrow \begin{cases} n = 40 \text{ } 2 \cdot 180^\circ \text{ } \times \\ n = 9 \end{cases}$

Значит наибольшее возможное число вершин $n = 40$
 $n \Rightarrow$

Ответ: 40 9



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N2) x \ln 25 + y \ln 45 + z \ln 125 = \ln 45$$

$$\ln 25^x + \ln 75^y + \ln 125^z = \ln 45$$

$$\ln 25^x \cdot 75^y \cdot 125^z = \ln 45$$

$$25^x \cdot 25^y \cdot 3^y \cdot 25^z \cdot 5^z = 45$$

$$25^{(x+y+z)} \cdot 3^y \cdot 5^z = 45 \Rightarrow 25^{(x+y+z)} \cdot 3^{(y-1)} \cdot 5^{(z-1)} = 1$$

$$\cancel{25} 5^{2x+2y+3z-1} \cdot 3^{y-1} = 1 \Rightarrow 5^{2x+2y+3z-1} = 3^{1-y}$$

Заметим, что $x^2 + y^2 + z^2$ - min при $z = \log_{125} 45$; $x=0$; $y=0$

$$\text{Тогда } x^2 + y^2 + z^2 = 0 + 0 + \left(\log_{125} 45\right)^2 \text{ Омб.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N3) M = \{n; n+1; \dots; n+6\}$$

П.к. M состоит из 7 подряд идущих натуральных чисел,

то минимальное значение p и $q = n + n + 1 + \dots + n + 5 =$

$$= 6n + 15; \text{ а максимальное } = n + 1 + n + 2 + \dots + n + 6 = 6n + 21.$$

Значит разность $p - q \leq 6$. П.к. p и q - простые числа,

то $(p - q) : 2$, тогда $p - q = 0$ или $p - q = 2$ или $p - q = 4$ или $p - q = 6$

По условию $p^2 - q^2 = 1080 \Leftrightarrow (p + q)(p - q) = 1080$.

Значит $p \neq q$. Рассмотрим оставшиеся три случая:

$$1) p - q = 2 \Rightarrow p = q + 2 \Rightarrow (q + q + 2)(q + 2 - q) = 1080$$

$$2q + 2 = 540 \Rightarrow q = 269 - \text{удовле-}$$

творяет условию, п.к. q - должно быть простое, а 269 - простое,

тогда $p = 271$ - тоже простое.

$$\text{Пусть } q = 6n + x = 269 \Rightarrow 6n = \overset{269}{\cancel{269}} - x \Rightarrow 269 - x \Rightarrow 269 - x : 6 \mid \Rightarrow$$

($21 \leq x \leq 15$) ($21 \leq x \leq 15$)

$$\Rightarrow x = 17 \Rightarrow n = 42.$$

Тогда искомого множества $M \in \{42; 43; 44; 45; 46; 47; 48\}$

$$2) p - q = 4 \Rightarrow 2q + 4 = 270 \Rightarrow q = 133 \Rightarrow p = 135 : 5 - p \text{ - не простое}$$

число, а такого быть не может, значит $p - q \neq 4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) p - q = 6 \Rightarrow 2q + 6 = 180 \Rightarrow q = 87 : 3 \Rightarrow q \text{ не простое}$$

число $\Rightarrow p - q \neq 6$

Ответ: { 42; 43; 44; 45; 46; 47; 48 }

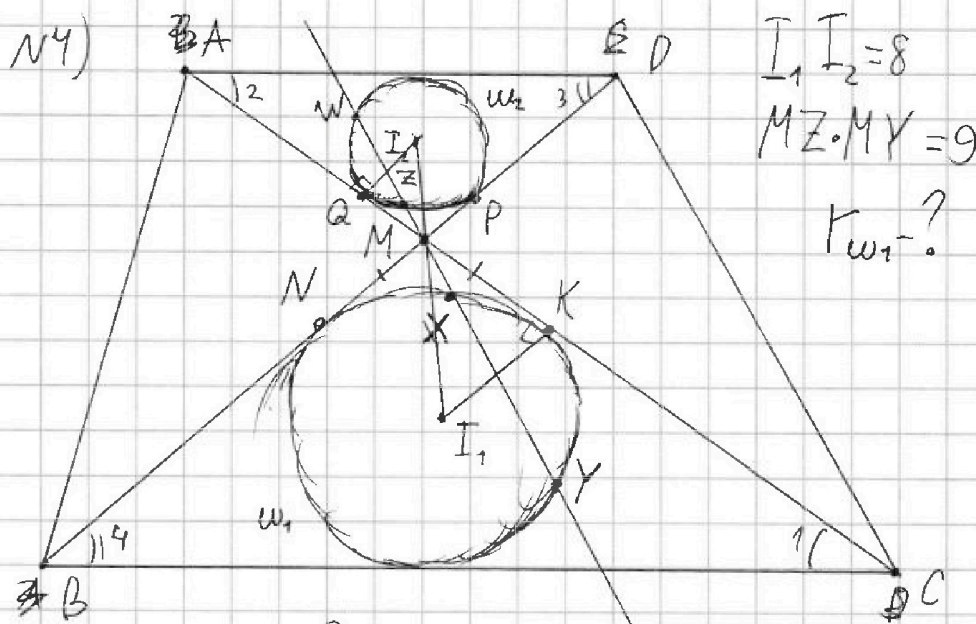


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Решение:

1) $ABCD$ - трапеция $\Rightarrow AD \parallel BC \Rightarrow \angle 1 = \angle 2$; $\angle 3 = \angle 4$ (м.к. соответ.) \Rightarrow $\triangle BMC \sim \triangle DMA$ с коэф. подобия $k=2$.

Тогда как соответствующие элементы подобных треугол:

$$\frac{r_{\omega_1}}{r_{\omega_2}} = 2; \quad \frac{MX}{MZ} = \frac{MY}{MW} = 2 \text{ (м.к. } \angle CMX = \angle AMZ \text{)}; \quad \frac{MI_1}{MI_2} = 2$$

$$2) \quad \begin{cases} MZ \cdot MY = 9 \\ MX = 2MZ \end{cases} \Rightarrow MX \cdot MY = 18.$$

Пусть прямая MX касается ω_1 в точках N, K , касается ω_2 в точках P и Q .

$$\text{По т. о касательной и секущей } MN = MK = \sqrt{MX \cdot MY} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) Рассмотрим $\triangle MI_1K$ и $\triangle MI_2Q$:

1) $\angle KMI_1 = \angle QMI_2$ (т.к. вертикальные)

2) $\angle MKI_1 = \angle MQI_2 = 90^\circ$ (т.к. угол между касательной и радиусом)

Тогда $\triangle MI_1K \sim \triangle MI_2Q$, где $K = \frac{MI_1}{MI_2} = 2$

Тогда $MI_1 = \frac{2}{3} II_1 = \frac{16}{3}$.

$\angle MKI_1 = 90^\circ \Rightarrow$ по т. Пифагора: $MK^2 + I_1K^2 = MI_1^2$

$$r_{\omega_1} = I_1K = \sqrt{\left(\frac{16}{3}\right)^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{\frac{256}{9} - \frac{18 \cdot 9}{9}} = \sqrt{\frac{94}{9}} = \frac{\sqrt{94}}{3}$$

Ответ: $r_{\omega_1} = \frac{\sqrt{94}}{3}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N5) 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \text{ или } 3 \sin \frac{3\pi}{14} - \cos \frac{3\pi}{7} \Leftrightarrow 5 \text{ или } 4 \sin \frac{3\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - \cos \frac{3\pi}{7}$$

Рассмотрим выражение: $4 \sin \frac{3\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - \cos \frac{3\pi}{7}$:

$$4 \sin \frac{3\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - \cos \frac{3\pi}{7} = 4 \sin(3 \cdot \frac{3\pi}{14}) + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos(2 \cdot \frac{3\pi}{14}) =$$

$$= 4(3 \sin^3 \frac{3\pi}{14} - 4 \sin^3 \frac{3\pi}{14}) + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4(1 - \sin^2 \frac{3\pi}{14}) =$$

$$= 12 \sin^3 \frac{3\pi}{14} - 16 \sin^3 \frac{3\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 + 4 \sin^2 \frac{3\pi}{14} =$$

$$= -4 \sin^3 \frac{3\pi}{14} + 4 \sin^2 \frac{3\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4.$$

$$\text{Тогда: } 5 \text{ или } 4 \sin \frac{3\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - \cos \frac{3\pi}{7} \Leftrightarrow 5 \text{ или } -4 \sin^3 \frac{3\pi}{14} + 4 \sin^2 \frac{3\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 9 \text{ или } -4 \sin^3 \frac{3\pi}{14} + 4 \sin^2 \frac{3\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4.$$

$$\text{Мак как } \frac{3\pi}{14} < \frac{\pi}{4}$$

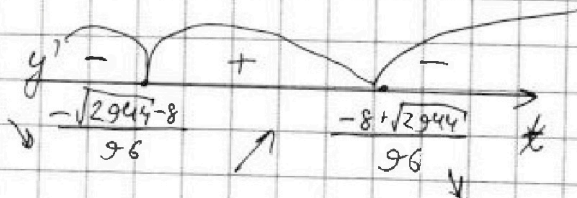
$$\frac{3\pi}{14} < \frac{3\pi}{12}, \text{ но } \sin(\frac{3\pi}{14}) < \sin \frac{3\pi}{12} \text{ (п.к. } \frac{3\pi}{12} \text{ и } \frac{\pi}{4}$$

находятся в 1 четверти). Тогда пусть $\sin \frac{3\pi}{14} = t$, тогда
 $y = -4t^3 + 4t^2 + 3t$. Найдем точки максимума и минимума:

$$y' = -12t^2 + 8t + 3, y' = 0 \Rightarrow -12t^2 + 8t + 3 = 0$$

$$t = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 60 \cdot 48}}{24} = \frac{-8 \pm \sqrt{2944}}{24}$$

$$t = \frac{2944 - 8}{24} = \frac{2936}{24} = \frac{367}{3}$$



Значит на отрезке $t \in [0, \frac{\sqrt{2}}{2}]$ функция убывает, тогда
 $y(\sin \frac{3\pi}{14}) > y(\sin \frac{3\pi}{12})$, Найдем $y(\sin \frac{3\pi}{12})$:



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y\left(\sin \frac{3\pi}{12}\right) = -16 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 + 4 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 15 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -16 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{8} + 2 + 15 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$= -4\sqrt{2} + 2 + 7,5\sqrt{2} = 3,5\sqrt{2} + 2 \approx 4,935 \Rightarrow y\left(\sin \frac{3\pi}{14}\right) > 4,935$$

$$\sin \frac{3\pi}{12} - \sin \frac{3\pi}{14} < \frac{3\pi}{12} - \frac{3\pi}{14} = \frac{3\pi}{84} \approx \frac{\pi}{28} \Rightarrow \Delta t < \frac{\pi}{28}, \text{ а значит}$$

$$y\left(\sin \frac{3\pi}{14}\right) < 5$$

Ответ: больше $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

только 1 точку. Тогда остальные 3 лежат вне пи-ти α (мы ее можем взять все 4, т.к. они не лежат в одной пи-ти). Таких пирамид $C_1^1 \cdot C_3^4 = 8 \cdot 4 = 32$ штук.

И последний случай, когда 4 точки, не лежащие в пи-ти α будут образовывать еще одну пирамиду. (Примечание: через 4 точки не лежащие в 1 плоскости всегда можно построить 1 и только 1 пирамиду).

Тогда всего пирамид $1 + 32 + 168 + 876 = 1077$ штук.

Ответ: 1077



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a}{2} - 9 \quad \frac{9a}{14} \quad \frac{3a}{14} \quad \frac{6a}{14}$$

$$4 \sin \frac{6a}{14} - \cos \frac{3a}{14} - 4 \cos \frac{3a}{14} - \sin \frac{3a}{14} = 4 \sin \frac{6a}{14} \cdot \cos \frac{3a}{14} - 4(\cos \frac{3a}{14} \sin \frac{3a}{14})$$

$$4 \cos \frac{3a}{14} (\sin \frac{6a}{14} - \cos \frac{3a}{14})$$

$$4 \sin \frac{9a}{14} - 4 \cos \frac{3a}{14} \sin(\frac{6a}{14}) = 8 \sin \frac{5a}{14} \cdot \cos \frac{4a}{14}$$

$$5 - 8 \sin \frac{5a}{14} \cdot \cos \frac{4a}{14} = 3 \sin \frac{3a}{14} = 3 \cos \frac{4a}{14}$$

$$5 - 5 \sin \dots = 3 \cos \frac{4a}{14} (1 + \sin \frac{5a}{14})$$

$$25^x \cdot 75^y \cdot 125^z = 45$$

$$5 - 4 \sin \frac{9a}{14} \sin \frac{3a}{14} - 4 \sin \frac{9a}{14} \sin \frac{3a}{14}$$

$$1 = 25^{(x-1)} \cdot 25^y \cdot 3^{(y-2)}$$

$$1 = \frac{25^x \cdot 75^y \cdot 125^z}{45}$$

$$25^{(x+y+z)} \cdot 3^{(y-2)} \cdot 5^{(z-1)} = 1 \Rightarrow 25^x \cdot 25^y \cdot 25^z \cdot 3^{(y-2)} \cdot 5^{(z-1)} = 1$$

$$5 \cdot 2^3 \cdot 3^3$$

$$\frac{25^{2+x}}{5} = 1 \Rightarrow \ln 25^x + \ln 75^y + \ln 125^z = 43$$

$$125^z \cdot 25^y \cdot 75^y = 45 \quad x=0, y=0, z = \log_{125} 45$$

$$(p+q)(p-q) = 1080 \quad ; \quad p-q = 2^4 \cdot 3^3$$

$$p = q + 2 \cdot \frac{538}{12} = \frac{269}{6}$$

$$(q+q+2) = 401540$$

$$2q = 538$$

$$(q+q+4) = 270$$

$$q = 269$$

$$2q = 266 \Rightarrow q = 133$$

$$(q+q+6) = 180$$

$$q = 133$$

$$q = 137$$

$$2q = 174$$

$$\times \begin{array}{r} 269 \\ 2 \\ \hline 18 \\ 12 \\ \hline 538 \end{array}$$

$$2q + 2 = 540$$

$$q = 87$$

$$2q = 538 \quad \frac{10}{271}$$

$$p = 93$$

$$7 \cdot 40 = 280$$

$$\frac{269}{14}$$

$$12$$

$$271 \neq$$

$$271 \cdot 14$$

$$-14$$

$$538$$

$$\frac{12}{110} \cdot 15$$

$$92$$

$$269/3, 7, 11, 13, 17, 19$$

$$-102$$

$$271/19$$

$$8$$

$$-19$$

$$2q + 4 = 270 \Rightarrow 2q = 133$$

$$2q + 6 = 180$$

$$135$$

$$\frac{174}{2} = 87$$

$$75$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6) Максимум 4 точки могут лежать в одной плоскости (утверждение 1) основание пирамиды с основанием, содержащим больше 3 точек. Будет лежать максимум в плоскости α .

Сначала рассмотрим случаи, когда основание лежит в n -ти α . Таких вариантов $4 \cdot (C_4^k + C_6^k + C_5^k + C_4^k + C_3^k + C_2^k) =$
 $= 4 \cdot (1 + 8 + 28 + 56 + 70 + 56) = 4 \cdot 219 = 876$ способов (т.к. 4 способа выбрать вершину вне n -ти α и основание пирамиды может иметь от 3 до 8 вершин, все пирамиды выпуклы, т.к. все точки основания лежат на 1 окружности)

Теперь рассмотрим случаи, когда две точки основания пирамиды лежат в n -ти α : По утверждению 1. получается, что тогда основание пирамиды имеет только 3 вершины, а точка, не лежащая в плоскости основания пирамиды не должна лежать в n -ти α , т.к. эти случаи уже посчитаны. Тогда способов выбрать 2 точки из 8 C_2^8 , а выбрать 2 точки из 4 C_2^4 , значит таких пирамид будет $C_2^8 \cdot C_2^4 = 28 \cdot 6 = 140 \cdot 28 = 168$ (пирамиды выпуклы);

3 Рассмотрим случаи, когда в n -ти α мы выберем



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{180(n-2)}{n} = \frac{132 + 2 \cdot (n-1)}{n}$$

$$180(n-2) = 132n + 2(n-1)n$$

$$180n - 360 = 132n + 2n^2 - 2n$$

$$180n - 360 = 132n + 2n^2 - 2n$$

$$48n - 360 = 2n^2$$

$$2n^2 - 48n + 360 = 0$$

$$n^2 - 24n + 180 = 0$$

$$n = \frac{24 \pm \sqrt{24^2 - 4 \cdot 180}}{2} = \frac{24 \pm \sqrt{576 - 720}}{2}$$

$$n^2 - 48n + 360 = 0 \Rightarrow n = \frac{48 \pm \sqrt{48^2 - 4 \cdot 360}}{2} = \frac{48 \pm \sqrt{2304 - 1440}}{2} = \frac{48 \pm \sqrt{864}}{2}$$

$$n = \frac{48 \pm 29.39}{2}$$

$$n = 38.69 \text{ or } 9.31$$

$$\frac{2500}{39} = 64.1025$$

$$\frac{2407}{31^2} = 24.7419$$

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$$

$$(p+q)(p-q) = 1080 = 2 \cdot 540 = 2 \cdot 2 \cdot 270 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$$

$$= 8 \cdot 135 = 8 \cdot 5 \cdot 27 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$$

$$p(p+1) = 540 \Rightarrow p^2 + p - 540 = 0 \Rightarrow p = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 2160}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{2161}}{2}$$

$$p = 23.5$$

$$p(p+2) = 540 \Rightarrow p^2 + 2p - 540 = 0 \Rightarrow p = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 2160}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2164}}{2}$$

$$p = 23.5$$

$$p(p+3) = 540 \Rightarrow p^2 + 3p - 540 = 0 \Rightarrow p = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 2160}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{2169}}{2}$$

$$p = 23.5$$

$$p(p+5) = 540 \Rightarrow p^2 + 5p - 540 = 0 \Rightarrow p = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 2160}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{2185}}{2}$$

$$p = 23.5$$

$$p(p+6) = 540 \Rightarrow p^2 + 6p - 540 = 0 \Rightarrow p = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 2160}}{2} = \frac{-6 \pm \sqrt{2196}}{2}$$

$$p = 23.5$$

$$p^2 + 6p - 180 = 0 \Rightarrow p = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 720}}{2} = \frac{-6 \pm \sqrt{756}}{2}$$

$$p = 10.5$$

$$q(q+2) = 540 \Rightarrow q^2 + 2q - 540 = 0 \Rightarrow q = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 2160}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2164}}{2}$$

$$q = 23.5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(p+q)(p-q) = 1080$$

$$p+q = \frac{1080}{4} = \frac{540}{2} = 270$$

$$p(p+q) = 270$$

$$p^2 + 4p - 270 = 0 \Rightarrow p = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 4 \cdot 270}}{2}$$

$$x \ln 45 + x \ln \frac{25}{75} + y \ln 45 + y \ln \frac{75}{45} + z \ln 45 - z \ln \frac{125}{45} = \ln 45$$

$$\ln 45(x+y+z) \ln 25^x \cdot \ln 75^y + \ln 125^z = \ln 45$$

$$\ln 25^x \cdot 75^y \cdot 125^z = \ln 45$$

$$25^x \cdot 75^y \cdot 125^z = 45 = 5 \cdot 3^2$$

$$25^x \cdot 25^y \cdot 3^y \cdot 25^z \cdot 5^z = 45$$

$$25^{(x+y+z)} \cdot 3^y \cdot 5^z = 45$$

$$2MX = MZ$$

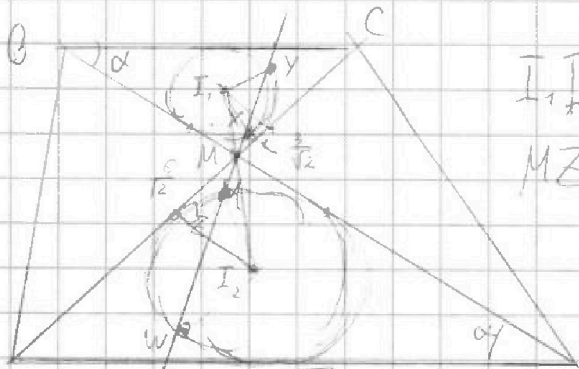
$$I_1 + I_2 = 8$$

$$MX \cdot MY = 4,5$$

$$MZ \cdot MV = 9$$

$$\cos \frac{3}{2}$$

$$\frac{9}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$\frac{120 - 81 - \frac{9\sqrt{2}}{2}}{18} \frac{64 \cdot 2 - 81}{18} = x$$

$$\frac{64}{9} = \frac{9}{2} + x^2$$

$$\frac{256 - 162}{9} = 94$$

$$\frac{256}{259}$$

$$132^2 - 132 \cdot 2(n-1)$$

$$n = 132n + n - 1$$

$$48 \cdot 2$$

$$(3\sqrt{2})^2 \frac{94}{9} = \frac{256}{9} - 78 = \frac{1602}{9}$$

$$\frac{162}{9} = 18$$

$$\frac{256}{94}$$

$$\frac{256}{9} \rightarrow \frac{166 + 4}{162}$$

$$\frac{61}{114}$$

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} ? 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{14}$$

$$3(\sin \frac{3\pi}{14} + \sin \frac{2\pi}{14}) = 3 \sin \frac{5\pi}{14} \cdot \cos \frac{3\pi}{14}$$

$$5 = \sin \frac{9\pi}{14} ? \frac{1}{2} \sin \frac{6\pi}{14} \cdot \cos \frac{3\pi}{14} - 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6n+x = 260$$

$$6 \cdot 50 = 30, 6 \cdot 45 = 270$$

$$6 \cdot 43 = 240 + 18 = 258$$

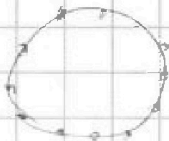
$$8 \cdot 42 = 252, x = 17$$

$$A + A+1 + A+2 + A+3 + \dots + A+5 + \dots + A+n$$

$$42 \cdot 6 = 240 + 12 = 252$$

$$42, 43, \dots, \frac{8 \cdot 145}{6! \cdot 2!} = 7 \cdot 4 = 28$$

1)



$$4 \left(\binom{8}{4} + \binom{8}{5} + \binom{8}{6} + \binom{8}{7} + \binom{8}{8} \right) =$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{8} = 56$$

10^7 $4(8+7+6+5+4+3) =$ - если основания
легко в 6 раз

$$\frac{8!}{4! \cdot 4!} = \frac{5 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 4} = 70$$

$$\frac{8!}{5! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{8} = 7$$

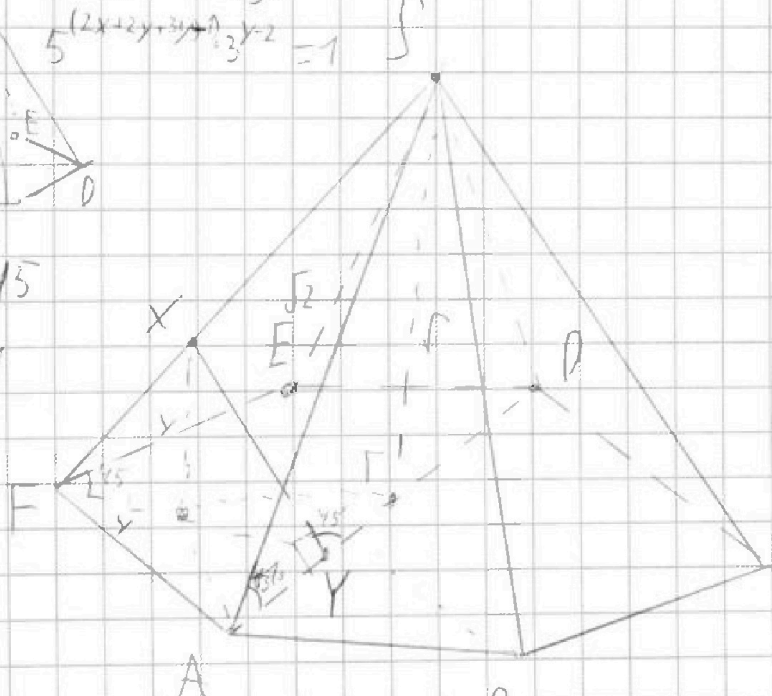
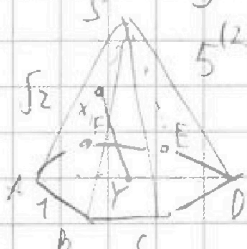
$$\binom{5}{8} \binom{5}{5} \binom{5}{n} \binom{5}{n}$$

если 2 молча: $\frac{8!}{5! \cdot 2!} = 28 \cdot 4 \cdot 3 = 1228 = 280 + 56 = 226$

если 1 молча: $8 \cdot 4 = 32, 10^7 + 112 = 219 \cdot 4 = 876$

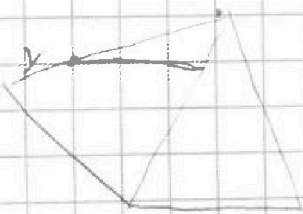
если 0 молча: $5^{2x}, 5^{2y}, 5^{3z}, x \cdot 876, 201 + 876 = 1077$

$$5^{(2x+2y+3z)+1} \cdot 3^{y-2} = 1$$



$$25^x \cdot 75^y \cdot 125^z = 45$$

$$5^{(2x+2y+3z)+1} \cdot 3^{y-2} = 1$$



5 мм $3 \sin \frac{2\pi}{14} - 4 \cos \frac{6\pi}{14} + 4 \sin \frac{9\pi}{14}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3,5

$$\begin{array}{r} 3,5 \\ + 1,41 \\ \hline 35 \\ 140 \\ + 35 \\ \hline 4,935 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 14 \\ 18 \\ \hline 84 \end{array} \quad \leftarrow$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 72 \\ 21 \\ \hline 84 \end{array}$$