



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



- [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
- [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
- [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
- [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
- [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?
- [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
- [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Обозначим кол-во углов что получилось за n , тогда, с одной стороны сумма его углов равна $180(n-2)$, а с другой $\underbrace{143 + 143+2 + 143+2 \cdot 2 + \dots + 143+2(n-1)}_{n\text{-углов}} = 143 \cdot n + 2 \cdot \frac{(n-1) \cdot n}{2}$

$$\Rightarrow 180(n-2) = 143n + n^2 - n \quad (\text{посчитали сумму углов с двух сторон}) \Rightarrow n^2 - 38n + 360 = 0 \Rightarrow D = 10^2 - 360 = 1 \Rightarrow n = \frac{19 \pm \sqrt{1}}{2} = 20/18.$$

20 - наибольшее из чисел вершин. находим

$$180 \cdot 18 = 143 \cdot 26 + 19 \cdot 26 \quad 162 = 162 \rightarrow 20 \text{ вершин.}$$

(max.)

Ответ: 20



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2. \times \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 + z \ln 3 = \ln 2 + \ln 3$$

$$3 \ln 2 (x+y+z) + x \ln 2 + z \ln 3 = \ln 2 + \ln 3 \quad | : \ln 2, \text{ т.к. } \neq 0.$$

$$3(x+y+z) + x + z \frac{\ln 3}{\ln 2} = 1 + \frac{\ln 3}{\ln 2} \quad ; \quad \frac{\ln 3}{\ln 2} = t, \text{ пролог}$$

$$3(x+y+z) = (-x + t(1-z)) \cdot 1^2. \quad |^2.$$

$$9(x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz - 2zx) = \ln 2 + \ln 3 - \text{const.}$$

решение ур-ия

$$\ln 2(4x + 3y + 3z - 1) + \ln 3(2 - 1) = 0.$$

$$\ln 2(4x + 3y + 3z - 1) = (1 - z) \ln 3, \quad \text{т.к. } \ln 3 + \ln 2 - \text{const},$$

то равенство зависит от ф-ии $4x + 3y + 3z - 1$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3. ободж. эти-гы чио-ва М за $x, x+1, x+3, \dots$

$\therefore x+6$, тогда сумма эти-гов чио-ва $M = 7x + \frac{6 \cdot 7}{2}$,
тогда, допустим, это Р 290 граверия бежитка $x+h_1$, а \neq беж $x+h_2$, тогда, чтобы $p^2-q^2=792$, надо чтобы $x+h_1 < x+h_2$.

Запишем: $p^2-q^2=(p-q)(p+q) = (7x+21-x-n_1)(7x+21-x-n_2)$.

$$\bullet (7x+21-x-n_1)(7x+21-x-n_2) = 792. \quad (n_1 - \text{число от } 0 \text{ до } 6, \\ n_2 - \text{число от } 0 \text{ до } 6, \\ \text{т.е. } x+n_1 = 290 \text{ эти-г. чио-ва} \\ (n_2-n_1)(12x+42-(n_1+n_2)) = 792.$$

n_2-n_1 есть от 0 до 6, т.к. n_1 - число от 0 до 6, \Rightarrow д.к. $792 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$,
то n_2-n_1 либо 1 либо 2 либо 3 либо 4 либо 6.

Записки, что если $n_2-n_1 = 1/3$, то n_1 и n_2 - просты. это неправда
 $\Rightarrow x+h_1$ и $x+h_2$ - разные четности $\Rightarrow p$ и q - разные четности $\Rightarrow p^2-q^2 = \text{четное}$,
 \Rightarrow противоречие. $\Rightarrow n_2-n_1 = 2/4/6$; $n_1+n_2 = 2n_1 + (n_2-n_1)$.
 Т.к. $n_2-n_1 = 6$, тогда оставшееся $x+h_1$ и $x+h_2$ - это суммы
 большей и меньшей четн. $\Rightarrow n_1+n_2 = 194$,
 тогда $6 \cdot (12x+42-6) = 792 \Rightarrow 12x+36=132 \Rightarrow x=\text{не целое}$.
 \Rightarrow такое возможно не может.) $12x=96 \Rightarrow x=8 \Rightarrow S_M = 7x+21 = 77$,
 тогда $p=69, q=63$, но они не простые \Rightarrow неходит.

II спр. если $n_2-n_1=4$, тогда: $12x+42-(n_1+n_2) = 198$.

$$12x+42+(2n_1+n_2-n_1) = 198. \\ 12x+42-2n_1-4 = 198.$$

$6x-h_1=80$. , $n_1 \in [0; 5] \setminus \{0\}$ ($n_1 < n_2$) , д.к. $80 \equiv 2$, то $h_1=4$,
 $6x=80+h_1$, (иначе $80+h_1 \neq 6$). $\Rightarrow n_2=8$, то $n_1 \in [0; 6]$ -
 противоречие.

III спр. если $n_2-n_1=2$, тогда $12x+42-2n_1-2 = 396$. \Rightarrow
 $12x-2n_1 = 356$. 1:2:

$$6x-h_1=173 \Rightarrow 6x=178+h_1, \text{ т.к. } 178 \equiv 4, \text{ то } h_1=2, \text{ тогда } h_1=4.$$

$$178+h_1 \neq 6, \text{ тогда } h_2=4, \text{ а } x = \frac{180}{6}=30.$$

$$\text{тогда } p=7 \cdot 30+21-30-2=199, \text{ а } q=197.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача M - некоторое множество из эл-тв: 30, 31, 32, ... 36

Ответ: $M = \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$

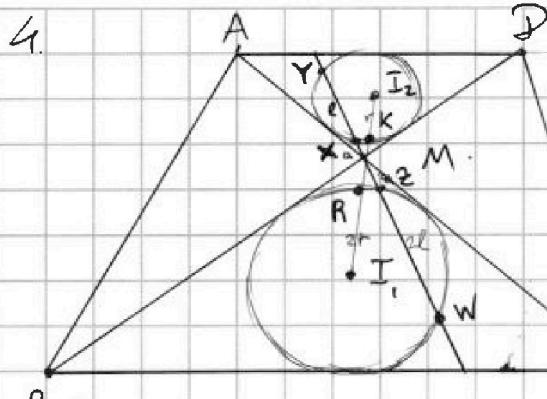


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\triangle AMD \sim \triangle CMB$ по 2 углам.

(из $AD \parallel BC \Rightarrow \angle MBC = \angle MDA$,

$\angle DMA = \angle MCB \Rightarrow$ все подобны

эти-то подобных треугольни-

ки не подобны: заметили, что, т.к. W , и W_2 - внеш. орт., то

$M\bar{I}_2$ и $M\bar{I}_1$ - бисс.-сы углов AMD и BMC соответ. $\Rightarrow M\bar{I}_2$ -эл-т, но подобный $M\bar{I}_1 \Rightarrow \angle BM\bar{I}_1 = \angle DM\bar{I}_2 \Rightarrow \bar{I}_2\bar{I}_1, M \in \bar{I}_2, \bar{I}_1$. т.к. $\frac{b}{ac} = \frac{1}{2}$,

то коз. подобие $\triangle ADM$ и $\triangle CBM = \frac{1}{2} \Rightarrow XM = a; MZ = 2a$;

$ZW = 2l; XY = l$; т.к. это подоб. эллиптическое подобие 1; общий радиус W_2 за r тогда подобие $W_1 = 2r$; радиус за R $= W_1 \cap I_1 M$ (бисс. к. M), $R = W_2 \cap I_2 M$ (бисс. к. M) (см. рис),

тогда $R\bar{I}_1 = 2r; R\bar{I}_2 = r; MK = b; MR = 2b$;

из условия имеем засечи, что:

$$I_1\bar{I}_2 = r + b + 2b + 2r = \frac{13}{2} \Rightarrow b + r = \frac{13}{6} \Rightarrow b = \frac{13}{6} - r \quad (I)$$

$$b = \frac{13}{6} - r.$$

$$MZ \cdot MY = 2a \cdot (a + l) = 5. \quad (II)$$

Запишем сюда тот же M (относ. орт. W_2):

$$MK \cdot (MK + 2r) = MX \cdot MY \Rightarrow b(b + 2r) = a(a + l) = \frac{5}{2} \quad (\text{из } (I)),$$

подставим (II):

$$\left(\frac{13}{6} - r\right)\left(\frac{13}{6} - r + 2r\right) = \frac{5}{2} \quad \frac{169}{36} - r^2 = \frac{5}{2} \Rightarrow r^2 = \frac{169}{36} - \frac{5}{2} = \frac{169 - 90}{36} = \frac{79}{36}.$$

$\Rightarrow r = \pm \sqrt{\frac{79}{36}}$, но т.к. r -радиус \Rightarrow полож. число, то $r = \frac{\sqrt{79}}{6}$,

$$a + 2r = \frac{\sqrt{79}}{3} \quad (\text{радиус. орт. } W_1 = 2r).$$

$$\text{Ответ: } \frac{\sqrt{79}}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5. \quad 4 \sin \frac{3\pi}{14} = 4(3 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 4 \sin^3 \frac{\pi}{14})$$

$$4 \cos \frac{\pi}{7} = 4 - 8 \sin^2 \frac{\pi}{14}$$

$$\cancel{4 \cos} \quad 5 - 4 \sin^2 \frac{\pi}{14} (3 - 4 \sin^2 \frac{\pi}{14}) \sqrt{4 - 8 \sin^2 \frac{\pi}{14}} - 5 \sin \frac{\pi}{14},$$

т.к. $\frac{\pi}{14} > 0, \frac{\pi}{14} < \frac{\pi}{8}$, то $\sin \frac{\pi}{14} \in (0; \frac{1}{2})$ - лежит в первой четверти,

\Rightarrow можно находит на $\sin \frac{\pi}{14}$ первые суммы.

$$\frac{5}{\sin \frac{\pi}{14}} - 4 \cancel{\frac{1}{\sin^2 \frac{\pi}{14}}} + (6 \sin^2 \frac{\pi}{14}) \sqrt{\frac{4}{\sin^2 \frac{\pi}{14}} - 8 \sin \frac{\pi}{14}} - 5.$$

$$\frac{1}{\sin^2 \frac{\pi}{14}} - 7 + 16 \sin^2 \frac{\pi}{14} \sqrt{-8 \sin \frac{\pi}{14}}.$$

решим ур-е $5 - 42 \sin x + 16 \sin^3 x = 4 - 8 \sin^2 x - 5 \sin x$,

при $x \in \text{I}$ четверт. $\sin x = a$ - замена.

$$16a^3 + 8a^2 - 7a + 1 = 0$$

можно спровести $a \sin \frac{\pi}{16}$, т.к. $\frac{\pi}{16} < \frac{\pi}{14} \Rightarrow \sin \frac{\pi}{16} < \sin \frac{\pi}{14}$

(две суммы I & IV четверти), а $\sin \frac{\pi}{16} = \sqrt{\frac{1 - \cos \frac{\pi}{8}}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{1 + \cos \frac{\pi}{4}}}{2}} =$

$$-\sqrt{\frac{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}} = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}} = \frac{1}{2} \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}.$$

так можно находит корни ур-е $16a^3 + 8a^2 - 7a + 1 = 0$ и сравнив с $\sin \frac{\pi}{14}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6. Из 2020, 250: если 4-й член $\binom{8}{4}$ ^{беск 12} ~~нечет~~ ~~16~~ однай чи., то 250
следует, 250 основание пирамиды (не греч.). ~~нечет~~ ^{беск} вон.

7. (7. если пирамида не греческая)
~~нечет~~

I. кол-во самх пирамид (не греч.) = (основание в греч)

~~7~~ ~~(нечет в ну. 2)~~ =

$$5 \cdot \left(\frac{\binom{7}{1} + \binom{7}{3} + \binom{7}{5} + \binom{7}{7}}{4!} + \frac{\binom{7}{2} + \binom{7}{4} + \binom{7}{6}}{5!} + \frac{\binom{7}{3} + \binom{7}{5} + \binom{7}{7}}{6!} + 1 \right) = 5 \left(\frac{1 + 35 + 35 + 1}{24} + 1 \right) = 5 \cdot 15 = 75$$

$$= 75 = 5 \cdot 15 = 75$$

имо-таки 5 зго 250 однай 5 зоек бы ну. 1 (вершина пирамиды), потомуччел на 5, а гаве счиаси кол-во вершин
бескрай 3 ~~4, 5, 6, 7~~ зоек бы основание пирамиды (C_7^3 ,
 $n \in \{3, 7\} \cup \mathbb{Z}$).

Теперь посчитаем кол-во греческих пирамид. (наш чудо бескрай
зим чудо)
4 зоек (задачи ~~однай~~ ~~нечет~~ в ну. 2), т.к. если 4-й член в ну. 2, то
250 не пирамида, а если 3-го член чудо посчитали ей) \Rightarrow ишь
што видираем 2-й член в 2 зоек, што 1-й член в 3 зоек.
(250 бескрай пирамида т.к. если 4-го член 4-го не ~~внедрить~~ не
нечет в зоек ну.) посчитали:

$$\begin{aligned} & 7 \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} + \frac{7 \cdot 6^3 \cdot 5 \cdot 4^2}{8! \cdot 2!} = 70 + 210 = 280 \\ & \rightarrow \begin{cases} 3! \\ C_5^3 - 3 \text{ зоек бы ну. 2} \end{cases} \xrightarrow[1 \text{ зоек бы ну. 2}]{1 \text{ зоек бы ну. 2}} \end{aligned}$$

$$\text{бескрай пирамид} 280 + 5 \cdot 99 = 495 + 280 = 775$$

$$\text{Оська: } 775$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

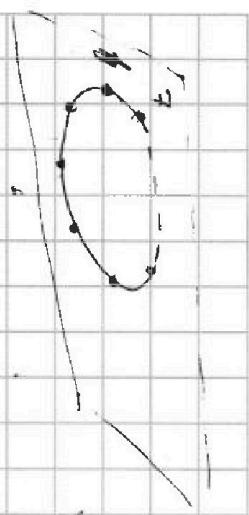
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4(3\sin^2 \alpha - 4\sin^3 \alpha) \sqrt{4 - 8\sin^2 \alpha - 5\sin \alpha}$$

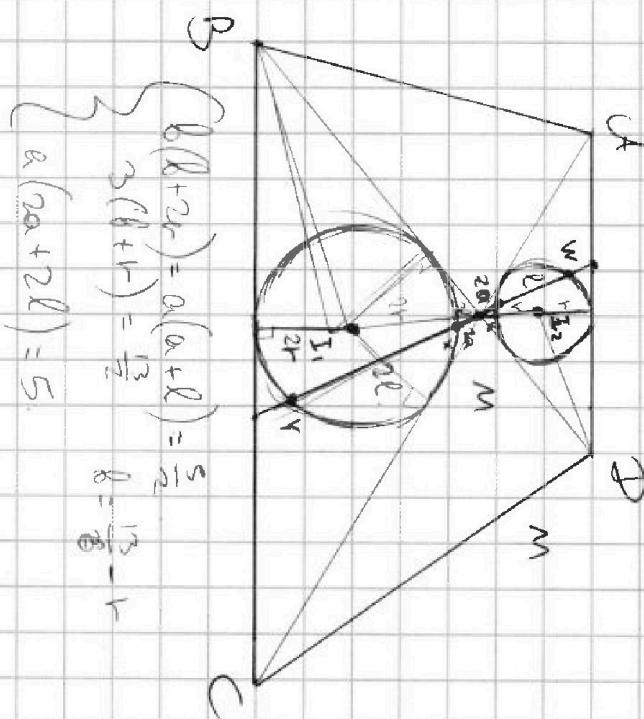
$$5 - 4(4\sin^2 \alpha - 4\sin^3 \alpha) \sqrt{4 - 8\sin^2 \alpha - 9\sin \alpha}$$

$$5 - 16\sin^2 \alpha (\cos^2 \alpha) \sqrt{4 - 8\sin^2 \alpha - 9\sin \alpha}$$



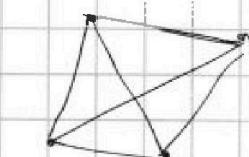
$$\frac{r}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3 - 4\sin^2 \alpha$$

$$-16$$



$$\begin{cases} 6(R+2r) = a(a+R) = \frac{a}{2} \\ 3(R+r) = \frac{13}{2} \end{cases}$$

$$a(2a+2R) = 5$$

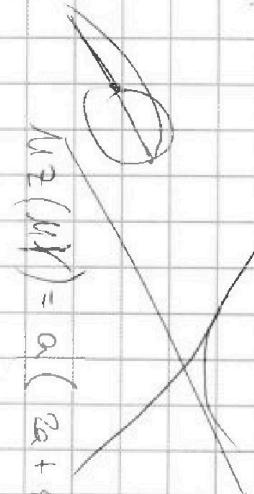


$$6R + 2R + 2r = \frac{13}{2}$$

$$108^\circ$$

$$M^2 MR = 5$$

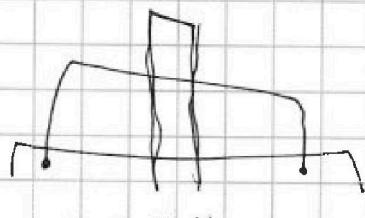
$$a(2a+2R) = 5$$



$$\frac{r}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3 - 4\sin^2 \alpha$$

$$-16$$

Сложные задачи



$$\frac{h}{2} = \frac{64}{25} - \frac{64}{25}$$

$$(4h^2)^2 + (4h^2)^2 = h^2 + 10h + 25 - h$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sqrt{m} - (\sqrt{x} + \sqrt{n}))^2 = (\sqrt{m} - \sqrt{x+n})^2 = 72$$

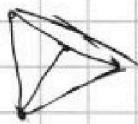
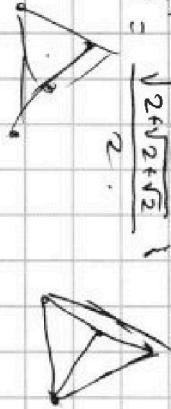
$$\cos 2d = 1 - 2 \sin^2 d$$

$$4 - 8 \sin^2 \frac{\pi}{4} - 8 \sin^2 \frac{\pi}{4} \sqrt{5} - 4(3 \sin^2 \frac{\pi}{4} - 4 \sin^3 \frac{\pi}{4})$$

$$16 \sin^3 \frac{\pi}{4} + 8 \sin^2 \frac{\pi}{4} + 7 \sin \frac{\pi}{4} \sqrt{1}$$

$$\sqrt{\frac{(1-\sqrt{2+\sqrt{2}})^2}{2}} \left(\frac{1-\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \right) + \sqrt{\frac{(1+\sqrt{2+\sqrt{2}})^2}{2}} \left(\frac{1+\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \right) + 7 \sqrt{\frac{1-\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}}$$

$$13 - 4\sqrt{2+\sqrt{2}} \sqrt{0} - \frac{725}{193}$$



$$\frac{30}{\sqrt{2+\sqrt{2}}}$$

$$= \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{4} = \frac{\sqrt{2\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2}$$

$$\Rightarrow \cos \frac{\pi}{8} = \frac{1+\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos \frac{\pi}{8} = \sqrt{\frac{1+\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$$

$$\cos^2 d = \frac{1+\cos 2d}{2}$$

$$\sin^2 d = 1 - \frac{1+\cos 2d}{2}$$

$$\cos \frac{\pi}{4} = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

$$\cos \frac{\pi}{16} = \cos \frac{\pi}{8} - \frac{1}{2}$$

$$\cos \frac{\pi}{16} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$$

$$\sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$0 = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{4\cdot 3\sqrt{3}}{8}$$

$$= \frac{4\cdot 3\sqrt{3}}{8} - \frac{4\cdot 3\sqrt{3}}{8}$$

$$\frac{4}{2} - 3 \cdot \frac{1}{8} = \frac{15}{8} - \frac{3}{8} = \frac{3}{4}$$

$$3 \sin d - 4 \sin^3 d$$

$$\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}$$

$$\sin 150 = 0$$

$$\frac{1}{2} \sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} \sin 30 = \frac{1}{8}$$

$$1 = \frac{3}{2} - 4 \cdot \frac{1}{8} = \frac{2}{2} = \sqrt{2}$$

$$30, 20$$

$$\sin 30 = \frac{1}{2}$$

$$\sin 90 = 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3(x+y+z) = 1-x+t(1-z)$$
$$x^2+y^2+z^2 = \frac{((x+t-tz)^2 + 2(xy+yz+zx))}{2}$$

$$x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 =$$

$$3 - 4 \sin^2(3 \arctan(-4 \sin t)) =$$

$$\ln 2 - 3$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & x, x+1, x+2, x+3, x+4, x+5, x+6 - 7 \text{ задач} \\
 & (\rho-q)(\rho+q) = 292 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11. \quad 1. \\
 & (2M-2x-(n_1+n_2)) \\
 & \text{число } 1906. (x_{n_1} - x_{n_2}) \\
 & (n_2-n_1)(2\rho-2x-(n_1+n_2)) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11. \\
 & 1/2 \cdot 3/4/6 \\
 & 2M-2x-(n_1+n_2) \\
 & 14x + 6 \cdot \frac{7}{2} - 2x - (n_1+n_2) \\
 & 12x + 42 - (n_1+n_2) = 396 \\
 & \Rightarrow 12x + 42 - (n_1+n_2) = 396 \\
 & M - (x+n_1) + (M - (x+n_2)) = \\
 & x+n_1, n+x_n - \\
 & M - (x+n_1) + (M - (x+n_2)) = \\
 & x+n_2 - x - n_1 \\
 & -x+n_1 + x - n_2 \\
 & \frac{6}{132} | 132. \quad 4 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 12 \\
 & \frac{18}{132} \\
 & \frac{12}{132} \\
 & 132 \\
 & M = 7x + \frac{6 \cdot 7}{2} = 6 \cdot 7 \\
 & 2n_1 + (n_2 - n_1) \\
 & 2n_1 + (n_2 - n_1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 396 \\
 138 \\
 09 \\
 33 \\
 3 \\
 11
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \diagup \\
 \diagdown
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 7 \\
 2
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \diagup \\
 \diagdown
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 7 \\
 2
 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 88 \\ \times 99 \\ \hline 791 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ + 97 \\ \hline 109 \end{array}$$

5

$$\begin{array}{r} 1 \\ - 98 \\ \hline 82 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 96 \\ - 25 \\ \hline 71 \end{array}$$

$$(99 \cdot 199) - (97 \cdot 197) =$$

$$(199+197)(199-197) = 0$$

2 -

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 93 \\ \hline 292 \\ 288 \\ \hline 2944 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 60 \\ - 40 \\ \hline 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 198 \\ - 33 \\ \hline 160 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 80 \\ 60+12 \\ 72 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ \times 13 \\ 6 \\ \hline 78 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 178 \\ - 12 \\ \hline 158 \\ - 54 \\ \hline 4 \end{array} \quad \text{(окр)}$$

$$\begin{array}{r} 180 \\ - 19 \\ \hline 161 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 396 \\ - 90 \\ \hline 306 \\ - 2 \\ \hline 178 \\ - 14 \\ \hline 16 \\ - 16 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$6 \cdot 30 + 21 - 2.$$

$$6 \cdot 30 + 0$$

$$\begin{array}{r} 180+19 \\ - 19 \\ \hline 161 \end{array}$$

$$(x+y+z) =$$

$$\begin{aligned} & \ln x \ln 2 + \ln y \ln 2 + \ln z \ln 3 = \ln 2 + \ln 3 \\ & 3 \ln 2(x+y+z) + x \ln 2 + z \ln 3 = \ln 6 \\ & 3(x+y+z) + x + z \cdot \frac{\ln 3}{\ln 2} = x + x \cdot \frac{\ln 3}{\ln 2} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

143°

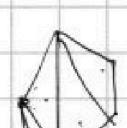
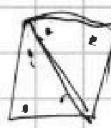
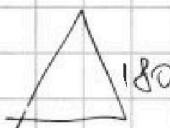
x, y, z

$$360 = m \sin \frac{\theta}{2} M_{\text{BD}} \frac{h}{2} 180$$

$$x \ln 2^4 + y \ln 2^3 + z \ln 3 \cdot 2^3 = h_6$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 32 \ln 2 + 2 \ln 3 = \ln_2 + \ln_3$$

$$\ln 2(4x + 3y + 3z - 1) + \ln 3(z-1) = 0.$$



$$-\frac{180}{142} \left| \begin{array}{c} 3 \\ 9 \\ \hline \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \frac{1}{6} \\ -\frac{1}{6} \\ \hline \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} 1 \\ -1 \\ \hline \end{array} \right|$$

$$x, x+d, x+2d, x+3d, x+4d$$

$$S_n = nx + d\left(\frac{n(n-1)}{2}\right) \quad n=100, \text{ day } 1, \bar{x} = \frac{36}{100} = 0.36, \quad \frac{1}{18} = \frac{1}{18}, \quad \frac{1}{20}$$

$$180(n-2) = 143n + R\left(\frac{n(n-1)}{3}\right)$$

$$180n - 360 = 143n + n^2 - n$$

$$h^2 - 38h + 360 = 0$$

$$D - 19^\circ - 360^\circ = (-) \quad h = \frac{360^\circ - 19^\circ}{2} = 10^{\circ} 45'$$

$$1436 + 16.9 = 180 \cdot \frac{d}{2} + 8$$

$$143 + 9 = 18.8$$

$$143 \cdot 9 + 9 \cdot 8 = 180 \cdot 7 = 140.$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 10 \\ \hline 30 \end{array}$$

$$180n - 360 = 43n + n^2 - n$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$\boxed{D = 361 - 360 = 1}$$

$$n_1 = 19 \frac{1}{4}, n_2 = 20 \frac{1}{18}$$

乙 1081

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$15 \sqrt{8 \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}}$$

$$\frac{225}{64} \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}$$

$$225 \sqrt{32+16\sqrt{2}}$$

$$193 \cancel{+16\sqrt{2}}$$

$$3 \sqrt[4]{4 \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}}$$

$$9 \sqrt{16 \cdot \frac{2+\sqrt{2}}{4}}$$

$$9 \sqrt{8+4\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{\frac{1-\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}}{2}} \left(15 - 8 \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}} \right) + 16 \sqrt{4 \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}} - 3} \cancel{+4\sqrt{2}} \sqrt{1^2}$$

$$\frac{1-\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}}{2} \left(\frac{120}{2} - 240 \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}} + 64 \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}} \right) \sqrt{16 \cdot \frac{2+\sqrt{2}}{4}} - 24 \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}} + 9.$$

$$\frac{225}{2} - 120 \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}$$

$$\boxed{2 \cdot \frac{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}} + 2 \cdot \frac{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} + 7 \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2} \sqrt{1 \cdot \frac{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}} =$$

$$2(2 \sqrt{2+\sqrt{2}}) \cdot \sqrt{2 \sqrt{2+\sqrt{2}}} + 2(2 \sqrt{2+\sqrt{2}} + \frac{7}{2} \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}) \\ (4 - 2\sqrt{2+\sqrt{2}})\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}} + 4 - 2\sqrt{2+\sqrt{2}} + \frac{7}{2}\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}} \sqrt{1}.$$

$$4\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}} + 2\sqrt{(2\sqrt{2})(2-\sqrt{2+\sqrt{2}})}$$

64.

$$35+21+7+1$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 2 \ln 3 + 3z \ln 2 = \ln 3 + \ln 2$$

$$3 \ln 2 (x+y+z) + x \ln 2 + z \ln 3 = \ln 3 + \ln 2$$

$$(M-(x+h))^2 - (M-(x+h))^2 = 792 \text{ (правило)} \quad h > 0$$

$$M^2 - 2Mx - 2Mh + x^2 + 2xh + h^2 - \\ M^2 - 2Mx - 2Mh + x^2$$

$$\frac{70}{99}$$

500

$$\begin{array}{r} 495 \\ + 5 \\ \hline 500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ - 36 \\ \hline 2 \\ + 29 \\ \hline 35 \\ + 35 \\ \hline 70 \\ - 90 \\ \hline 70 \end{array}$$

495

$$\begin{array}{r} 495 \\ + 5 \\ \hline 500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ - 36 \\ \hline 2 \\ + 29 \\ \hline 35 \\ + 35 \\ \hline 70 \\ - 90 \\ \hline 70 \end{array}$$

$$(M-(x+h))^2 - (M-(x+h))^2 = 792$$

$$\begin{array}{r} 495 \\ + 5 \\ \hline 500 \end{array}$$