



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
(из)

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1)

Сумма углов n -угольника: $\left(\frac{2a_1 + d(n-1)}{2}\right) \cdot n$

Сумма углов в n -угольнике: $(n-2) \cdot 180^\circ \rightarrow$ П.ч. углы заданы суммой,

по: $\left(a_1 + \frac{d}{2}(n-1)\right)n = (n-2) \cdot 180^\circ$; По условию: 147 (в первом угле)

и сохраним формулу ~~то~~): $(147 + n-1)n = (n-2)180 \Rightarrow 142n + n^2 = n \cdot 180 - 360$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$D_1 = 361 - 360 = 1$$

$$n_{1,2} = \frac{38 \pm 1}{2} = \begin{cases} 18 \\ 20 \end{cases}, \text{ Если } n=20, \text{ то } a_{20} = 147 + 2 \cdot 10 = 167^\circ \approx 170^\circ \sim \text{Что} \\ (a_i < 180^\circ)$$

невозможно, так как многоугольник выпуклый $\Rightarrow n=18$, Проверим его

$a_{18} = 147 + 2 \cdot 17 = 171^\circ \sim \text{Что возможно} \Rightarrow n=18 \sim$ Проверим и является наибольшим

Ответ: 18 вершин.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№02)

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$$

$$2^{4x+3y+3z} = 2^1 \cdot 3^1$$

$$\forall x, y, z \in \mathbb{Z}, \text{ тогда } \begin{cases} 4x+3y+3z=1 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x+3y=-2 \\ 4x+3y=6-8 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \min$$

$$z=1:$$

$$x^2 + y^2 + 1 \rightarrow \min$$

$$(2+4R)^2 + (-2-3R)^2 + 1 \rightarrow \min$$

$$\forall x, y \in \mathbb{Z}, \text{ то}$$

$$\begin{cases} (y-2):4 \rightarrow y-2=4R, R \in \mathbb{Z} \\ (-x-2):3 \rightarrow -x-2=3R, R \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=2+4R \\ x=-2-3R \end{cases} R \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Пусть } f(t) = (2+4t)^2 + (-2+3t)^2 + 1$$

$$f'(t) = 2(2+4t) \cdot 4 + 2(-2+3t) \cdot 3; \Rightarrow 16 + 32t + 12 + 6t$$

$$\text{Найдем минимальную точку: } 50t + 28 = 0$$

$$t = -\frac{28}{50} = -\frac{14}{25}; f'(t) =$$

Неудачливо функция имеет свою минимальную точку $t = -\frac{14}{25}$ \nearrow $t=0$

$$\text{или } t=-1: f(0) = 16 + 4 + 1 = 21$$

$$f(-1) = 4 + 1 + 1 = 6 \quad \checkmark \Rightarrow \text{Климакс}$$

значит в $f(-1)$ и оно равно 6 \checkmark это и есть ответ

~~Ответ: $x^2 + y^2 + z^2 \geq 6$~~ Проверим $R=-1: x=-2+3=1; z=1 \Rightarrow$ Дано вычислим

$$y=2-4=-2$$

числовые значения: $1 \cdot \ln 16 - 2 \ln 8 + \ln 24 = \ln 6 \Rightarrow 4 \ln 2 - 6 \ln 2 + \ln 6 + 1 \ln 2 = \ln 6 \checkmark$

и верно. Неудачливо $R=1$; не подходит. Ответ: $x^2 + y^2 + z^2 \geq 6$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№37 Набор: $n; n+1; n+2; n+3; n+4; n+5; n+6; n \in \mathbb{N}$

Полная сумма: $7n+21$

$$p^2 - q^2 = 792 \Rightarrow (p+q)(p-q) = 792 \cdot 2 = 1584 \quad ; \quad p, q \sim \text{Тростное число}$$

~~Получим $2p/p+q = 1+p$ $2p = 1+p^2$ $p^2 - 2p + 1 = 0$ $(p-1)^2 = 0$ $p=1$ $q=2$ $p+q=3$ $p-q=1$ $p^2-q^2=3^2-1^2=8$~~
~~Приведем к виду, когда сумма будет равна 1584:~~

$$\begin{cases} p-q=2 \\ p+q=796 \end{cases} \Rightarrow 2p=798 \Rightarrow p=399 \sim \text{Тростное} \Rightarrow q=397 \sim \text{Тростное}$$

Кемидей набор M , n из которых одна из чисел из упоряд

эти числа (разные 6-ки): (30; 31; 32; 33; 34; 35; 36)

$$\Sigma \text{ набор: } 7 \cdot 30 + 21 = 210 + 21 = 231$$

$$\begin{array}{l} 231 - 31 = 199 \\ 231 - 34 = 197 \end{array} \sim \text{Числа без ведущих нулей}$$

Одних из 6-ки

Отв: $M: \{30; 31; 32; 33; 34; 35; 36\}$



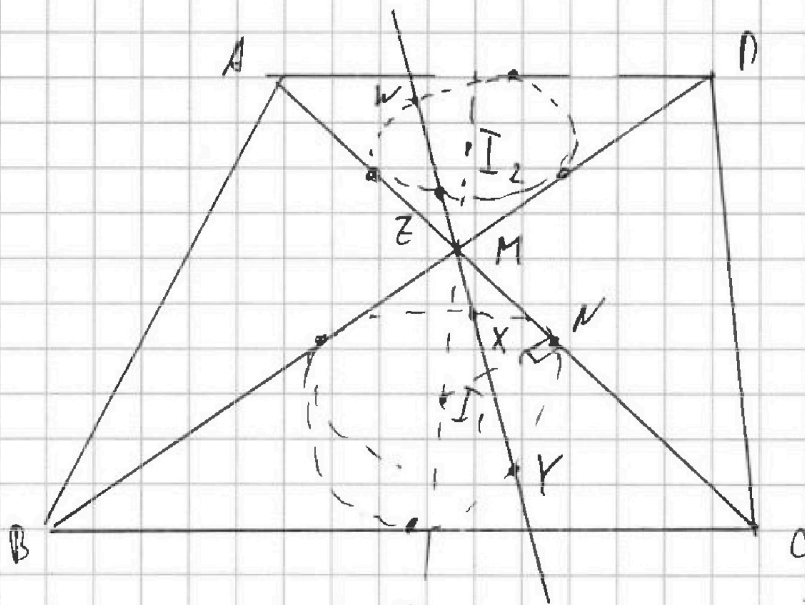
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 04)



$$I_1 I_2 = \frac{13}{2}$$

$$MZ \cdot MY = 5$$

Решение:

1) Так $\angle BMC = \angle AMD$, то биссектрисы углов BMC и AMD

2) $\angle BCM = \angle MAD$ (т.к. $AD \parallel BC$ и секущая AC), следовательно $\angle DBC = \angle ADB$

$\Rightarrow \triangle AND \sim \triangle CMB$, коэффициент подобия $= \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$

3) Треугольники MZ и MX , MW и MY — подобные треугольники

$$\Rightarrow I_1 I_2 = MI_1 + \frac{1}{2} I_1 M = \frac{13}{2} \Rightarrow I_1 M = \frac{13}{3}$$

4) Аналогично: $MZ \cdot MY = MY \cdot MX \cdot \frac{1}{2} = 5 \Rightarrow MX \cdot MY = 10$

5) Пусть N — точка касания CD , MC , тогда $MN^2 = MX \cdot MY = 10$

6) Огу Сегенена I_1 и I_2 , т.к. N — точка касания, то $\angle I_1 N I_2 = 90^\circ$

Тогда по Теореме Пифагора $I_1 I_2^2 = \frac{169}{9} - 10 = \frac{79}{9} \Rightarrow I_1 I_2 = R_{\omega_1} = \frac{\sqrt{79}}{3}$

Ответ: $R_{\omega_1} = \frac{\sqrt{79}}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Печать QR-кода недопустима!

№051

$$5 - 4\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) \sqrt{4\cos\frac{\pi}{2} - 5\sin\frac{\pi}{4}}$$

Пусть $t = \sin\frac{\pi}{4}$; Тогда $t > 0$ и м.к. $\sin x \uparrow$ на $(0; \frac{\pi}{2})$ $t < \frac{1}{2}$

$$\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 3\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) - 4\sin^3\left(\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow 3t - 4t^3$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 - 2\sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow 1 - 2t^2$$

Тогда исходное выражение имеет вид:

$$5 - 4(3t - 4t^3) \sqrt{4(1 - 2t^2)} - 5t$$

$$5 - 12t + 16t^3 \sqrt{4 - 8t^2} - 5t$$

$$\sqrt{4 - 8t^2} = \sqrt{4(1 - 2t^2)} = 2\sqrt{1 - 2t^2}$$

$$1 + 16t^3 \sqrt{2t - 8t^2}$$

$$\text{Пусть } f(t) = -16t^3 + 7t - 8t^2$$

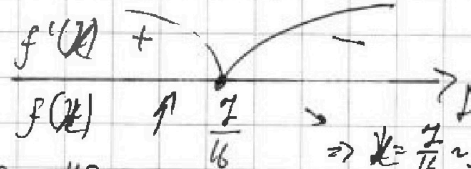
$$1 + 16t^3 > 1, \pi \times t > 0$$

$$\text{Пусть } 7t - 8t^2 = f(t) \text{ Пусть } 7x - 8x^2 = f(x)$$

Исследуем $f(x)$ на монотонность: $f'(x) = 7 - 16x$

$$\text{Корень: } x = \frac{7}{16}$$

Тогда монотонность:



$$f\left(\frac{7}{16}\right) = 7 \cdot \frac{7}{16} - 8 \cdot \frac{49}{16^2} - \frac{49}{8 \cdot 4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{7}{16} \sim \text{максимум}$$

$$\frac{7}{16} < \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$f(x) = 7x - 8x^2 \sim \text{парабола ветвь вверх, а м.к. } f\left(\sin\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right) = \frac{7}{2} - 2 = 2.5$$

$$\text{А м.к. } \sin\frac{\pi}{4} < \sin\frac{\pi}{2}, \text{ то } f\left(\sin\frac{\pi}{4}\right) < f\left(\sin\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow 7t - 8t^2 < 7 - 8 \cdot 1 = -1, \text{ а } 1 + 16t^3 > 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{делая член больше: } \Rightarrow 5 - 4\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) > 4\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - 5\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\text{Ответ: } 5 - 4\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) > 4\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - 5\sin\left(\frac{\pi}{4}\right).$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(x) = -16x^3 - 8x^2 + 7x$$

$$g\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right) = \frac{\sqrt{7}-1}{2}$$

$$\frac{\sqrt{7}-1}{2} \cdot \frac{\sqrt{7}+1}{2\sqrt{2}} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{8}+1 \Rightarrow \frac{2\sqrt{7}+4}{8}$$

$$\sqrt{\frac{4-2\sqrt{7}}{8}} = \frac{\sqrt{7}-1}{2\sqrt{2}}$$

$$\left(\frac{\sqrt{7}-1}{2\sqrt{2}}\right)^2 =$$

$$\frac{(\sqrt{7}-1)^2}{8} = \frac{4-2\sqrt{7}}{8} + 7 \cdot \frac{\sqrt{7}-1}{2\sqrt{2}}$$

-16

$$\sqrt{\left(\frac{4-2\sqrt{7}}{8}\right)} \cdot \frac{\sqrt{7}-1}{2\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{7}-4-6+2\sqrt{7}}{16\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{7}-10}{16\sqrt{2}}$$

$$-16 \cdot \frac{8\sqrt{7}-10}{16\sqrt{2}} - 8 \cdot \frac{4-2\sqrt{7}}{8} + 7 \cdot \frac{\sqrt{7}-1}{2\sqrt{2}}$$

$$= -8 - 8\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} + 5\sqrt{2} - 4 + 2\sqrt{7} + \frac{7}{2\sqrt{2}}(\sqrt{7}-1)$$

$$= -8 - 8\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} + 5\sqrt{2} - 4 + 2\sqrt{7} + \frac{7}{2} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} - \frac{7}{2\sqrt{2}}$$

$$= -\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} - 4 - \frac{7}{2\sqrt{2}} + 5\sqrt{2} + 2\sqrt{7}$$

$$\frac{-2\sqrt{7}-7}{2\sqrt{2}} - 4 + 5\sqrt{2} + 2\sqrt{7}$$

$$\frac{10,4}{5,2} = 2$$

$$\frac{2\sqrt{7}+7}{2\sqrt{2}} \approx 2,4$$

$$\frac{5\sqrt{2}+2\sqrt{7}-4}{2} \approx 10,4$$

$$\approx 6,4$$

$$-16 \cdot \frac{1}{64} - 8 \cdot \frac{1}{16} + \frac{7}{4}$$

$$-\frac{1}{4} - \frac{1}{2} + \frac{7}{4} > 1$$

$$f\left(-\frac{7}{10}\right)$$

$$+16 \cdot \frac{343}{10^3} - 8 \cdot \frac{49}{100} - \frac{49}{10}$$

$$\frac{6488 - 3920 - 4900}{10^3}$$

21

x343

16

2058

343

6488

2

40

x8

392



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2,2 = 204 \cdot 22 \cdot 11 = 16 \cdot 2 \cdot 11$$

$$2 \cdot 88$$

$$2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 11$$

~~100, 4~~

$$\frac{192}{22} = 1 \frac{17}{22}$$

$$16 \cdot 22$$

$$44; 18$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ 12 \\ \times 12 \\ \hline 171 \\ 24 \\ \hline 361 \end{array}$$

$$\frac{42}{22} = 1 \frac{17}{32}$$

$$2p = 58$$

$$2p = 62$$

$$p = 29$$

$$p = 31$$

$$q = 20$$

$$q = 313$$

~~88-9~~

~~74+11=~~

$$2p = 106$$

2i

$$16 \cdot 11 = 306; 2$$

$$6n + 11 - i = 31 \Rightarrow 6n = 10 + i$$

$$6n + 11 - q = 713 \Rightarrow 6n = q - 8 + q$$

$$p = 98$$

$$\begin{array}{r} 143 \\ + 3p \\ \hline 281 \end{array}$$

$$2p = 198$$

$$6n + 21 - i = 199 \Rightarrow 6n = 178 + i$$

$$6n + 21 - q = 107 \Rightarrow 6n = 176 + q$$

$$\begin{array}{r} 143 \\ + 34 \\ \hline 177 \end{array}$$

$$p = 199$$

$$q = 197$$

i =

$$6n = 170$$

n = 28

~~1.05~~
1.05)

$$5 - 4(3 \sin \frac{\pi}{4} - 4 \sin^3 \frac{\pi}{4}) \sqrt{4(1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{4})} - 5 \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\sin \frac{\pi}{4} = 1$$

$$5 - 12 + 16 \sqrt{4 - 8} - 5$$

$$1 + 16 \sqrt{4 - 8} - 8$$

$$1(7 - 8)$$

$$7 - 8 < 0$$

$$\frac{7}{8}$$

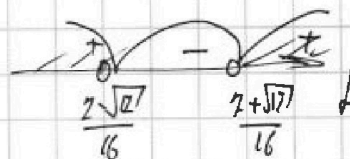
$$1(7 - 8) \sqrt{1}$$

$$7 - 8 \quad 7 - 8 - 1 < 0$$

$$-8 - 7 + 1 < 0$$

$$D = 49 - 32 = 17^2$$

$$t_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{17}}{-16}$$



$$8t^2 - 7t + 1 > 0$$

$$D = 49 - 32 = 17^2$$

$$t_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{17}}{16}$$

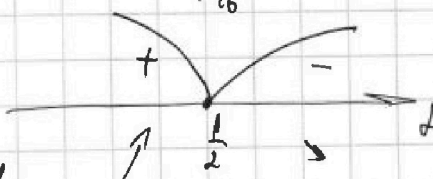
$$\frac{7 - \sqrt{17}}{16} \sqrt{\sin \frac{\pi}{4}}$$

$$16t^2 + 1 \sqrt{7 - 8} - 8$$

$$f(t) = 7t - 8t^2$$

$$f'(t) = 7 - 16t$$

$$t = \frac{7}{16} = \frac{1}{2}$$



$$\frac{7}{2} - 4$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{\frac{37+2}{4}} = \sqrt{\frac{37+2}{8}}$
 $\frac{\sqrt{37+2}}{2\sqrt{2}}$
 $\sqrt{\frac{37}{4} + \frac{1}{2}} = x$
 $\sqrt{\frac{37}{4} + \frac{1}{2}} = x$
 $E \Rightarrow \frac{\pi}{2} = 2 \cdot \frac{3}{4} - 1$
 $\frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$

$f(\frac{1}{2}) = -16 \cdot \frac{1}{8} - 8 \cdot \frac{1}{4} + \frac{7}{2}$
 $-2 - 2 + \frac{7}{2} = \frac{5}{2}$
 $f(\frac{1}{4}) = -16 \cdot \frac{1}{16} - 8 \cdot \frac{1}{8} + \frac{7}{4}$
 $-1 - 8 + \frac{7}{4} = -8 - \frac{15}{4} = -\frac{47}{4}$

$48t^2 + 16t - 7 = 0$
 $\Delta_1 = 64 + 336 = 400 = 20^2$
 $t_{1,2} = \frac{-8 \pm 20}{48} = \frac{-8 \pm 20}{48}$
 $t_1 = \frac{12}{48} = \frac{1}{4}$
 $t_2 = \frac{-28}{48} = -\frac{7}{12}$

$R = -4$
 $\Delta_1 = 16 + 16 \cdot 7 = 16 \cdot 8 = 128$
 $t = \frac{4 \pm 8\sqrt{2}}{48} = \frac{1 \pm 2\sqrt{2}}{12}$

$f(\frac{1}{4}) = -16 \cdot \frac{1}{64} - 8 \cdot \frac{1}{16} + \frac{7}{2}$
 $-\frac{1}{4} - \frac{1}{2} + \frac{7}{2} = \frac{5}{4}$

$f(\frac{1}{2}) = -16t^3 - 8t^2 + 7t$
 $f(\frac{1}{4}) = -16(\frac{1}{4})^3 - 8(\frac{1}{4})^2 + 7(\frac{1}{4}) = -1 - 2 + \frac{7}{4} = \frac{1}{4}$

$f(\frac{1}{2}) = -16t^3 - 8t^2 + 7t$
 $f(\frac{1}{2}) = -16(\frac{1}{2})^3 - 8(\frac{1}{2})^2 + 7(\frac{1}{2}) = -4 - 2 + \frac{7}{2} = -\frac{5}{2}$

$16t^3 + 8t^2 - 7t = 0$
 $t(16t^2 + 8t - 7) = 0$
 $t = 0$
 $\Delta_1 = 64 + 392 = 456$
 $t_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{456}}{32}$

$n(n-1) \cdot \frac{2\alpha_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = (n-2)180^\circ$
 $(149^\circ + n-1)n = (n-2)180^\circ$
 $142n + n^2 = 180n - 360$
 $n^2 - 38n + 360 = 0$
 $\Delta_1 = 1444 - 1440 = 4$
 $n_{1,2} = \frac{38 \pm 2}{2} = 20, 18$

$n = 18$
 $d = 2^\circ$
 $\alpha_1 = 149^\circ$
 $\alpha_2 = 149^\circ$

$R = 4$
 $\Delta_1 = 64 + 336 = 400$
 $t_{1,2} = \frac{-8 \pm 20}{48}$
 $t_1 = \frac{12}{48} = \frac{1}{4}$
 $t_2 = \frac{-28}{48} = -\frac{7}{12}$

$R = -4$
 $\Delta_1 = 16 + 16 \cdot 7 = 16 \cdot 8 = 128$
 $t = \frac{4 \pm 8\sqrt{2}}{48} = \frac{1 \pm 2\sqrt{2}}{12}$

$n = 20$
 $d = 2^\circ$
 $\alpha_1 = 149^\circ$
 $\alpha_2 = 149^\circ$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№01) $d=2^\circ$

$\alpha_1 = 143^\circ$

$\alpha_2 = 179^\circ$

$\frac{2 \cdot 143^\circ + 2^\circ}{2} \cdot 10$

$\frac{286^\circ + 2^\circ}{2} \cdot 10$

$\frac{143^\circ + 180^\circ}{161}$

$3 \rightarrow 110^\circ$

$4 \rightarrow 360^\circ$

$n \leq 10$

n членов

$\frac{n(n-2)}{2} \cdot 110^\circ$

$n(n-2) \cdot 90^\circ$

$n(n-2)$

3: 3-1

4: 4-2

$\frac{180^\circ}{n(n-2)}$

$\frac{180^\circ}{4 \cdot 2} = 22.5$

$\frac{1424}{88} = 16.18$

№02) $n; n+1; n+2; n+3; n+4; n+5; n+6$

$S = 7n+21$

$\frac{7}{99}$
 $\frac{8}{792}$

$8; 99$

$\begin{cases} a_1 + a_2 = 99 \\ a_1 - a_2 = 8 \end{cases} \Rightarrow 2a_1 = 107$

$\frac{792}{4} = 198$
 $\frac{198}{39} = 5.07$
 $\frac{198}{16} = 12.37$
 $\frac{198}{12} = 16.5$

$p^2 - q^2 = 792$

$792 = 2 \cdot 396$

$4 \cdot 198$

$8 \cdot 248.18$

$8 \cdot 18.11$

№05) $5 - 4\sin(\frac{3\pi}{14}) \sqrt{4\cos(\frac{\pi}{7}) - 5\sin(\frac{\pi}{14})}$

$\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$

$5 - 4(3\sin^3 \frac{\pi}{14} - 4\sin^9 \frac{\pi}{14}) \sqrt{4(1 - \cos^2 \frac{\pi}{7}) - 5\sin \frac{\pi}{14}}$

$5 - 4(3t^3 - 4t^9) \sqrt{4(1 - t^2) - 5t}$

$5 - 12t - 16t^3 \sqrt{4 - 8t^2 - 5t}$

$\sin \frac{\pi}{14} < \sin \frac{\pi}{6}$

$\frac{1}{2}$

$5 - 12t + 16t^3$

$5 - 12t + 16t^3$

$\sqrt{4 - 8t^2 - 5t}$

$\sqrt{\frac{1}{2}(16 - 8t - 5t^2)}$

$(2t-1) \sqrt{4 - 8t^2 - 5t} + 4(1 - 2t^2)$

$\frac{5(1+t) \sqrt{12t - 16t^3 + 4 - 8t^2}}{4(8t - 4t^3 + 1 - 8t^2)}$

$x=0$

$x(7-8x) \Rightarrow x = \frac{7}{8}$

$4(3t - 4t^3 + 1 - 8t^2) \sqrt{5}$

$4(3t - 4t^3 - 8t^2) \sqrt{1}$

$t^3 < t \Rightarrow -t^3 > -t$
 $t^2 < t \Rightarrow -t^2 > t$

$4(3t - 4t^3 - 8t^2) < 4(3t - 4t - 8t)$

$4(3t - 12t)$

-4



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 12t + 16t^3 \vee 4 - 8t^2 - 5t \quad t = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$1 - 12t + 16t^3 \vee -8t^2 - 5t$$

$$\frac{1 + 16t^3 \vee -8t^2 + 7t}{> 0}$$

$$t(-8t + 7)$$

$$\begin{aligned} -8t + 7 &< 1 \\ -8t &< -6 \\ t &> \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6 &< 8t \\ t &> \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$1 = \cos^2 \frac{\pi}{4} + t^2$$

$$\cos^2 \frac{\pi}{4} + 1^2 + 16t^3 \vee -8t^2 + 7t$$

$$\cos^2 \frac{\pi}{4} + 16t^3 \vee -8t^2 + 7t$$

$$5 - 4\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) \vee 4\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - 5\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \quad t(-9t + 7)$$

$$\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 3\sin\frac{\pi}{4} - 4\sin^3\frac{\pi}{4}$$

$$7 - 9t \vee 0$$

$$\cos\frac{\pi}{2} = 1 - 2\sin^2\frac{\pi}{4}$$

$$7 - 9t < 0$$

$$t > \frac{7}{9}$$

$$5 - 4(3t - 4t^3) \vee 4(1 - 2t^2) - 5t$$

$$5 - 12t + 16t^3 \vee 4 - 8t^2 - 5t$$

$$1 - 7t + 16t^3 \vee -8t^2$$

$$1 - 7t \vee -8t^2 - 16t^3 < 0$$

$$1 - 7t \vee 0$$

$$\begin{aligned} 1 - 7t &> 0 \\ t &< \frac{1}{7} \end{aligned}$$

$$\cos\frac{\pi}{6} = 2\cos^2\frac{\pi}{12} - 2\sin^2\frac{\pi}{12}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3\sin\frac{\pi}{12}$$

$$702 = (p - q)(p + q)$$

$$9 \cdot 8$$

$$11 \cdot 72 \quad 22 \cdot 36$$

$$a_1 + a_2 = 96$$

$$a_1 - a_2 = 22$$

$$\rightarrow 2a_1 = 118$$

$$t = \frac{1}{7}$$

$$\frac{1}{8} = 2x - 4x^2 \quad \frac{1}{2} = 3x - 4x^3 \quad | \cdot 2$$

$$1 = 6x - 8x^3$$

$$8x^3 - 6x + 1 = 0$$

$$8 \cdot \frac{1}{8} - 6 \cdot \frac{1}{2} + 1$$

$$1 - 3 + 1$$

$$8 \cdot \frac{1}{343} - 6 \cdot \frac{1}{7} + 1 > 0$$

36

29

7

$$1; 2; 3; 4; 5; 6; 7$$

$$11 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 4$$

$$44; 18$$

$$1; 2; 3; 4; 5; 6; 7$$

$$1 + 2 + 3 + 4$$

$$7n + 21$$

$$2a_2 = 62$$

$$a_2 = 31$$

$$2a_1 = 62$$

$$a_1 = 31$$

$$6n = 140$$

$$6n + 15 = 31$$

$$n; n+1; n+2; n+3; n+4; n+5; \dots; n+h+6$$

$$6n + 15 = 71$$

$$6n = 56$$

$$6n + 16 = 71 \rightarrow 6n = 55 \rightarrow n = 9 \frac{1}{6}$$

16



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1.01) $\frac{n(n-2)}{180}$: n -угольник
 $n(n-2) \sim$ количество углов у n -угольника $d=2^\circ$
 $143^\circ = a_1$
 $2a_1 + d$ $a_1 + a_n; a_n = a_1 + d(n-1)$

$n \cdot (n-2) \cdot 110^\circ$
 $\& 4 \cdot 2 = 180^\circ$
 $\left(\frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \right) n = n(n-2) \quad | : n \neq 0$

$3 \rightarrow 180^\circ$ $n(n-2)$
 $4 \rightarrow 360^\circ$ $3 \cdot 1 \cdot (60^\circ)$ $143^\circ + \frac{2^\circ}{2}(n-1) = n-2$
 $4 \cdot 2 \cdot (60^\circ)$ $143^\circ + 1^\circ n - 1^\circ = n-2$

$143^\circ \xrightarrow{+36^\circ} 145^\circ > 147^\circ$; $a_n < 180^\circ$
 $+36^\circ$ 179° $n(n-2) = 10 \cdot 17$
 $a_n =$ 147°

$\frac{(147^\circ + 179^\circ)}{2} \cdot 19 =$
 $143^\circ \cdot 177$
 $\frac{143^\circ \cdot 8 + 2^\circ \cdot 18}{2} \cdot 19 =$
 $\frac{143^\circ}{2} + \frac{18^\circ}{2}$
 $161^\circ \cdot 19$
 161

1.02) $x, y, z \in \mathbb{Z}$ $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$ $x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \min$
 2^4 2^3 $4 \cdot 6$

$4 \ln 2 \cdot x + 3 \ln 2 \cdot y +$ $\ln 8 (x + y)$
 $4 \ln 2 \cdot x + 3 \ln 2 \cdot y + z(\ln 6 + 2 \ln 2) \ln 16 = \ln(8) + \ln(2)$
 $x(\ln(8) + \ln(2)) + y(\ln 8) + z(\ln(8) + \ln(3)) = \ln 6$
 $\ln 2(x + y + z) + \ln 2 \cdot x + z \ln 3 = \ln 6$
 $\ln 2(x-1) + \ln 3(z-1) = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n.2) \quad x \cdot 4 \ln 2 + y \cdot 3 \ln 2 + z(\ln 6 + 2 \ln 2) = \ln 6$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$$

$$2^4 = 3 \cdot 2$$

$$24^z = 3^z \cdot 2^{2z}$$

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 3^z \cdot 2^{2z} = 2^1 \cdot 3^1$$

$$\forall x, y, z \in \mathbb{Z}: \quad 4x + 3y + 3z \cdot 2^z = 2^1 \cdot 3^1$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \min$$

$$R = -1:$$

$$4x + 3y + 3 = 1$$

$$z = 1$$

$$x = -2 + 1 = -1$$

$$4x + 3y = -2$$

$$4 \ln 2 - 8 \ln 2 + \ln 6 + 2 \ln 2$$

$$y = -1 - 4 = -5$$

$$z = 1$$

$$\ln 16 - 2 \ln 8 + \ln 24 = \ln 4x + 3y = 6 - 8$$

$$4(-x-2)$$

$$-2 - 3n = x$$

$$4n + 2 = y$$

$$3(y-2) = -4x - 4 \cdot 2$$

$$3(y-2) = -4(x+2)$$

$$y - 2 = 4R \quad \cancel{y=0}$$

$$(2+4R)^2 + (2+3R)^2$$

$$f(x) = (2+4R)^2 + (2+3R)^2$$

$$f(x)' = 8 \cdot (2+4R) \cdot 4 + 6 \cdot (2+3R) \cdot 3$$

$$-\frac{14}{25}$$

$$16 + 24x + 12 + 18x > 0$$

$$28 + 42x = 0$$

$$42x = -28$$

$$6x = -4$$

$$x = -\frac{2}{3}$$

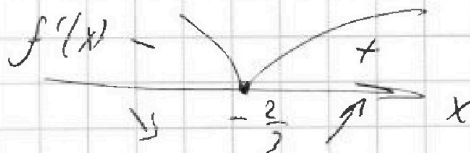
$$f(-1) = 4 + 1$$

$$f(0) = 4 + 4$$

$$4 + 16 + 16t^2 + 4 + 12t + 9t^2$$

$$8 + 28t + 25t^2$$

$$(8 + 28t + 25t^2 + 1)' = 28 + 50t$$



$$R=1: 3 \cdot 4 = 4 \cdot 3$$

$$R=2: 3 \cdot 8 = 4 \cdot 6$$

$$-x-2 = 3n$$

$$y = 4R + 2$$

$$-2 - 3n = x; n \in \mathbb{Z}; R \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{matrix} 31 & \Rightarrow & 44 \\ 13 & & 4 \end{matrix}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 44 \\ \sqrt{18} \\ \underline{352} \\ 44 \\ \underline{192} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 44 \cdot 18 \\ 4 \cdot 11 \cdot 9 \cdot 2 \\ 36 \\ 22 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 20_1 = 58 \\ a_1 = 29 \\ a_2 = 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 190 \\ + 190 \\ \hline 380 \\ \underline{16} \\ 396 \end{array}$$

$$n; n+1; n+2; n+3; n+4; n+5; n+6$$

$$7n + 21$$

$$\begin{array}{l} 4n+1 \\ 6n+15=31 \end{array}$$

$$6n+10=31$$

$$20 \cdot 400 - u = 306$$

$$2; 3; 4; 5; 6; 7; 8$$

$$6n=16$$

$$6n=12$$

$$198$$

$$14 + 21 = 35$$

$$1 \cdot \frac{7}{16} - 8 \cdot \frac{49}{8^2 \cdot 4}$$

$$6n = 31 - i$$

$$n=2$$

$$44$$

$$20_1 = 62 \Rightarrow a_1 = 31$$

$$\frac{40}{16} - \frac{49}{32}$$

$$6n + 21 - i = 31$$

$$6n + 21 - i = 31$$

$$19$$

$$a_2 = 13$$

$$6n = 10 + i$$

$$6n = 10 + i \quad i=2$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ + 18 \\ \hline 62 \end{array}$$

$$31 - x = 19$$

$$35$$

$$6n = 3 + i$$

$$6n + 10 = 31$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ - 18 \\ \hline 13 \end{array}$$

$$(p-q)(p+q) = 792 = 4 \cdot 11 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 1 \quad 198 \cdot 4$$

$$12 \Rightarrow 15 = i$$

$$6n = 12$$

$$199 + 10$$

$$n=2$$

$$192 + 10^*$$

$$6n + 21 - i = 100$$

$$\begin{array}{l} p-q = a \\ p+q = b \end{array}$$

$$2p = a+b$$

$$99 \cdot 4 = 396$$

$$6n + 21 - q = 197$$

$$2p = 398$$

$$\begin{array}{r} 396 \\ + 2 \\ \hline 398 \end{array}$$

$$6n = 178 + i \quad i=0 \vee i=6 \vee$$

$$p = 199$$

$$99 \cdot 4$$

$$190$$

$$\begin{array}{r} 190 \\ + 10 \\ \hline 200 \\ \underline{18} \\ 198 \end{array}$$

$$6n = \frac{1776 + q}{176} \quad q=2$$

$$\begin{array}{r} 178 \quad 16 \\ - \frac{12}{58} \quad 29 \\ \hline 54 \\ \underline{4} \end{array}$$

$$q = 108 \Rightarrow 107$$

$$99 \cdot 4$$

$$190$$

$$\begin{array}{r} 190 \\ + 10 \\ \hline 200 \\ \underline{18} \\ 198 \end{array}$$

$$n = \frac{1776 + q}{6}$$

$$30; 31; 32; 33; 34; 35; 36$$

$$i=2 \quad q=0$$

$$6n + 6n = 178 + i \quad i=2$$

$$7 \cdot n + 21$$

$$\frac{7 \cdot 30 + 21 = 231}{210}$$

$$6n = 176 + q \quad q=4 \rightarrow 6n = 180 \Rightarrow n = 30$$

$$210 + 21 = 231$$

$$\begin{array}{r} 231 \\ - 33 \\ \hline 198 \end{array}$$

$$2p = 202$$

$$201$$

$$p = 101$$

$$6n + 21 - i = 101$$

$$6n = 80 + i \quad i=4 \quad 6n = 84$$

$$231$$

$$q = 97$$

$$6n + 21 - q = 97$$

$$6n = 76 + q$$

$$231$$

$$\begin{array}{r} 231 \\ - 34 \\ \hline 197 \end{array}$$

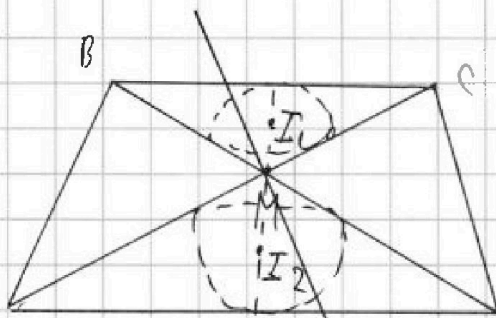


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$n; n+1; n+2; n+3; n+4; n+5; n+6$$

$$6n+21-6=101$$

$$6n+1+9=97$$

$$6n=80+1 \Rightarrow 81$$

$$6n=76+9 \Rightarrow 85$$

$$6n=88$$

$$n=13$$

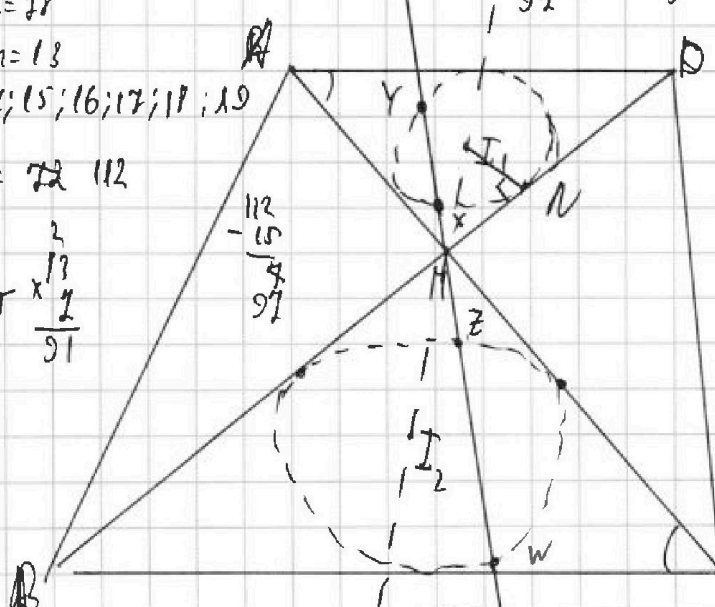
$$13; 14; 15; 16; 17; 18; 19$$

$$2n+21=72$$

$$72-13=59$$

$$59 \times \frac{13}{2} = \frac{767}{2}$$

$$\frac{91}{2} = \frac{112}{2}$$



$$I_1 I_2 = MI_1 + MI_2 = \frac{13}{2}$$

$$K = \frac{6}{2} \quad I_1 I_2 = I_1 M + I_2 M = \frac{13}{2} \quad K=2$$

$$M Z \cdot M Y = 5$$

$$2 \cdot M X \cdot M Y = 5$$

$$M X \cdot M Y = \frac{5}{2}$$

$$M N = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$I_1 N = \frac{169}{16} - \frac{5}{2} = \frac{169-90}{16} = \frac{79}{16} = \frac{\sqrt{79}}{4}$$

$$(p-q)(p+q) = 292 = 11 \cdot 22$$

$$22 \cdot 16 \Rightarrow 2 \cdot 11 \cdot 9 \cdot 4$$

$$19 \cdot 4$$

$$201 = 101$$

$$a_n = 79 \cdot 98 \cdot 97$$

$I_{LR} = ?$

$$I_1 I_2 = \frac{11}{2}$$

$$M Z \cdot M Y = 5$$

$$A D : B C = 1 : 2$$

$$\frac{M Y}{M Z} = K \Rightarrow$$

$$\frac{M Y}{M X} = K \quad \frac{M Y}{M W} = K$$

$$\frac{5}{M X \cdot M W} = K^2$$