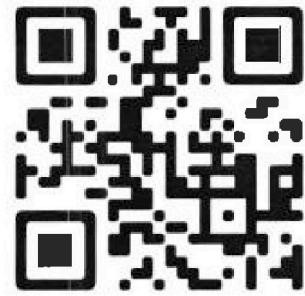




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 13

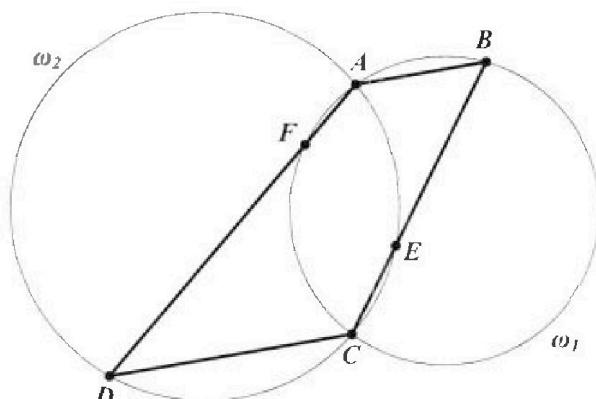
- [3 балла] В прямоугольном треугольнике длины катетов равны $|2x - 2|$ и $|x^2 + 3x|$, а длина гипотенузы равна $|3x + 1|$. Найдите x .
- [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x\sqrt{8} + y\sqrt{18} + z\sqrt{29} = \sqrt{32} + \sqrt{116}$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 - y^2 + z^2$.
- [4 балла] Назовём числа *хорошими*, если они представимы в виде $a(a + 1)$, где $a \in \mathbb{N}$. Найдите количество пар хороших чисел, разность которых равна $81 \cdot 10^{2024}$.
- [5 баллов] Решите неравенство

$$\frac{1}{\sqrt{4x - x^2 - 3} - 3} \leq \frac{1}{\sqrt{2x - x^2} - \sqrt{x^2 + x - 2}}.$$

- [5 баллов] Остроугольный треугольник ABC вписан в окружность с центром O , а AA_1 и BB_1 – его высоты. Найдите расстояние от точки O до стороны AC , если $AB_1 = 6$ и площадь треугольника OBA_1 равна 6.
- [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - 2xy + y^3 - 3y^2 - 1 = 0, \\ 2x - xy - y^3 + 5y^2 - 3y + 2 = 0. \end{cases}$$

- [6 баллов] Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AB и CD ($AB < CD$). Окружность ω_1 , описанная около треугольника ABC , повторно пересекает сторону AD в точке F , а окружность ω_2 , описанная около треугольника ACD , повторно пересекает сторону BC в точке E (точки E и F расположены так, как показано на рисунке). Найдите отношение длин отрезков AF и CE , если отношение радиуса окружности ω_1 к радиусу окружности ω_2 равно $1 : 2$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Для прямоугольного треугольника выполняется
 $|b|^2 + |2x-2|^2 + (|x^2+3x|)^2 = (13x+1)^2$, а также длина
сторон не может быть равной нулю, поэтому
 $|2x-2| \neq 0$ (1) }
 $|3x+x^2| \neq 0$ (2) } Условие
 $|3x+3| \neq 0$ (3) }
P.S $(|a|)^2 = a^2$

Решая ур-е (1), получаем:

- Раскроем все скобки и перенесем в одну часть:

$$x^4 + 6x^3 + 4x^2 - 14x + 3 = 0. \text{ Это эквивалентно}$$

$$(x-1)(x+3)(x^2+4x-1)=0$$

Но 1 и 3 не могут быть решениями, ибо
это противоречит (1) и (2) совершенствию. Но
такие решениями будут только корни квадратного
уравнения

$$x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$x = -2 \pm \sqrt{5}$$

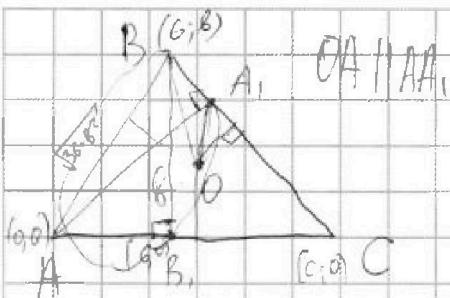
$$\text{Ответ: } x_1 = -2 - \sqrt{5}; x_2 = -2 + \sqrt{5}!$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\text{Черновик}$$

$$36 + B^2 = AA_1^2 - AB$$

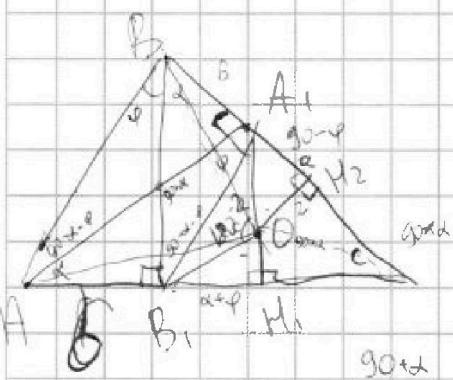
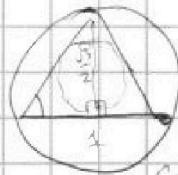
AB, A, B - Вписаный

$$2R = \frac{1}{\sin 60^\circ} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$R = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

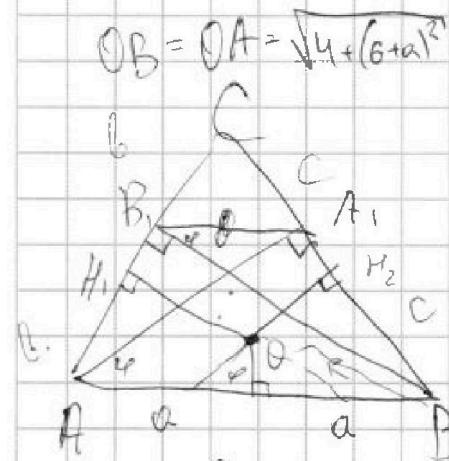
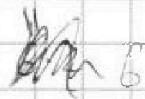
$$S = BB_1 \cdot R$$

$$S = BB_1 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}}$$



Не обозначены ли площади $\triangle OBA_1$ и $\triangle OAB_1$

$OH_1 \cdot AB_1 ? OH_2 \cdot BA_1$



(l_1, b, c)

$$A_1B = \sqrt{36 + x^2 - y^2}$$

$$S = 4a^2(c^2 - b^2) / R \cdot BB_1 \cdot \frac{c^2 - b^2}{b^2}$$

$$AA_1 \cdot \sqrt{b^2} = BB_1 \cdot \sqrt{R} \quad AA_1 = BB_1 \cdot \frac{\sqrt{R}}{\sqrt{b}}$$

$$R = \frac{S}{4abc}$$

$$AA_1B = \sqrt{4a^2 - (BB_1)^2}$$

$$\frac{S}{c}$$

$$RS = 2abc$$

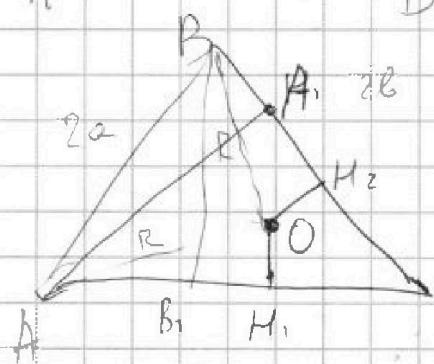
$$P = \frac{2abc}{S}$$

$$A_1B = \sqrt{4a^2 - BB_1^2}$$

$$OH_2 = \sqrt{R^2 - b^2}$$

$$AB_1 = \sqrt{4a^2 - BB_1^2}$$

$$OH_1 = \sqrt{R^2 - c^2}$$



$$4a^2c - (BB_1)^2$$

$$\frac{(b^2)}{4}$$

$$(4a^2 - (BB_1)^2) / (R^2 - b^2)$$

$$4a^2b^2 - (R \cdot BB_1 \cdot \frac{b}{2})^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть мы нашли две такие скобки, $a(a+3)$ и $b(b+1)$.

Рассмотрим их разность $a(a+3) - b(b+1)$ (поскольку $a \neq b$ для определенности). Тогда:

$$a^2 + a - b^2 - b = 81 \cdot 10^{2024}$$

$$(a-b)(a+b+1) = 81 \cdot 10^{2024}.$$

Заметим, что эти скобки имеют разную четность,

тогда одна скобка должна делиться на 2^{2024} , а вторая — вообще не делится на 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{\sqrt{4x-x^2-3}-3} \leq \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2}}.$$

$$\frac{1}{\sqrt{4x-x^2-3}-3} - \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2}} \leq 0$$

$$(\sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2}) - \sqrt{4x-x^2-3} \leq 0$$

$$(4x-x^2-3)(\sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2}) = 0$$

При решении ОДЗ уже видимо, что

$\sqrt{4x-x^2-3} < 0$, поэтому значение не реал., меня знаки неп-бо

$$\sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2}-\sqrt{4x-x^2-3} \geq 0$$

Числитель всегда больше знаменателя, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Чтобы разобрать знаменатели + и - можно. 5) $\sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2} \neq 0$

Позитив когда знаменатель > 0 , нег-бо $x \neq \frac{1 \pm \sqrt{12}}{4}$

$$\sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2} > 0$$

$\sqrt{2x-x^2} > \sqrt{x^2+x-2}$. Оба подкоренных выражения > 0 .

$$2x-x^2 > x^2+x-2$$

$$2x^2+x-2 < 0$$

$$x \in \left(\frac{1-\sqrt{12}}{4}, \frac{1+\sqrt{12}}{4} \right)$$

Учитывая ОДЗ, в ответ: $x \in \left[3, \frac{1+\sqrt{12}}{4} \right]$.

Если же числитель ≤ 0 , то и знаменатель ≤ 0 , такие случаи нам тоже подходят. Или же числ > 0 и знам < 0 - не подходит)

$$\sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2}-\sqrt{4x-x^2-3}+3 \leq 0$$

ОДЗ.

$$4x \neq 3$$

$$4x-x^2-3 \geq 0$$

$$(x-3)(x-1) \leq 0$$

$$x \in [1; 3]$$

$$x^2-2x \leq 0$$

$$x(x-2) \leq 0$$

$$x \in [0; 2]$$

$$x^2+x-2 \geq 0$$

$$(x+2)(x-1) \geq 0$$

$$x \in (-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$$

$$x \in [1; 2]$$

$$4x-x^2-3 \neq 3$$

$$x^2-4x+6 \neq 0$$

Итог ОДЗ:

$$x \in \left[\frac{1}{4}; \frac{1+\sqrt{12}}{4} \right] \cup \left(\frac{1+\sqrt{12}}{4}; 2 \right].$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

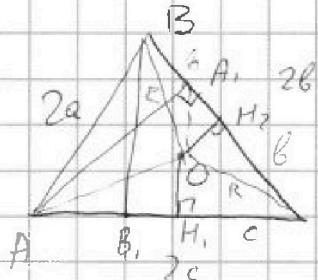
6

7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Введем следующие обозначения:

$AB = 2a$; $BC = 2b$, $AC = 2c$. Серединные

перпендикуляры к AC и BC соответственно, на пересечении которых и лежат O , OH_1 и OH_2 .

Также $AA_1 \cdot 2b = BB_1 \cdot 2c = 2S_{ABC} \Rightarrow AA_1 = BB_1 = \frac{S}{R}$.

Тогда по Th. Пифагора: $A_1B = \sqrt{(2a)^2 - (BB_1 \cdot \frac{S}{R})^2}$

$AB_1 = \sqrt{(2a)^2 - (BB_1)^2}$. Обозначив $OA = OB = OC$ за R , получим

$OH_1 = \sqrt{R^2 - c^2}$ ($\because H_1C = c$) и $OH_2 = \sqrt{R^2 - b^2}$ ($H_2B = b$).

Но $\sqrt{4a^2 - (BB_1 \cdot \frac{S}{R})^2} \sqrt{R^2 - b^2} = \sqrt{4a^2 - BB_1^2} \sqrt{R^2 - c^2}$.

Действительно: (всегда в квадрате, все положительны)

$$(4a^2 - (BB_1 \cdot \frac{S}{R})^2)(R^2 - b^2) = (4a^2 - BB_1^2)(R^2 - c^2)$$

$$4a^2c^2 - R \cdot BB_1^2 = 4a^2b^2 - (R \cdot BB_1 \cdot \frac{S}{R})^2$$

$$4a^2(c^2 - b^2) = R^2 \cdot BB_1^2 - \frac{c^2 - b^2}{b^2} \quad \text{Если } c^2 - b^2 > 0 \text{ выполняется,}$$

$$4a^2 = R^2 \cdot \frac{BB_1^2}{b^2} \quad \text{если нет - соглашаем}$$

Возьмем корень, все ради > 0

$$2ab = R \cdot BB_1. \quad \text{Но } BB_1 = \frac{S_{\triangle ABC}}{S}, \quad \text{а } R = \frac{2S_{\triangle ABC}}{S}$$

Таким образом доказано. Но тогда $A_1B \cdot OH_2 = OH_1 \cdot AB_1 = 2S_{\triangle A_1B_1}$

$$\Rightarrow OH_1 (\text{искомая величина, resp.}) = \frac{2S_{\triangle A_1B_1}}{AB_1} = \frac{2 \cdot S}{b} = 2.$$

Ответ: 2.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + 2xy + y^3 - 3y^2 - 1 = 0 \\ 2x - xy - y^3 + 5y^2 - 3y + 2 = 0 \end{array} \right.$$

$$x = \frac{y^3 - 5y^2 + 3y - 2}{2 - y}, \quad y \neq 2, \text{ это решение не подходит.}$$

Подставляем в первое ур-е и раскладываем скобки, получаем:

$$y - 8y^5 - 2y^4 + 8y^3 - 2y = 0$$

$$y(y+1)(y^4 - 8y^3 + 6y^2 - 2y - 2) = 0.$$

$$\text{При } y=0 \quad x = \frac{-2}{2-0} = -1.$$

$$\text{При } y=-1 : \quad \frac{-2+5-3-2}{2+2} = \frac{-1}{3}$$

Ответы $(-1; 0)$ и $(-\frac{1}{3}; -1)$.
(один из)

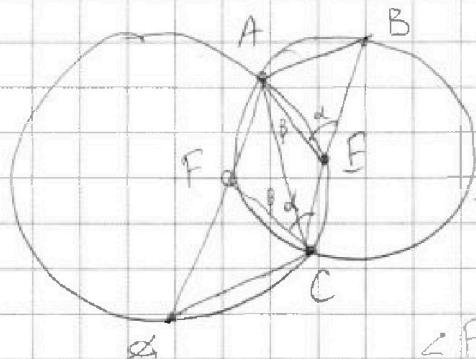


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



~~Док сюда~~

Решение: Для начала докажем,
что $AE \parallel FC$. Пусть $\angle FCE = \alpha$, тогда

$\angle FAB = 180^\circ - \alpha$ Вписанные углы $\angle FAB$, тогда

$\angle AOC = \alpha$ из теоремы, что $\angle AOC = \angle ABC$. Тогда $\angle AEB = \alpha$

из вписанных углов $\angle ACE = \angle ACF$ как наружст лежащие. Тогда:

$$\frac{EC}{\sin \alpha} = 2R(w_2), \quad \text{и} \quad \frac{AF}{\sin \alpha} = 2R(w_1) \Rightarrow \frac{AF}{CE} = \frac{R(w_1)}{R(w_2)} = \frac{1}{2}.$$

Ответ: $\frac{1}{2}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x-x^2} - \sqrt{x^2+x-2} \leq \sqrt{4x-x^2-3}$$

меньше 0
должен быть

$$x \in \left(\frac{1+\sqrt{17}}{4}, 2\right] \text{ - уже}$$

помогли.

Тогда возведение в квадрат не схва меняет знак

$$2x - x^2 - x + 2 - 2\sqrt{2x-x^2}\sqrt{x^2+x-2} \geq 9 + 4x - x^2 - 3 - 6\sqrt{4x-x^2-3}$$

$$x^2 + 3x + 4 \leq -6\sqrt{4x-x^2-3} - 2\sqrt{2x-x^2}\sqrt{x^2+x-2}$$

~~$$-6\sqrt{4x-x^2-3} - 2\sqrt{2x-x^2}\sqrt{x^2+x-2} \geq -6\sqrt{4x-x^2-3}$$
 При $x \in \left(\frac{1+\sqrt{17}}{4}, 2\right]$~~

~~Это выражение может возрасти. Поэтому $f(x) = 4x - x^2 - 3$~~

~~при $x = 1,25 \leq f(x)$ при $x \in \left(\frac{1+\sqrt{17}}{4}, 2\right]$ ⇒ Со знаком
минус подходит, $6\sqrt{4x-x^2-3}$~~

~~$x^2 + 3x + 4 > 0$ при $x \in [1, 2]$, а при $x < 0$. То есть, такое не выполняется при $x \in [0, 3] \rightarrow$ это невозможно~~

Ответ: $x \in \left[1; \frac{1+\sqrt{17}}{4}\right)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x\sqrt{8'} + y\sqrt{18'} + z\sqrt{29'} = \sqrt{32'} + \sqrt{116'}$$

$$2x\sqrt{2'} + 3y\sqrt{2'} + z\sqrt{29'} = 4\sqrt{2} + 2\sqrt{29'}$$

$$(z-2)\sqrt{29'} = \sqrt{2'}(4-2x-3y).$$

Если $z \neq 2$, можем поделить на $(z-2)$; и $4-2x-3y \neq 0$

$$\frac{\sqrt{29'}}{z-2} = \frac{4-2x-3y}{z-2}.$$

Рациональное число равно иррациональному, противоречие. Тогда $z=2$, а

$$4-2x-3y = \frac{0}{\sqrt{2}} = 0.$$

Нам нужно минимизировать (x^2+y^2) . При этом $2x+3y=4$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Решая одновременно уравнение,

получаем: $x=2-3t$, $y=2t$, $t \in \mathbb{Z}$. И (x^2+y^2) тогда:

$(2-3t)^2 + (2t)^2 = 5t^2 - 12t + 4$, перебирая с верхними
верхами достигает минимума в $x_{\min} = \frac{7+12}{5 \cdot 2} = \frac{6}{5}$. Ближайших целых точек (из симметрии) и будет
 t_{\min} (в других целых точках значение будет
больше, параллель симметричные относительно верхней)

Тогда $t_{\min} = 1$ (ближе всего к $\frac{6}{5}$), $x = -1$; $y = 2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = (-1)^2 + 2^2 + 2^2 = 1. \text{ Ответ: 1}$$

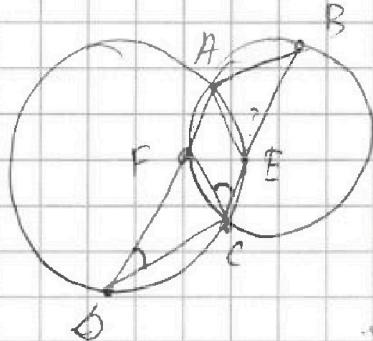


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$FCE = 180 - FAB \text{ (из вн.)} \Rightarrow ADC = \angle AEB$$

$$AE \parallel FC$$

$$\text{Дно } a-8: 2 - 8 = 2^{2024} \cdot X \quad X \leq 10^{1012} \cdot 9$$

$$28 + 3 > 0$$

$$a = 6 + 2^{2024} \cdot X$$

$$1 + 28 + \cancel{3} + \cancel{2^{2024}} \cdot X = \frac{81 \cdot 5^{2024}}{X}$$

Не больше
половины 5

$2^{2024} \cdot X$

0 трех

1/4 трех

$$28 = \frac{81 \cdot 5^{2024}}{X} + 2^{2024} \cdot X - 1$$

$$28 = \frac{81 \cdot 5^{2024}}{X} + 2^{2024} \cdot X - 1$$

ΔABC

$$y^2 - 2xy + 2y^2 - 2$$

$$2y^2 - 2xy + 6y^2 - 2 = 0$$

$$a(a-1) + b(b-1) / (a-1)(a+b+3) = 81 \cdot 10^{2024}$$

делится на 81

$$28 = \frac{81 \cdot 5^{2024}}{X} + 2^{2024} \cdot X - 1$$

$$2^{2024} \left(\frac{5^{2024}}{X} + 2^{2024} \cdot X - 1 \right) = 81 \cdot 10^{2024}$$

$$2^{2024} \left(\frac{5^{2024}}{X} + 2^{2024} \cdot X - 1 \right) = 81 \cdot 10^{2024}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

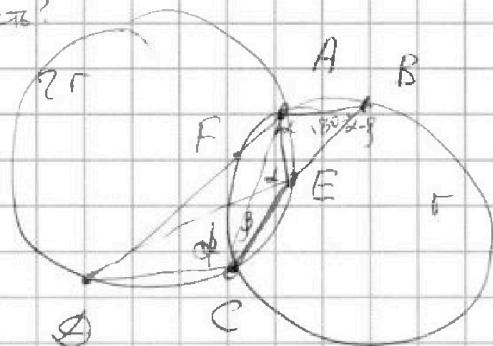
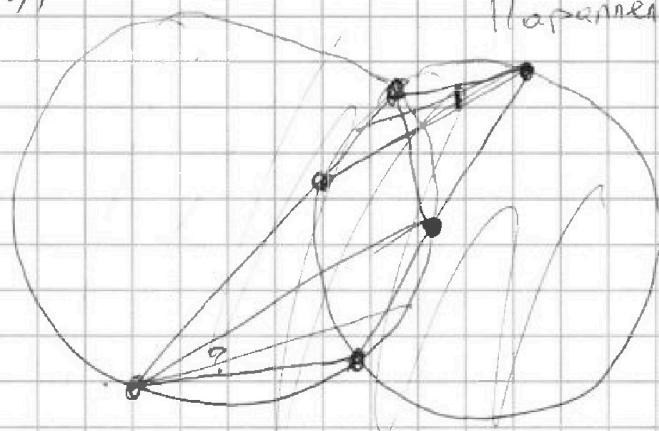
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

9)

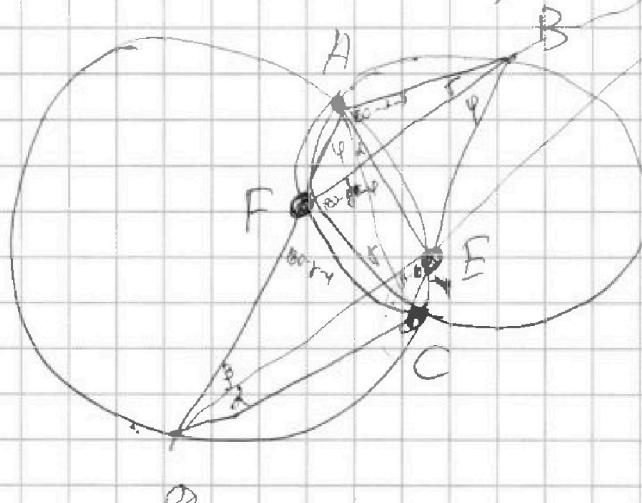
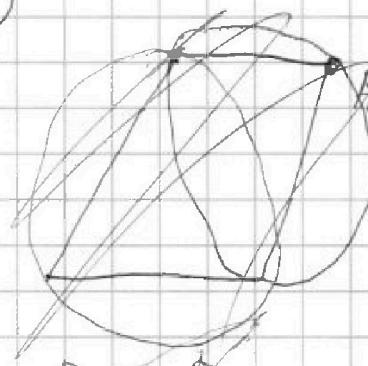
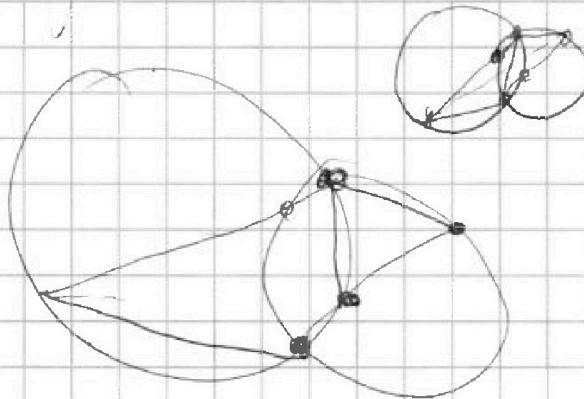
Параллельность?



$$\frac{CE}{AF} ? \quad \frac{BC}{sin\alpha} = 2r$$

$$\frac{AD}{sin\alpha} = 4r$$

$$AD = 2BC$$



достаточно: $\angle ACB = \beta$
или $\angle ACF = \alpha$
 $\angle FCB = \alpha + \beta$ из
прямой

$$\angle AFC = 180 - \beta - \gamma$$

$$\begin{aligned} \angle CAB &= 180 - \alpha - \beta - \gamma - \delta = \\ &= 180 - \beta - \gamma - \delta - \alpha \quad (\cancel{\alpha + \beta + \gamma}) \\ &= 180 - \beta - \gamma - (\beta + \alpha) \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4) \frac{1}{\sqrt{4x-x^2}-3} \leq \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2}} \quad | \begin{array}{l} 083: \\ 1) x^2-4x+3 \leq 0 \text{ m.e.t. } 1 \\ (x-3)(x-1) \leq 0 \\ x \in [1; 3] \end{array}$$

$$\frac{1}{\sqrt{4x-x^2}-3} - \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2}} \leq 0 \quad | 2) x^2-2x \leq 0 \\ x \in [0; 2]$$

$$\sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2}-\sqrt{4x-x^2+3} \quad | 3) x^2+x-2 \geq 0 \\ (\sqrt{4x-x^2}-3)(\sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2}) \leq 0 \quad (x-2)(x-1) \geq 0 \\ x \in [-2; 1]$$

бес. сго. < 0

$$\sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2}-\sqrt{4x-x^2+3} \geq 0 .$$

$$(\sqrt{2x-x^2} \geq \sqrt{x^2+x-2})$$

Все существует
только при $x=1$.
 $x \in (-\infty; -2) \cup [1; +\infty)$

$x \in [1; 2]$

Значи знаменателя:

$$\frac{y^4(8y^3-8y^2+2y-2)}{y^4-8y^3+6y^2-2y+2} \cdot \frac{y^2-2}{y^4-\frac{11}{2}y^3+\frac{1}{2}y^2} \cdot \frac{y^2}{y^4-11y^3+3y^2}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$\sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2} \geq 0$$

$$2x-x^2 \geq x^2+x-2$$

$$2x^2-x-2=0$$

$$x = 1/2$$

$$x(x+2) \geq (x+2)(x-1)$$

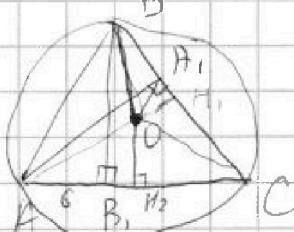
$$5-3=1.25=0.75$$

$$S(\Delta BAH_1) = 6$$

$$S(\Delta BAH_1) = OH_1 \cdot \frac{1}{2} BC = OH_1 \cdot BC$$

$$OB = \sqrt{3}$$

$$OB = \sqrt{\frac{1}{2}BC \cdot OH_1^2}$$



$$4x-x^2-3=9$$

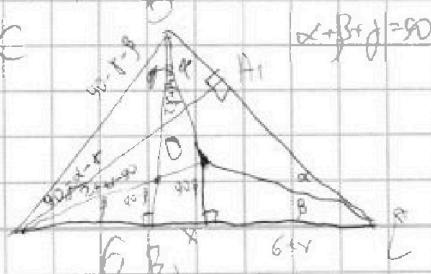
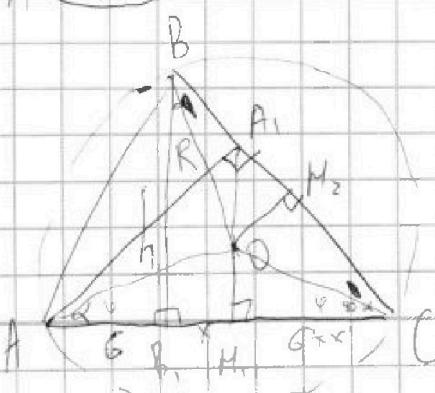
$$x^2-4x+6=0$$

$$BB_1=h \Rightarrow AB=\sqrt{h^2+36}$$

$$BC=\sqrt{h^2+(6-2)^2}$$

$$6 = \frac{AB_1 \cdot OH_1}{2}$$

$$A_1, AC \sim B, BC$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) 2x - 2 \neq 0$$

$$|3x + 1| \neq 0$$

$$|x^2 + 3x| \neq 0$$

Все \Rightarrow

$(2x-2) > 0 \Rightarrow x > 1 \Rightarrow$ Все подмодульные > 0

$$(2x-2)^2 + x^2(x+3)^2 = (3x+1)^2$$

$$a = 5t - 2$$

$$b = 5t + 2$$

$$4x^2 - 8x + 4 + x^2 + 6x^3 + 9x^2 = 9x^2 + 6x + 1$$

Д/з

$$x^4 - 2x^2 - 14x + 3 = 0$$

$$81 - 18 - 42 + 3 = 0$$

$$x^4 + 6x^3 + 4x^2 - 14x + 3 = 0$$

$(x-1)$ делится

$$(x-1)(x^3 + 7x^2 + 11x - 3) = 0$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 6x^3 + 4x^2 - 14x + 3 \\ x^4 - x^3 \\ \hline -7x^3 \\ -7x^3 - 7x^2 \\ \hline 11x^2 + 11x \\ -3x + 3 \\ \hline \end{array}$$

$$-27 + 63 - 33 - 3 = 0$$

$$2x\sqrt{2} + 3y\sqrt{2} + z\sqrt{2} = 4\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 7x^2 + 11x - 3 \\ x^3 + 3x^2 \\ \hline 4x^2 + 11x \\ -4x^2 - 12x \\ \hline -x - 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\sqrt{2}(2x+3y-4) = \sqrt{2}(2-z)$$

Руссъ
 $z \neq 2$

$$z = 20$$

Число заслуг

не может быть

Будет

$$\frac{2x+3y-4}{2-z} = \sqrt{\frac{2y}{2}}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

ответ

+12 - ..

плюс = плюс \Rightarrow правильное решение. $\Rightarrow z = 2$.

$$2x+3y-4=0$$

$$a(a+1) - b(b+1) = 81 \cdot 10^{2024}$$

Все 2×10^{2024} в общем

$$\begin{array}{r} 2 \ 0 \quad x = 2 - 3t \\ 0 \ 2 \quad y = 2t \\ -1 \ 2 \\ -4 \ 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a^2 - b^2 + a - b \\ (a-b)(a+b+1) = 81 \cdot 10^{2024} \end{array}$$

$$(2-3t)^2 - (2t)^2 =$$

$$= 4(2t) - 5t^2$$

$$= 40t - 5t^2 \min t \rightarrow \frac{+12}{10} = \frac{6}{5}$$

Они разной четности. $a-b < a+b+1$

$$a-b=1$$

$$a-b=3$$

$$a-b=9$$

$$a-b=81$$

$$a+b+1 = 81 \cdot 10^{2024}$$

$$a+b+1 = 27 \cdot 10^{2024}$$

$$a+b+1 = 9 \cdot 10^{2024}$$

$$a+b+1 = 10^{2024}$$

5 вариантов

$$f(1) = 2^2 + 2^2 = 1$$

Ближе всего

$$t = 3 \rightarrow$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик:

$$2x^2 - 5xy + y^3 - y^2 - 3y = 0$$

~~$x^2 - 2xy + y^3 - 3y^2 - 1 = 0$~~

$$y=0 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$x = -1 \Rightarrow x = -1$$

$$x^2 + 2x - 3xy + 2y^2 - 3y + 1 = 0$$

$$(x+1)$$

$$(x+1)^2 - y(2y^2 - 3y - 3) = 0$$

$$y^2 - 2y + 1 + y^2 - y - 1$$

$$x = 1 \Rightarrow y^3 - 3y^2 - 2y = 0$$

~~$-3y(x+1) + 2y^2 = 0$~~

$$y(y^2 - 3y - 2) = 0$$

$$y = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$(x+1)(x+3-3y) + 2y^2 = 0$$

$$x^2 - 4x + 3y^3 - 13y^2 - 6y - 9 = 0$$

$$\begin{array}{r} 3^3 - 19 \\ 8 - 6 \\ \hline -6 \end{array}$$

~~$(x+1)^2 + (y-1)^2 - 3xy + y^2 - 9 = 0$~~

$$8-20+6-2$$

$$x(2-y) = y^3 - 5y^2 + 3y^2 - 2$$

$$y \neq 2$$

$$x(x-2y) + y^3 - 3y^2 - 1 = 0$$

$$16 - 64 + 24 + 2$$

$$\frac{y^3 - 5y^2 + 3y - 2}{2-y} \left(\frac{y^3 - 3y^2 - y - 2}{2-y} \right) + y^3 - 3y^2 - 1 = 0$$

$$8 - 16\sqrt{2} + 12\sqrt{2} - 2$$

$$\left(\frac{y^3 - 5y^2 + 3y - 2}{2-y} \right) \left(\frac{y^3 - 3y^2 - y - 2}{2-y} \right) + y^3 - 3y^2 - 1 = 0$$

$$2$$

$$(y^3 - 5y^2 + 3y - 2)(y^3 - 3y^2 - y - 2) + (y^3 - 3y^2 - 1)(y^2 - 2y + 1) = 0$$

$$y^6 - 3y^5 - 2y^4 - 5y^3 + 15y^4 + 5y^3 + 10y^3 + 3y^4 + 9y^3 - 3y^2 - 6y - 2y^3 + 6y^2 + 4y + 4 + y^6 - 4y^5 + 4y^4 - 3y^3 + 12y^3 - 12y^2 - y^2 + 4y - 1 = 0$$

$$= y^6 - 7y^5 - 2y^4 + 8y^3 + 16y^2 - 2y = 0$$

$$: y+1$$

$$- y^5 + y^4$$

$$- 8y^4$$

$$- 8y^3$$

$$- 2y^2$$

$$- 2y^2$$

$$- 2y^2$$

$$y(y+1)(y^4 - 8y^3 + 6y^2 + 2y - 2) = 0$$

$$y(y+1)(y^4 - 8y^3 + 6y^2 + 2y - 2) = 0$$

$$- y^5 + y^4$$

$$- 8y^4$$

$$- 8y^3$$

$$- 2y^2$$

$$- 2y^2$$