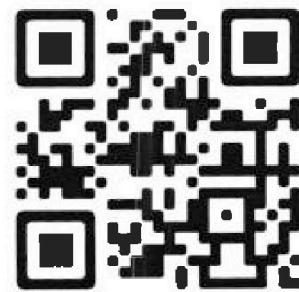




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 14

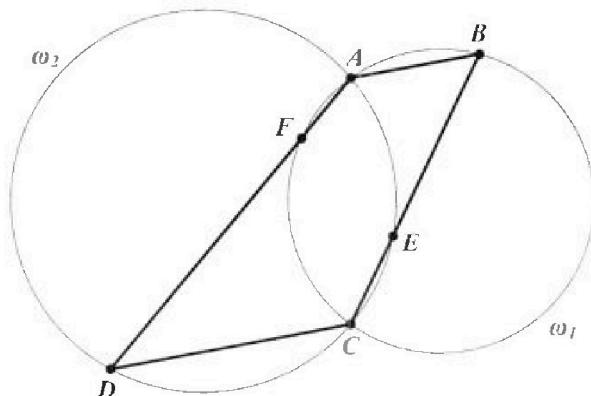
- [3 балла] В прямоугольном треугольнике длины катетов равны $|x - 1|$ и $|x^2 + 4x|$, а длина гипотенузы равна $|2x + 3|$. Найдите x .
- [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x\sqrt{2} + y\sqrt{12} + z\sqrt{75} = \sqrt{32} + \sqrt{108}$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 - z^2$.
- [4 балла] Назовём числа хорошими, если они представимы в виде $a(a + 1)$, где $a \in \mathbb{N}$. Найдите количество пар хороших чисел, разность которых равна $343 \cdot 10^{1000}$.
- [5 баллов] Решите неравенство

$$\frac{1}{\sqrt{6x - x^2 - 5}} \leq \frac{1}{\sqrt{3x - x^2} - \sqrt{x^2 - x - 2}}.$$

- [5 баллов] Остроугольный треугольник ABC вписан в окружность с центром O , а AA_1 и BB_1 – его высоты. Найдите расстояние от точки O до стороны AC , если $AB_1 = 5$, а площадь треугольника OBA_1 равна 3.
- [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - xy + y + y^3 = 0, \\ 2x + 1 - y^3 - 2y^2 + 2xy = 0. \end{cases}$$

- [6 баллов] Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AB и CD ($AB < CD$). Окружность ω_1 , описанная около треугольника ABC , повторно пересекает сторону AD в точке F , а окружность ω_2 , описанная около треугольника ACD , повторно пересекает сторону BC в точке E (точки E и F расположены так, как показано на рисунке). Найдите отношение радиусов окружностей ω_1 и ω_2 , если $AF : CE = 3 : 5$.





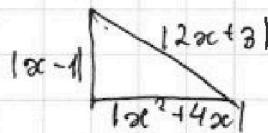
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задание 1:



$$(2x+3)^2 = (x-1)^2 + (x^2+4x)^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 13x^2 - 14x - 8 = 0$$

$$(x-1)(x^3 + 9x^2 + 22x + 8) = 0$$

$$x \neq 1$$

$$x^3 + 9x^2 + 22x + 8 = 0$$

$$x(x^2 + 5x + 2) + 4(x^2 + 5x + 2) = 0$$

$$(x^2 + 5x + 2)(x + 4) = 0$$

$$x \neq -4, \text{ т.к. } \sqrt{1x^2 + 4x} = 0$$

$$x^2 + 5x + 2 = 0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задание 2

$$x\sqrt{2} + y\sqrt{12} + z\sqrt{75} = \sqrt{32} + \sqrt{108}$$

$$x\sqrt{2} + y\cdot 2\sqrt{3} + z\cdot 5\sqrt{3} = 4\sqrt{2} + 6\sqrt{3}$$

$$x\sqrt{2} + \sqrt{3}(2y + 5z) = 4\sqrt{2} + 6\sqrt{3}$$

$$\downarrow \\ x = 4 \quad 2y + 5z = 6 \Rightarrow y = 3 - \frac{5}{2}z$$

$$2) x^2 + y^2 - z^2 \rightarrow \min$$

$$16 + (3 - \frac{5}{2}z)^2 - z^2 \rightarrow \min$$

$$\frac{21}{4}z^2 - 15z + 25 \rightarrow \min$$

$$z_0 = \frac{15}{\frac{21}{4}} = \frac{30}{21} = \frac{10}{7}$$

$$\frac{21}{4} \cdot \frac{30}{21} \cdot \frac{21}{4} \cdot \frac{10}{7} - 15 \cdot \frac{10}{7} + 25 = \frac{100}{7}$$

Ответ: $\frac{100}{7}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задание 3

$$a(a+1) + b(b+1) = 343 \cdot 10^{1000}, \text{ где } a, b \in \mathbb{N} \text{ и } a > b$$

$$(a-b)(a+b) + (a-b) = (a-b)(a+b+1) = 343 \cdot 10^{1000}$$

т.к. $(a-b)$ и $(a+b+1)$ - разные степенности, $\frac{2^{1000}}{10^{1000}}$, принадлежащих "одной скобки"

$$\begin{aligned} & \cancel{c = 10^{1000}} \\ & \cancel{(a-b = 7)} \\ & \cancel{(a+b+1 = c \cdot 7^{3-n})} \quad (\text{Если } c \text{ - "принадлежащий" } (a-b), \text{ то } b < 0) \\ & \cancel{n = 0, 1, 2, 3} \quad \text{всего 4 варианта} \\ & \text{Ответ: 4 пары} \end{aligned}$$

$$c = 2^{1000}$$

$$\begin{cases} a-b = 7^n \cdot 5^k \\ a+b+1 = c \cdot 7^{3-n} \cdot 5^{1000-k} \end{cases}$$

$$n \in [0, 3]; k \in [0, 1000]$$

$$\text{Всего вариантов: } 4 \cdot 1001 = 4004$$

Если c - "принадлежащий" $(a-b)$, то $b < 0$

Ответ: 4004 пары



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задание 4:

$$\frac{1}{\sqrt{6x-x^2}-5} \leq \frac{1}{\sqrt{3x-x^2}-\sqrt{x^2-x-2}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 6x - x^2 \geq 0 \Rightarrow x \in [0; 6] \\ 3x - x^2 \geq 0 \Rightarrow x \in [0; 3] \end{array} \right.$$

$$x^2 - x - 2 \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$$

$$(1) x \in [2; 3]$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{У3(1): } \sqrt{6x-x^2} \in [2\sqrt{2}; 3] \\ \sqrt{3x-x^2} \in [0; \sqrt{2}] \\ \sqrt{x^2-x-2} \in [0; 2] \end{array} \right\} (2)$$

1) Т.к. $(\sqrt{6x-x^2} - 5) < 0$, то часть решения:

$$\sqrt{3x-x^2} - \sqrt{x^2-x-2} > 0$$

$$2x^2 - 4x - 2 < 0$$

$$x \in (1-\sqrt{2}; 1+\sqrt{2})$$

Тогда: $x \in (2; 1+\sqrt{2})$ - решение

2) Если: $\sqrt{3x-x^2} - \sqrt{x^2-x-2} < 0$, то:

$$\sqrt{x^2-x-2} - \sqrt{3x-x^2} \geq 5 - \sqrt{6x-x^2}$$

$$\text{У3(2): } 5 - \sqrt{6x-x^2} \geq 2, \text{ т.к. } \sqrt{x^2-x-2} \leq 2$$

Тогда $x=3$ - единственный решение

Ответ: $x \in (2; 1+\sqrt{2}) \cup \{3\}$



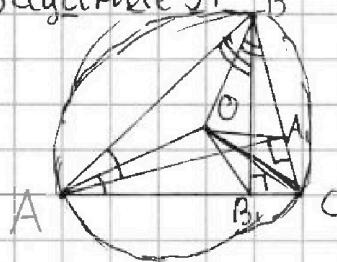
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задание 5!



$$AB_1 = 5$$

$$S_{OBA_1} = 3$$

Докажем, что $S_{OBA_1} = S_{OAB_1}$:

$$1) \frac{AO \cdot AB_1 \cdot \sin \alpha}{2} = \frac{BO \cdot BA_1 \cdot \sin \beta}{2}, \text{ где } \angle OAB_1 = \alpha \text{ и } \angle OBA_1 = \beta$$

т.к. $AO = OB$ (как радиусы):

$$\frac{AB_1}{\sin \beta} = \frac{BA_1}{\sin \alpha} - \text{доказать}$$

$$2) \triangle BOC - \text{равнобедренный} \Rightarrow \angle OBC = \angle BCO = \beta \Rightarrow \angle BOC = 180^\circ - 2\beta$$

$$\angle BOC = \overline{BC} = 180^\circ - 2\beta$$

$$\angle BAC = \frac{1}{2} \overline{BC} = 90^\circ - \beta$$

$$\angle ABB_1 = 90^\circ - \angle BAC = \beta$$

Аналогично: $\angle BAA_1 = \alpha$

$$3) \text{Уч} (2) \Rightarrow \frac{AB_1}{2 \sin \beta} = R(\triangle ABB_1) \text{ и } \frac{BA_1}{2 \sin \alpha} = R(\triangle AAA_1)$$

Из свойств ортоцентра: точки A, B, A_1, B_1 лежат

на одной окружности $\Rightarrow R(\triangle ABB_1) = R(\triangle AAA_1)$

$$\frac{AB_1}{2 \sin \beta} = \frac{BA_1}{2 \sin \alpha} \Rightarrow \frac{AB_1}{\sin \beta} = \frac{BA_1}{\sin \alpha} \Rightarrow S_{OBA_1} = S_{OAB_1}$$

$$4) \frac{1}{2} \cdot x \cdot AB_1 = S_{OBA_1} = S_{OAB_1}, \text{ где } x - \text{искомое расстояние}$$

$$x = \frac{6}{5}$$

Ответ: $\frac{6}{5}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

'3 задаче_6'

$$\begin{cases} x^2 - xy + y + y^3 = 0 \\ 2x + 1 - y^3 - 2y^2 + 2xy = 0 \end{cases}$$

$$2x + 1 - y^3 - 2y^2 + 2xy = (y+1)(2x-y^2-y+1) = 0$$

$$1) y = -1$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$x = 1 \quad x = -2$$

$$2) y \neq -1$$

$$\begin{cases} 2x - y^2 - y + 1 = 0 \\ x^2 - xy + y + y^3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = y^2 + y - 1 \\ 4x^2 - 4xy + y + 4y^3 = 0 \end{cases}$$

$$(y^2 + y - 1)^2 - 2y(y^2 + y - 1) + 4y + 4y^3 = 0$$

$$y^4 + 4y^3 + 4y^2 - 3y^2 + 4y + 1 = 0$$

$$y^2(y^2 - y + 1) + 5y(y^2 - y + 1) + (y^2 - y + 1) = 0$$

$$(y^2 - y + 1)(y^2 + 5y + 1) = 0, \quad y^2 - y + 1 \neq 0, \text{ т.к. } D < 0$$

$$y = \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}, \quad x = 6 \mp \sqrt{21}$$

$$\text{Ответ: } (1; -1); (-2; -1); (6 + \sqrt{21}; \frac{-5 - \sqrt{21}}{2}); (6 - \sqrt{21}; \frac{-5 + \sqrt{21}}{2})$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

'Задание 7'

1) Докажем, что $AE \parallel FC$:

Для этого: $\angle FCB + \angle AEC = 180^\circ$ - доказать

* AEC - вписан в окружность $\Rightarrow \angle AEC + \angle ADC = 180^\circ$

Аналогично: $\angle FCB + \angle FAB = 180^\circ$

$$\angle FAB + \angle ADC = 180^\circ$$

$$\angle AEC + \angle ADC + \angle FCB + \angle FAB = 360^\circ$$

$$\downarrow$$

$$\angle AEC + \angle FCB = 180^\circ$$

↑

$AE \parallel FC$

2) р.к. $AE \parallel FC$ и:

$$\angle FCA = \angle CAE = 2$$

$$R(w_1) = \frac{AF}{2\sin(\angle FCA)}; (\text{р.к. } FCA \text{ - вписан в } w_1)$$

$$R(w_2) = \frac{EC}{2\sin(\angle CAE)} *; (\text{р.к. } CAE \text{ вписан в } w_2)$$

$$\frac{R(w_1)}{R(w_2)} = \frac{AF}{2\sin_2} \cdot \frac{2\sin_2}{EC} = \frac{AF}{EC} = \frac{3}{5}$$

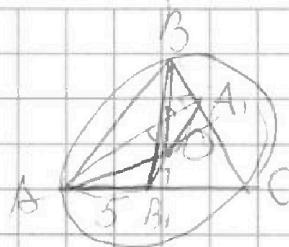
Отвр: 3 : 5



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
ИЗ

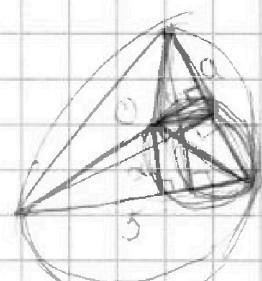
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



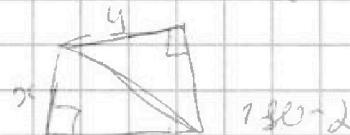
$$S_{\triangle BAC} = 3$$

$$S_{\triangle ABC} =$$

$$n = 4$$



$$\frac{1}{2}ay = 3$$



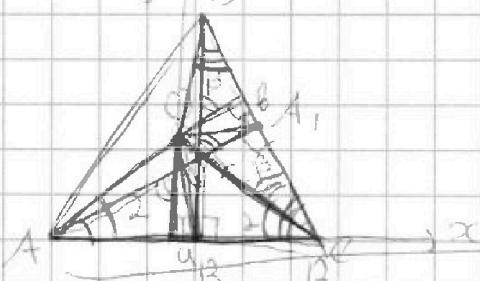
$$2 \quad 2$$

$$180 - 2$$

 $S_{\triangle B}$

$$O(0; \alpha) \quad AB, \sqrt{m_1} \cdot \sin_2 = BA, \sin_3$$

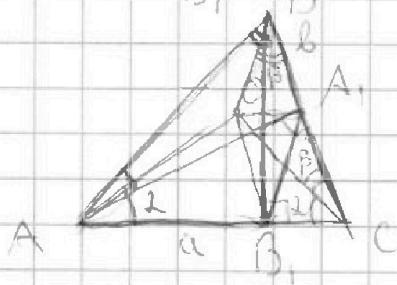
$$AC(-5, 0) \quad \frac{AB_1}{BA_1} = \frac{\sin_3}{\sin_2}$$



$$\angle B = 180^\circ - 2\beta$$

$$\angle A = 90^\circ - \beta \Rightarrow \angle ABB_1 = \beta$$

$$\angle B = 90^\circ - \alpha \Rightarrow \angle BAA_1 = \alpha$$



$$\frac{AB_1}{2 \sin \beta} = R(\angle B_1)$$

$$\frac{BA_1}{2 \sin \alpha} = R(\angle A_1)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x\sqrt{2} + y\sqrt{12} + z\sqrt{75} = \sqrt{32} + \sqrt{144}$$

$$36 \cdot 3 \quad \frac{108}{54}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \min$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} \quad \frac{12\sqrt{3}}{6\sqrt{3}}$$

$$5 \cdot 27 \cdot 4 \quad \frac{x^2}{7}$$

~~$$x\sqrt{2} + y\sqrt{12} + z\sqrt{75}$$~~

$$9 - 5 \cdot 38 + \frac{25}{4}z^2 - z^2 + 16$$

$$\sqrt{32} \cdot \sqrt{144}$$

$$x\sqrt{2} + y\sqrt{12} + z\sqrt{75} = 4\sqrt{2} + 6\sqrt{3} \quad 25 - \frac{15}{7} \quad 4\sqrt{2}$$

$$x=4 \quad 2y+5z=6$$

$$25 - 4 \quad -\frac{75}{7} \quad 25 \cdot 3$$

$$\frac{8}{21} \cdot \frac{25}{7} \quad y^2 - z^2 \rightarrow \min$$

$$y^2 - z^2 \rightarrow \min$$

$$\frac{85}{7} - \frac{150}{7} \quad 22 \quad 25 \quad 175 - 85$$

$$1 \cdot \frac{21}{7} \cdot \frac{25}{7} \cdot \frac{5}{7} - 15 \cdot \frac{10}{7} + 25$$

$$17 - 4$$

$$|2x+3|$$

$$x^2 - 2x + 1 + x^4 + 8x^3 + 16x^2 = 4x^2 + 12x + 9$$

$$|2x-11|$$

$$|2x-4|$$

$$x^4 + 8x^3 + 13x^2 - 14x - 8 \mid 100 - 1$$

$$x^4 - x^3$$

$$x^3 + 9x^2 - 42x - 8$$

$$x-1 + 2x+3 = x+2$$

$$- 3x^3 + 13x^2$$

$$(x-1)(x+4)(x^2 + 3x + 1)$$

$$181$$

$$- 22x^2 - 14x$$

$$1a)$$

$$- 22x^2 - 22x$$

$$6$$

$$8x - 8$$

$$(a+b)^2 - 41$$

$$(x-1)(x^3 + 9x^2 + 22x + 8) = 0$$

$$a^2 + ((a+b)^2 - 41)^2 = b^2$$

$$\frac{2x^3 + 9x^2 + 22x + 8}{x^3 + 4x^2} \mid x+4$$

$$12x^4 + 3x^3 + 2x^2 + 3 = x - 1$$

$$- 15x^2 + 22x$$

$$x = -4$$

$$- 15x^2 + 20x$$

$$D = 25 - 8 =$$

$$2x + 8$$

$$2x + 8$$

$$6$$

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

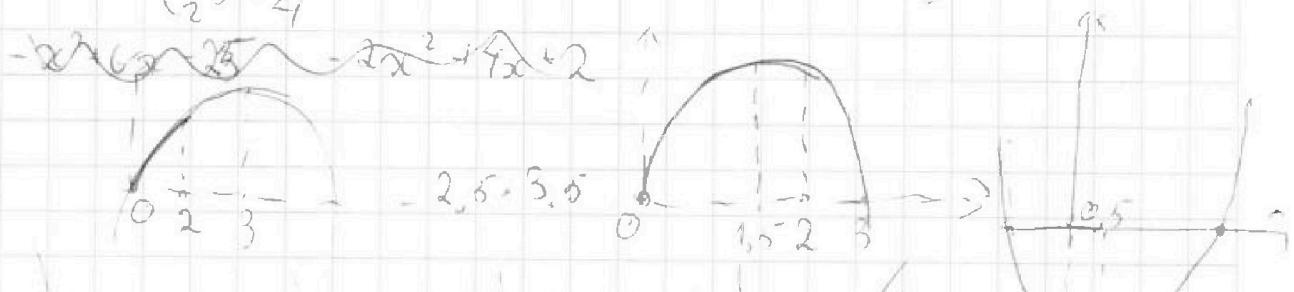
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{6x-x^2-5} \leq \sqrt{3x-x^2} - \sqrt{x^2-x-2}$$

$$x(6-x) \quad x(3-x) \quad (x+1)(x-2) \quad \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \quad \frac{1}{2} - \frac{3}{2}$$

$$-\frac{6}{2} = 3 \quad x \in [0, 3] \quad x \in (-\infty; -1] \cup (2; +\infty) \quad \frac{1}{2} - 2$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} \quad x \in x \in [0, 2] \quad x \in [2, 3]$$



$$\sqrt{6x-x^2} \in [0, 8]$$

$$\sqrt{3x-x^2} \in [0, \frac{9}{4}]$$

$$\sqrt{x^2-x-2} \in [-\frac{9}{4}, 0]$$

$$\sqrt{6x-x^2} \geq \sqrt{3x-x^2} - \sqrt{x^2-x-2}$$

$$2x^2 - 4x - 2 \leq 0$$

$$x^2 - 2x - 1 \leq 0$$

$$D_I = 1 + 1$$

$$(x-1)^2 \leq 2$$

$$1 \pm \sqrt{2}$$

$$x - 1 \leq \pm \sqrt{2}$$

$$\sqrt{6x-x^2} \in [2\sqrt{2}, 3]$$

$$1 - \sqrt{2}$$

$$\sqrt{3x-x^2} \in [\frac{9}{4}, \sqrt{2}]$$

$$1 + \sqrt{2}$$

$$\sqrt{x^2-x-2} \in [0, 2]$$

$$x < 1 \approx \sqrt{2}$$

$$x \in (1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2})$$

$$SE \cdot (SE + 5x) = SA(SA + AD) = SA(SA + 3x + FD) \quad x \in [2, 1 + \sqrt{2}]$$

$$SA \cdot (SA + 3x) = SB(SB + BC) = SB(SB + 5x + EB)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a-b = 343 \cdot 10$$

$$a(a+1) - b(b+1) = 343 \cdot 10^{1000} = 7 \cdot 10^{1000}$$

$$a^2 + a - b^2 - b = (a-b)(a+b) + (a-b) = (a-b)(a+b+1)$$

$$(a-b)(a+b+1) = 7^3 \cdot 10^{1000} = 10^{1000} \cdot c$$

$$a-b = 7^3 \cdot 10^n \quad a-b = kn \cdot 7^n$$

$$a+b+1 = 7^{3-n}$$

$y = 7^{-n}$ $n \in [0; 3]$

$$a-b = 7^n$$

$$a+b+1 = c \cdot 7^{3-n}$$

$$-y^3 - y^2 + y^3 + 1$$

$$-y^2(y+1) - (y-1)(y+1)$$

$$a-b = 7^n \cdot 5^k \cdot c$$

$$a+b+1 = 7^{3-n} \cdot 5^{w00-k}$$

$$7^n \cdot 5^k \cdot c < \frac{7^n \cdot 5^k \cdot c + 7^{3-n} \cdot 5^{w00-k}}{2}$$

$$7^n \cdot 5^k \cdot c < 7^{3-n} \cdot 5^{w00-k} - 1$$

$$7^{2k-3} \cdot 5^{2k-1000} \cdot c < 1$$

$$\{x^2 - xy + y + y^3 = 0$$

$$2xy + 1 - y^3 - 8y^2 - 12xy = 0$$

$$2xy(y+1) - y^2(y+1) - (y-1)(y+1) = 0$$

$$(y+1)(2xy - y^2 - y + 1) = 0$$

$$2xy - y^2 - y + 1 > 0$$

$$y^2 + 2xy - y^2 - y + 1 = k - 1000$$

$$\{2x - y^2 - y + 1 = 0$$

$$\{x^2 - xy + y + y^3 = 0$$

$$4x^2 - 4x + 4y + 4y^3 = 0$$

$$(y^2 + y - 1)^2 - 2y(y^2 + y - 1) + 4y + 4y^3 = 0$$

$$-2y^3 - 2y^2 + 2y$$