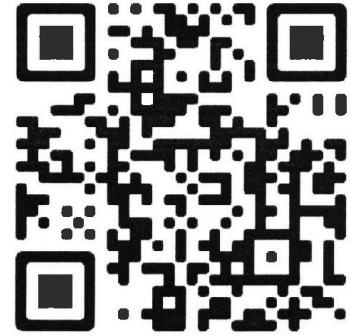




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{(25x-9)(x-6)}$, девятый член равен $x+3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы покрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1.

b_1, b_2, b_3, \dots - геом прогрессия, $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$

$$b_7 = b_1 \cdot q^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \quad (1)$$

$$b_9 = b_1 \cdot q^8 = x+3 \quad (2)$$

$$b_{15} = b_1 \cdot q^{14} = \frac{\sqrt{25x-9}}{(x-6)^3} \quad (3)$$

$$\frac{b_{15}^2}{b_7^2} = \frac{b_1^2 \cdot q^{28}}{b_1^2 \cdot q^{12}} = q^{16} = \frac{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}} = \frac{1}{(x-6)^4}$$

$$q^{16} = \frac{1}{(x-6)^4} \quad q^4 = \frac{1}{x-6} \vee q^4 = -\frac{1}{x-6}$$

2) $b_7 \cdot q^2 = b_9$

$$x+3 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot q^2$$

$$\begin{cases} x \in \mathbb{R}, x > 0 \\ x^2 + 6x + 9 = (25x-9)(x-6) \cdot q^4 = (25x-9)(x-6) \end{cases}$$

$$x^2 + 6x + 9 = (25x-9)(x-6) \cdot \frac{1}{x-6} \vee x^2 + 6x + 9 = (25x-9)(x-6) \cdot \frac{-1}{x-6}$$

$$x^2 + 6x + 9 - 25x + 9 = 0 \vee x^2 + 6x + 9 + 25x - 9 = 0$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0 \quad x^2 + 31x = 0$$

$$\begin{cases} x=1 \vee x=18 \\ b \in \mathbb{R}, b > 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x=0 \vee x=-31 \\ x \in \mathbb{R}, x > 0 \end{cases} \Rightarrow x=1 \vee x=18 \vee x=0$$

Проверка:

$x=1$ - не подходит $x=0$ - подходит $x=18$ - подходит

$$b_7 = \sqrt{16 \cdot (-5)} \quad \begin{cases} b_7 = 3\sqrt{6} \\ b_9 = 3 \\ b_{14} = 3\sqrt{\frac{1}{16}} \end{cases} \quad \begin{cases} q = \sqrt[4]{6} \\ b_1 = 108 \end{cases} \quad \begin{cases} b_7 = 21\sqrt{12} \\ b_9 = 21 \\ b_{14} = \frac{21}{\sqrt{12}} = \frac{21}{2\sqrt{12}} \end{cases} \quad \begin{cases} q = \sqrt[4]{12} \\ b_1 = 3024 \end{cases}$$

Ответ: 0, 18



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~3

$$p \cos 3x + 3(p-4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p \cdot 4 \cos^3 x - p \cdot 3 \cos x + 3p \cdot \cos x + 12 \cos x = 12 \cos^2 x - 6 + 10 \quad | :4$$

$$p \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0 \quad] \cos^2 x = t$$

$$p t^3 - 3 t^2 + 3 t - 1 = 0 \quad t_1 - \text{корень}, t_1 \in [-1; 1]$$

$$t_1 = 1: \begin{array}{r|rrrr} p & -3 & +3 & -1 \\ 1 & p-3 & p & p-1=0 & p=1 \end{array}$$

$$t_1 = -1: \begin{array}{r|rrrr} p & -3 & +3 & -1 \\ -1 & -p-3 & -p+3 & -p-7 & p=-7 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

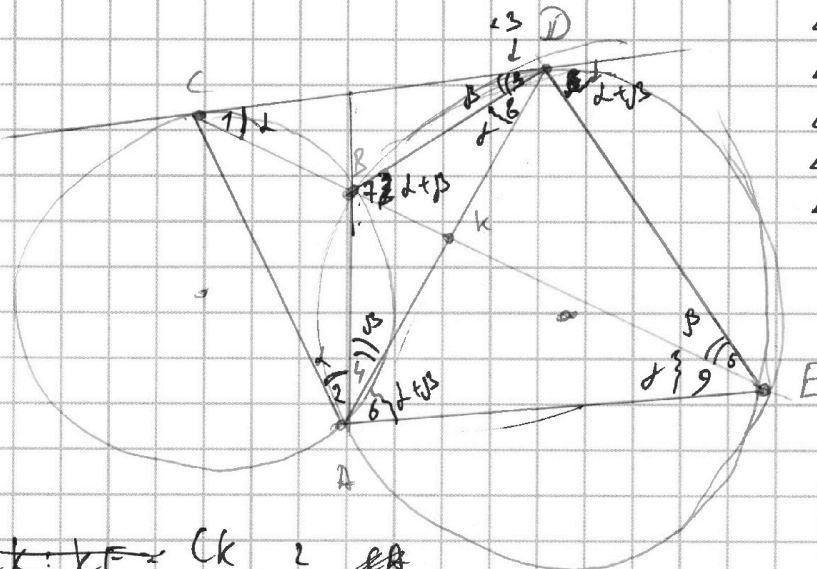
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

~~Обозначения~~ } $CE \cap AD = K \Rightarrow CK:KE = 2:5$



- $\angle DCB = \angle 1$
- $\angle CAB = \angle 2$
- $\angle CDB = \angle 3$
- $\angle DBE = \angle 7$
- $\angle BAD = \angle 4$
- $\angle BED = \angle 5$
- $\angle DAE = \angle 6$
- $\angle BDA = \angle 8$
- $\angle BEA = \angle 9$

$$CK:KE = \frac{CK}{KE} = \frac{2}{5} = \frac{CA}{AE}$$

~~$\angle A = \alpha$~~
 ~~$\angle C = \gamma$~~
 ~~$AD = \theta$~~

- 1) $\angle 1 = \angle 2 = \alpha$ (как впис. угол и угол между хордой и касат.)
- $\angle 3 = \angle 4 = \angle 5$ ($\angle 4 = \angle 5$, т.к. опир. на одну дугу) касат.
- $\angle 8 = \angle 9$ (как впис. угол и угол между хордой и касат.)

2) $\angle DBE = \angle 7 = \angle 1 + \angle 3 = \alpha + \beta$ (т.к. внешний в $\triangle CBD$)

$\angle 7 = \angle 6$ (т.к. опир. на одну дугу) $\angle 7 = \angle 6 = \alpha + \beta$

3) $\angle CAD = \alpha + \beta$, $\angle DAE = \alpha + \beta \Rightarrow AD$ - бисс. угла $\angle CAE \Rightarrow$

\Rightarrow по св-ву бисс. в $\triangle CAE$: $\frac{CK}{KE} = \frac{CA}{AE} = \frac{2}{5} \Rightarrow CA = 2x$, $AE = 5x$

4) $\angle 6 = \angle 9$ (т.к. опир. на одну дугу). $\Rightarrow \triangle CAD \sim \triangle DAE$ ($\angle CAD = \angle DAE$, $\angle CDA = \angle DEA = \beta + \gamma$) \Rightarrow

$\Rightarrow \frac{ED}{CD} = \frac{AE}{AD} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AD^2 = KE \cdot AC = 10x^2 \Rightarrow AD = \sqrt{10}x$

$\frac{ED}{CD} = \frac{AE}{AD} = \frac{5x}{\sqrt{10}x} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

Ответ: $\sqrt{\frac{5}{2}}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

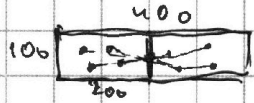
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!


√ 5 3 - общее кол-во способов

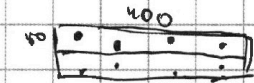
1) A - кол-во способов с симм. относительно центра

2) B - кол-во способов с симм. относит. одной ср. линии

3) C - кол-во способов с симм. относит. другой ср. линии

①  выбираем 4 точки на одной половине, остальные 4 точки расставятся единственным образом на другой \Rightarrow всего вар-ов A - C_{20000}^4

②  аи-но первому пункту B = C_{20000}^4 вар-ов


③  аи-но первому пункту C = C_{20000}^4 вар-ов

Тогда $S = A + B + C - \overset{a}{\text{совпадающ. способы } (1 \text{ и } 2)} - \overset{b}{\text{совпаг. способы } (1 \text{ и } 3)} - \overset{c}{\text{совп. сп } (2 \text{ и } 3)} + \overset{d}{\text{совп. сп } (1, 2 \text{ и } 3)}$

Заметим, что если любые две симметрии совпадают, то совпадают сразу все 3 $\Rightarrow a = b = c = d$

Тогда $S = A + B + C - 2d$

d - кол-во способов, когда все 3 симметрии выполняются

 выбираем 2 точки в одной из четвертей, остальные 6 точек расставятся единственным образом (в силу симметрии) $\Rightarrow d = C_{10000}^2$

$$S = A + B + C - 2d = 3A - 2d = 3 \cdot C_{20000}^4 - 2 \cdot C_{10000}^2$$

Ответ: $3 \cdot C_{20000}^4 - 2 \cdot C_{10000}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6

$$\begin{cases} a < b & \textcircled{1} \\ b - a \neq 3 & \textcircled{2} \\ (a - c) \mid (b - c) = p^2, p \in \mathbb{P} & \textcircled{3} \\ a^2 + b^2 = 710 & \textcircled{4} \end{cases}$$

только эти вар-ты, ~~и т.д.~~
 т.к. $a < b$.

$$\begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases} \vee \begin{cases} a - c = -p^2 \\ b - c = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = a - 1 \\ b - a + 1 = p^2 \end{cases} \vee \begin{cases} b - a + 1 = 0 \\ p^2 = 0 \vee p^2 = 1 \end{cases} \quad (\text{т.к. } b - a \neq 3) \quad \textcircled{5}$$

$$\Leftrightarrow p^2 = 0 \Rightarrow p = 3 \quad (\text{т.к. } p - \text{простое})$$

$$\begin{cases} b - a + 1 = 9 \\ c = a - 1 \end{cases} \vee \begin{cases} b = a + b \\ c = a - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 710 \\ b = a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 + a + b = 710 \\ a^2 + a - 70b = 0 \end{cases} \quad a = -27 \vee a = 26$$

$$\begin{cases} a = -27 \\ b = -19 \\ c = -28 \end{cases} \vee \begin{cases} a = 26 \\ b = 34 \\ c = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - c = -p^2 \\ b - c = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b + 1 - a = p^2 \\ b - a + 1 = 0 \vee b - a + 1 = 3 \end{cases} \Rightarrow p^2 = 0 \Rightarrow p = 3$$

$$\begin{cases} b - a + 1 = 9 \\ b = a + b \\ c = b + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 710 \\ a^2 + a + 70b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 27 \vee a = 28 \\ b = -19 \vee b = 34 \\ c = -18 \vee c = 35 \end{cases}$$

Проверка:

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н б

Проверка:

1) $(-27, -19, -28)$

$$\begin{cases} -27 < -19 \\ -19 + 27 \neq 3 \end{cases}$$

верно

$$\begin{cases} (-27 + 28)(-19 + 28) = 3^2 \\ 27^2 - 19 = 710 \end{cases}$$

2) $(26, 34, 25)$

$$\begin{cases} 26 < 34 \\ 34 - 26 \neq 3 \end{cases}$$

верно

$$\begin{cases} (26 - 25)(34 - 25) = 3^2 \\ 26^2 + 34 = 710 \end{cases}$$

3) $(-27, -19, -18)$

$$\begin{cases} -27 < -19 \\ -19 + 27 \neq 3 \end{cases}$$

верно

$$\begin{cases} (-27 + 18)(-19 + 18) = 3^2 \\ 27^2 - 19 = 710 \end{cases}$$

4) $(26, 34, 35)$

$$\begin{cases} 26 < 34 \\ 34 - 26 \neq 3 \end{cases}$$

верно

$$\begin{cases} (26 - 35)(34 - 35) = 3^2 \\ 26^2 + 34 = 710 \end{cases}$$

Ответ: $(-27, -19, -28), (26, 34, 25), (-27, -19, -18), (26, 34, 35)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

р.б.

Проверка 1

$$1) \begin{cases} a = -27 \\ b = -19 \\ c = -28 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -27 < -19 \\ -19 + 27 > 3 \\ (-27 + 28)(-19 + 28) = 3^2 - \text{квадрат простого} \\ 27^2 - 19 = 710 \end{cases} \text{ верно.}$$

$$2) \begin{cases} a = 26 \\ b = 34 \\ c = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 26 < 34 \\ 34 - 26 > 3 \\ (26 - 25)(34 - 25) = 3^2 - \text{квадрат простого} \\ 26^2 + 34 = 710 \end{cases} \text{ верно}$$

$$3) \begin{cases} a = -27 \\ b = -19 \\ c = -18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -27 < -19 \\ -19 + 27 > 3 \\ (-27 + 18)(-19 + 18) = 3^2 \\ 27^2 - 19 = 710 \end{cases} \text{ верно}$$

$$4) \begin{cases} a = 26 \\ b = 34 \\ c = 35 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 26 < 34 \\ 34 - 26 > 3 \\ (26 - 35)(34 - 35) = 3^2 \\ 26^2 + 34 = 710 \end{cases} \text{ верно}$$

Ответ: $(-27; -19; -28); (26; 34; 25); (-27; -19; -18); (26; 34; 35)$

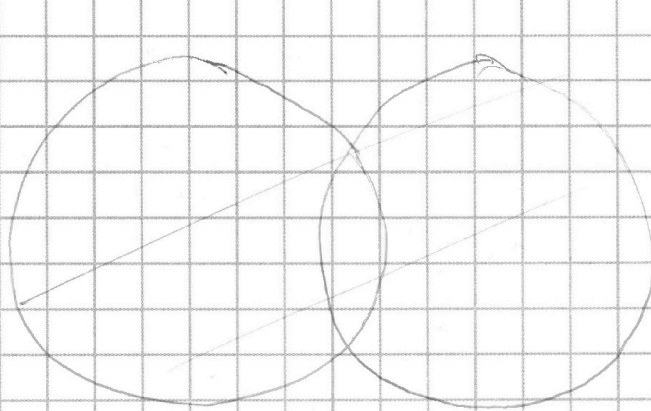
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$180 - 2\alpha - 2\beta - \gamma$$

$$180 - 2\alpha - 2\beta - \gamma + \alpha$$

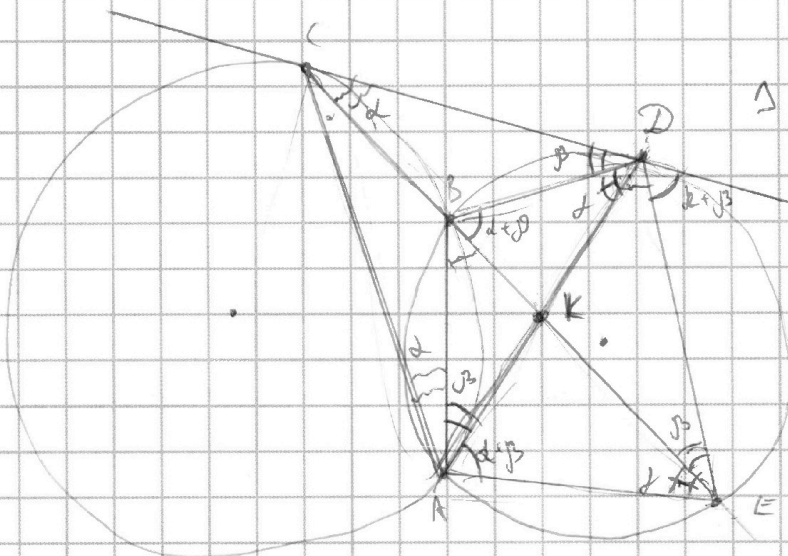
$$CD^2 = CB \cdot CE$$

$$CD =$$

$$\beta + \gamma \quad 180 - 2\alpha - 2\beta - \gamma + \alpha + \beta$$

$$CK : KE = 2 : 5$$

$$ED : CD = CB : BD = ?$$



$$\triangle CAD \sim \triangle DAE$$

$$\frac{CD}{DE} =$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AD}$$

$$ED = \frac{AD^2}{AC} = AC \cdot AE$$

$$CD = AD = \sqrt{10}y$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{\sqrt{10}y}{2y} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}}$$

$$AC : AE =$$

$$\frac{2y}{AC} = \frac{CK}{KE} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{DE^2}{CD^2} = \frac{30y^2 - 10\sqrt{10}y^2 \cdot \cos 2}{10y^2 - 4\sqrt{10}y^2 \cdot \cos}$$

Т.к. $\cos 2 = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$

$$CD^2 = 10y^2 + 10y^2 - 2 \cos(\alpha + \beta) \cdot 2\sqrt{10}y^2$$

$$DE^2 = 20y^2 + 10y^2 - 2 \cos(\alpha + \beta) \cdot 5\sqrt{10}y^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$\cos(x+x) = (2 \cos^2 x - 1) \cdot \cos x - 2 \sin x \cdot \cos x \cdot \cos x =$$

$$= 2 \cos^3 x - \cos x - 2 \sin^2 x \cos x$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$2p \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 6 \cos x - 2 = 0$$

$$\cos 3 \cdot \frac{\pi}{6} = 4 \cdot \cos^3 \frac{\pi}{6} - 3 \cdot \cos \frac{\pi}{6}$$

$$0 = 4 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 - 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(4 \cdot \frac{3}{4} - 3\right) = 0$$

$$\cos 3 \cdot \frac{\pi}{3} = 4 \cdot \cos^3 \frac{\pi}{3} - 3 \cdot \cos \frac{\pi}{3}$$

$$-1 = 4 \cdot \cos^3 \frac{\pi}{3} \left(4 \cdot \frac{1}{4} - 3\right) = \frac{1}{2} \cdot -2 = -1$$

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p \cdot 4 \cos^3 x - 5p \cdot \cos x + 3p \cdot \cos x + 12 \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos x = 6 \cos 2x + 10 \quad \cos x = t$$

$$2p \cos^3 x + 6 \cos x - 3 \cos^2 x + 3 - 10 = 0$$

$$2p \cdot t^3 - 6t^2 + 6t - 7 = 0$$

$$2t^2(p t - 3) - 2(3t - 1) = 0$$

$$p t^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$3p t^2 - 6t + 3 = 0$$

$$p t^2 - 2t + 1 = 0$$

	$2p$	-6	6	-7
$+x$	$2p$	$2p-6$	$2p$	$2p-7=0$
$-x$	$2p$	$-2p-6$	$2p+12$	$-2p-7=0$
x^2	$2p$			

$p=1$
 $p=17$

$p=17$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(25x-9)(x-6) = b_1 \cdot q^6$ $(\cos(2b+x))^2$
 $x+3 = b_1 \cdot q^8$
 $\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} = b_1 \cdot q^{24}$
 $\frac{25x-9}{(x-6)^3} = b_1^2 \cdot q^{24} = (25x-9)(x-6) \cdot b_1 \cdot q^{22}$
 $\frac{25x-9}{(x-6)^3} = (25x-9)(x-6) \cdot b_1 \cdot q^{22}$
 $(x-6)^4 \cdot b_1 \cdot q^{22} = 1$

2) $\sqrt{x+5} - \sqrt{-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}$ I
 $\sqrt{y+5} + 4/y - 5 = \sqrt{6-2z}$ II
 $\sqrt{x+5} - \sqrt{-x-4z} - 2\sqrt{x+5}(\sqrt{-x-4z}) = 4y - 16x - 4x^2 + 4z + 16 - 6 - 4z - 2\sqrt{x-x^2-4xz-20z} = 4y - 16x - 4x^2 + 4z + 16 - 2\sqrt{-x^2-4x-4xz-20z} = 4y - 16x - 1$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Проверка:
1) $x = 1$ 2) $b = 18$ 3) $b = 0$ 4) $x = -31$

1) $\sqrt{16 \cdot -4} \quad !!! \quad \text{---}$

2) $\sqrt{9 \cdot 49 \cdot 12} = b \cdot q^6$
 $21 = b \cdot q^8$

$\sqrt{\frac{9 \cdot 49}{12^3}} = b \cdot q^{14}$

$b_7 = 21 \cdot \sqrt{12}$
 $b_8 = 21$

$b_{14} = \frac{21}{\sqrt{12^3}} = \frac{21}{12\sqrt{12}} \quad \text{---}$

$\sqrt{12} = \frac{1}{q^2} \rightarrow q^2 = \frac{1}{\sqrt{12}}$
 $q = \frac{1}{\sqrt[4]{12}}$

3) $x = 0$

$\sqrt{-9 \cdot (-6)} = b_7$

$3 = b_9$

$\sqrt{\frac{-9}{-6^3}} = b_{14}$

$b_7 = 3\sqrt{6}$

$b_9 = 3$

$b_{14} = 3\sqrt{\frac{1}{6^3}}$

$q = \frac{1}{\sqrt[4]{6}}$

$b_{12} = \frac{3}{\left(\frac{1}{\sqrt[4]{6}}\right)^8} = \frac{3}{\frac{1}{36}} = 3 \cdot 36$

4) $x = -31$

$\sqrt{(+25 \cdot -31 - 9) \cdot 37} \quad -27$

$b_7 = \sqrt{(25 \cdot -31 - 9) \cdot 37} =$

$b_9 = -27 = b_7 \cdot q^2 \quad !!!$

$b_{14} = \frac{21}{\left(\frac{1}{\sqrt[4]{6}}\right)^8} = 21 \cdot 36$

$144 \cdot 21 = 3024$

Ответ: $b_7 > 0$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

②

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} \quad I$$

$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{61-2z} \quad II$$

$$b_{17} = b \cdot q^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$b_{15} = b \cdot q^4 = x+3$$

$$b_{16} = b \cdot q^{14} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$$\frac{b_{15}}{b_{16}} = q = \frac{25x-9}{(x-6)^2} = \frac{25x-9}{(x-6)^2}$$

$$\Rightarrow (q^4(x-6))^4 = 1$$

$$q^4(x-6) = 1 \vee q^4(x-6) = -1$$

$$b^2 \cdot q^{16} = (x+3)^2 = \frac{b^2}{(x-6)^2}$$

$$(x+3)^2 \cdot (x-6)^4 = b^2$$

$$(x+3)(x-6) = b \vee b = -(x+3)(x-6)$$

$$b \cdot q^6 = \sqrt{(25x-9) \cdot (x-6)} = (x+3)(x-6) \cdot \frac{1}{(x-6)^2} \sqrt{\frac{1}{x-6}}$$

$$\sqrt{(25x-9)(x-6)} = \frac{x+3}{\sqrt{x-6}}$$

$$(x-6)^2 \cdot (25x-9) = (x+3)^2$$

$$\sqrt{(25x-9)(x-6)} = q^2 = x+3$$

$$(25x-9)(x-6) \cdot q^4 = (x+3)^2$$

$$(25x-9)(x-6) \cdot \frac{1}{x-6} = (x+3)^2$$

$$1) x^2 + 16x + 9 - 25x - 54 = 0 \vee x^2 - 9x - 45 = 0$$

$$x^2 - 19x + 45 = 0$$

$$x = 20 \vee x = -31$$

$$x = 1 \quad x = 18$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

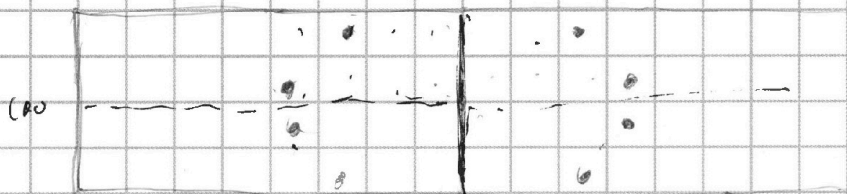
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$+2(A \cap B \cap C) - (A \cap B) - (A \cap C) - (B \cap C)$$

А повторения!!!
 $\binom{4}{10000}$ $\binom{4}{20000}$ $\binom{4}{20000}$

200



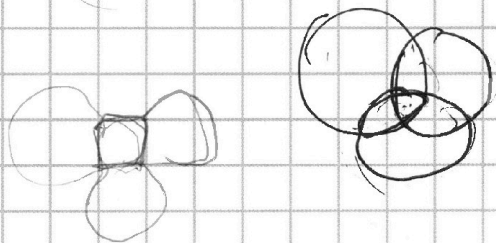
$$2 \cdot 27 \cdot 73$$

$$28 \cdot 26$$

$$\begin{array}{r} 702 \overline{) 2} \\ 1404 \\ \underline{1404} \\ 0 \end{array}$$

$$1) A \cap B = (A \cap B \cap C)$$

$$2) (A \cap B)$$



$$a \equiv 1 \pmod 3, b \equiv 1 \pmod 3$$

$$a \equiv 2 \pmod 3, b \equiv 1 \pmod 3$$

$$3 \cdot \binom{4}{20000} = 2 \cdot \binom{4}{10000}$$

$$1) a < b$$

$$2) b - a \equiv 3$$

$$3) (a - c)(b - c) = p^2, p \in \mathbb{P} \rightarrow$$

$$4) a^2 + b = 710$$

$$2) b = c - 1, a - c = -p, c = 2 + a$$

$$b + 1 - a = p^2 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} b + 1 - a \equiv 0 \pmod 3 \text{ or } b + 1 - a \equiv 2 \pmod 3 \\ p^2 \equiv 0 \pmod 3 \text{ or } p^2 \equiv 1 \pmod 3 \end{cases} \Rightarrow p^2 \equiv 0 \pmod 3 \Rightarrow p = 3$$

$$b - a + 1 = 9$$

$$b = 8 + a$$

$$a^2 + a - 5b = 710$$

$$\begin{cases} a = -28 \vee a = 26 \\ b = -19 \vee b = 34 \\ c = -16 \vee c = 25 \end{cases}$$

$$3) \Rightarrow a - c = 1, b - c = p^2 \vee a - c = p^2, b - c = 1$$

$$1) \begin{cases} a > c \\ b > c \end{cases} \Rightarrow c > 0$$

$$1) a = c + 1$$

$$b - a + 1 = p^2 \text{ or } p^2 \equiv 1 \pmod 3$$

$$b - a + 3 = b - a + 1 + 2 = p^2 \text{ or } b - a + 3 \equiv 2 \pmod 3$$

$$\Rightarrow b - a + 1 \equiv 0 \pmod 3 \Rightarrow p^2 \equiv 0 \pmod 3 \Rightarrow p = 3$$

$$b - a + 1 = 9$$

$$b - a = 8$$

$$b = 8 + a$$

$$a^2 + a - 5b = 710$$

$$a^2 + a - 40 = 710$$

$$a = -28 \vee a = 26$$

$$b = -19 \vee b = 34$$

$$c = -16 \vee c = 25$$

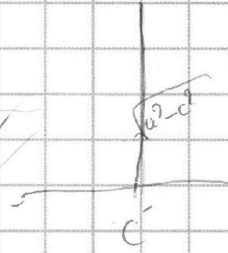
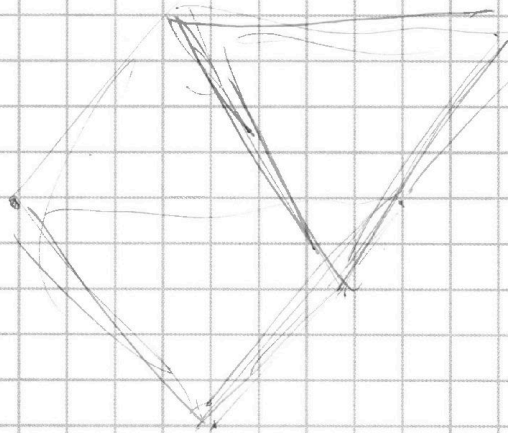
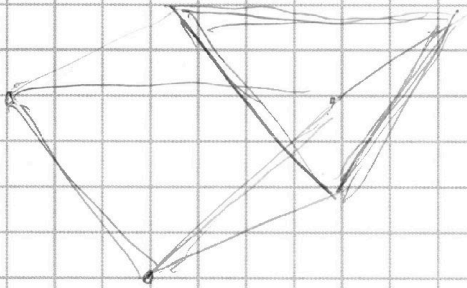


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



a-b

$$V = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot b$$

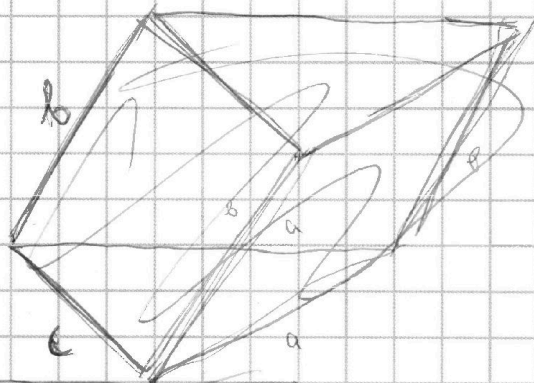
$$c = \sqrt{3}b$$

$$\sqrt{2} \cdot c = 2$$

$$b = c = 2$$

$$a = c = 2$$

$$a = 2, b = 2$$



$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} b^2 = \frac{1}{3} \cdot 2b^2$$

$$h = \sqrt{2}b$$

$$\frac{1}{2} \cdot b \cdot \sqrt{2} = 1$$

$$\frac{1}{2} \cdot b^2 = \frac{1}{2}$$
$$b = \sqrt{2}$$

