



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен  $\sqrt{(25x-9)(x-6)}$ , девятый член равен  $x+3$ , а пятнадцатый член равен  $\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $2 : 5$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $100 \times 400$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a < b$ ,
- число  $b - a$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a^2 + b = 710$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1.

$b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$  - геом прогрессия,  $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$

$$b_7 = b_1 \cdot q^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \quad (1)$$

$$b_9 = b_1 \cdot q^8 = x+3 \quad (2)$$

$$b_{15} = b_1 \cdot q^{14} = \frac{\sqrt{25x-9}}{(x-6)^3} \quad (3)$$

$$\text{II) } \frac{b_{15}^2}{b_7^2} = \frac{b_1^2 \cdot q^{28}}{b_1^2 \cdot q^{12}} = q^{16} = \frac{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}} = \frac{1}{(x-6)^4}$$

$$q^{16} = \frac{1}{(x-6)^4} \quad q^4 = \frac{1}{x-6} \vee q^4 = -\frac{1}{x-6}$$

2)  $b_7 \cdot q^2 = b_9$

$$x+3 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot q^2$$

$$\begin{cases} x \in \mathbb{R}, x > 0 \\ x^2 + 6x + 9 = (25x-9)(x-6) \cdot q^4 = (25x-9)(x-6) \end{cases}$$

$$x^2 + 6x + 9 = (25x-9)(x-6) \cdot \frac{1}{x-6} \vee x^2 + 6x + 9 = (25x-9)(x-6) \cdot \frac{-1}{x-6}$$

$$x^2 + 6x + 9 - 25x + 9 = 0 \vee x^2 + 6x + 9 + 25x - 9 = 0$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0 \quad x^2 + 31x = 0$$

$$\begin{cases} x=1 \vee x=18 \\ b \in \mathbb{R}, b > 0 \end{cases} \quad \checkmark \quad \begin{cases} x=0 \vee x=-31 \\ x \in \mathbb{R}, x > 0 \end{cases} \Rightarrow x=1 \vee x=18 \vee x=0$$

Проверка:

$x=1$  - не подходит  $x=0$  - подходит  $x=18$  - подходит

$$b_7 = \sqrt{16 \cdot (-5)} \quad \begin{cases} b_7 = 3\sqrt{6} \\ b_9 = 3 \\ b_{14} = 3\sqrt{\frac{1}{16}} \end{cases} \quad \begin{cases} q = \sqrt[4]{6} \\ b_1 = 108 \end{cases} \quad \begin{cases} b_7 = 21\sqrt{12} \\ b_9 = 21 \\ b_{14} = \frac{21}{\sqrt{12}} = \frac{21}{2\sqrt{12}} \end{cases} \quad \begin{cases} q = \sqrt[4]{12} \\ b_1 = 3024 \end{cases}$$

Ответ: 0; 18



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~3

$$p \cos 3x + 3(p-4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p \cdot 4 \cos^3 x - p \cdot 3 \cos x + 3p \cdot \cos x + 12 \cos x = 12 \cos^2 x - 6 + 10 \quad | :4$$

$$p \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \cos^2 x = t$$

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0 \quad t_1 - \text{корень}, t_1 \in [-1; 1]$$

$$t_1 = 1: \begin{array}{r|rrrr} p & -3 & +3 & -1 & \\ \hline 1 & p-3 & p & p-1 & 0 \end{array} \quad p=1$$

$$t_1 = -1: \begin{array}{r|rrrr} p & -3 & +3 & -1 & \\ \hline -1 & -p-3 & -p+3 & -p-1 & 0 \end{array} \quad p=-7$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

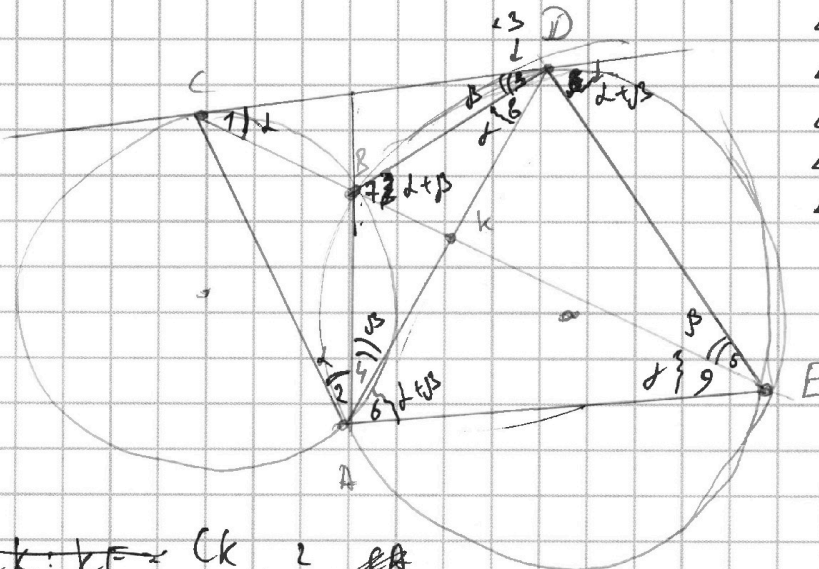
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

~~Обозначения~~ }  $CE \cap AD = K \Rightarrow CK:KE = 2:5$



- $\angle DCB = \angle 1$
- $\angle CAB = \angle 2$
- $\angle CDB = \angle 3$
- $\angle DBE = \angle 7$
- $\angle BAD = \angle 4$
- $\angle BED = \angle 5$
- $\angle DAE = \angle 6$
- $\angle BDA = \angle 8$
- $\angle BEA = \angle 9$

$$CK:KE = \frac{CK}{KE} = \frac{2}{5} = \frac{CA}{AE}$$

~~$\angle A = 2\beta$~~   
 ~~$\angle E = \alpha$~~   
 ~~$AD = 10\alpha$~~

- 1)  $\angle 1 = \angle 2 = \alpha$  (как впис. угол и угол между хордой и касат.)
- $\angle 3 = \angle 4 = \angle 5$  ( $\angle 4 = \angle 5$ , т.к. опир. на одну дугу) касат.
- $\angle 8 = \angle 9$  (как впис. угол и угол между хордой и касат.)

2)  $\angle DBE = \angle 7 = \angle 1 + \angle 3 = \alpha + \beta$  (т.к. внешний в  $\triangle CBD$ )

$\angle 7 = \angle 6$  (т.к. опир. на одну дугу)  $\angle 7 = \angle 6 = \alpha + \beta$

3)  $\angle CAD = \alpha + \beta, \angle DAE = \alpha + \beta \Rightarrow AD$  - бисс. угла  $\angle CAE \Rightarrow$

$\Rightarrow$  по св-ву бисс. в  $\triangle CAE$ :  $\frac{CK}{KE} = \frac{CA}{AE} = \frac{2}{5} \Rightarrow CA = 2x, AE = 5x$

4)  $\angle 6 = \angle 9$  (т.к. опир. на одну дугу)  $\Rightarrow \triangle CAD \sim \triangle DAE$  ( $\angle CAD = \angle DAE$ ,  $\angle CDA = \angle DEA = \beta + \alpha$ )  $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{ED}{CD} = \frac{AE}{AD} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AD^2 = KE \cdot AC = 10x^2 \Rightarrow AD = \sqrt{10}x$

$\frac{ED}{CD} = \frac{AE}{AD} = \frac{5x}{\sqrt{10}x} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

Ответ:  $\sqrt{\frac{5}{2}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

- √ 5 3 - общее кол-во способов
- 1) A - кол-во способов с симм. относительно центра
- 2) B - кол-во способов с симм. относительно одной ср. линии
- 3) C - кол-во способов с симм. - относит. другой ср. линии

① выбираем 4 точки на одной половине, остальные 4 точки расставятся единственным образом на другой  $\Rightarrow$  всего вар-ов A -  $C_{20000}^4$

② ан-но первому пункту B =  $C_{20000}^4$  вар-ов

③ ан-но первому пункту C =  $C_{20000}^4$  вар-ов

Тогда  $S = A + B + C - \overset{a}{\text{совпадающ. способы } (1 \text{ и } 2)} - \overset{b}{\text{совпаг. способы } (1 \text{ и } 3)} - \overset{c}{\text{совп. сп } (2 \text{ и } 3)} + \overset{d}{\text{совп. сп } (1, 2 \text{ и } 3)}$

Заметим, что если любые две симметрии совпадают, то совпадают сразу все 3  $\Rightarrow a = b = c = d$

Тогда  $S = A + B + C - 2d$

d - кол-во способов, когда все 3 симметрии выполняются

выбираем 2 точки в одной из четвертей, остальные 6 точек расставятся единственным образом (в силу симметрии)  $\Rightarrow d = C_{10000}^2$

$$S = A + B + C - 2d = 3A - 2d = 3 \cdot C_{20000}^4 - 2 \cdot C_{10000}^2$$

Ответ:  $3 \cdot C_{20000}^4 - 2 \cdot C_{10000}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6

$$\begin{cases} a < b & \textcircled{1} \\ b - a \neq 3 & \textcircled{2} \\ (a - c) \mid (b - c) = p^2, p \in \mathbb{P} & \textcircled{3} \\ a^2 + b^2 = 710 & \textcircled{4} \end{cases}$$

только эти вар-ты, ~~и т.д.~~  
т.к.  $a < b$ .

$$\begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases} \vee \begin{cases} a - c = -p^2 \\ b - c = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = a - 1 \\ b - a + 1 = p^2 \end{cases} \vee \begin{cases} b - a + 1 = 0 \\ p^2 = 0 \vee p^2 = 1 \end{cases} \quad (\text{т.к. } b - a \neq 3) \quad \textcircled{5}$$

$$\Leftrightarrow p^2 = 0 \Rightarrow p = 3 \quad (\text{т.к. } p - \text{простое})$$

$$\begin{cases} b - a + 1 = 9 \\ c = a - 1 \end{cases} \vee \begin{cases} b = a + b \\ c = a - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 710 \\ b = a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 + a + b = 710 \\ a^2 + a - 70b = 0 \end{cases} \quad a = -27 \vee a = 26$$

$$\begin{cases} a = -27 \\ b = -19 \\ c = -28 \end{cases} \vee \begin{cases} a = 26 \\ b = 34 \\ c = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - c = -p^2 \\ b - c = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b + 1 - a = p^2 \\ b - a + 1 = 0 \vee b - a + 1 = 3 \end{cases} \Rightarrow p^2 = 0 \Rightarrow p = 3$$

$$\begin{cases} b - a + 1 = 9 \\ b = a + b \\ c = b + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 710 \\ a^2 + a + 70b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 27 \vee a = 28 \\ b = -19 \vee b = 34 \\ c = -18 \vee c = 35 \end{cases}$$

Проверка:

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н б

Проверка:

$$1) (-27; -19; -28)$$

$$\begin{cases} -27 < -19 \\ -19 + 27 \neq 3 \end{cases}$$

верно

$$\begin{cases} (-27 + 28)(-19 + 28) = 3^2 \\ 27^2 - 19 = 710 \end{cases}$$

$$2) (26; 34; 25)$$

$$\begin{cases} 26 < 34 \\ 34 - 26 \neq 3 \end{cases}$$

верно

$$\begin{cases} (26 - 25)(34 - 25) = 3^2 \\ 26^2 + 34 = 710 \end{cases}$$

$$3) (-27; -19; -18)$$

$$\begin{cases} -27 < -19 \\ -19 + 27 \neq 3 \end{cases}$$

верно

$$\begin{cases} (-27 + 18)(-19 + 18) = 3^2 \\ 27^2 - 19 = 710 \end{cases}$$

$$4) (26; 34; 35)$$

$$\begin{cases} 26 < 34 \\ 34 - 26 \neq 3 \end{cases}$$

верно

$$\begin{cases} (26 - 35)(34 - 35) = 3^2 \\ 26^2 + 34 = 710 \end{cases}$$

Ответ:  $(-27; -19; -28); (26; 34; 25); (-27; -19; -18); (26; 34; 35)$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

26.

Проверка 1

$$1) \begin{cases} a = -27 \\ b = -19 \\ c = -28 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -27 < -19 \\ -19 + 27 > 3 \\ (-27 + 28)(-19 + 28) = 3^2 - \text{квадрат простого} \\ 27^2 - 19 = 710 \end{cases} \quad \text{верно.}$$

$$2) \begin{cases} a = 26 \\ b = 34 \\ c = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 26 < 34 \\ 34 - 26 > 3 \\ (26 - 25)(34 - 25) = 3^2 - \text{квадрат простого} \\ 26^2 + 34 = 710 \end{cases} \quad \text{верно}$$

$$3) \begin{cases} a = -27 \\ b = -19 \\ c = -18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -27 < -19 \\ -19 + 27 > 3 \\ (-27 + 18)(-19 + 18) = 3^2 \\ 27^2 - 19 = 710 \end{cases} \quad \text{верно}$$

$$4) \begin{cases} a = 26 \\ b = 34 \\ c = 35 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 26 < 34 \\ 34 - 26 > 3 \\ (26 - 35)(34 - 35) = 3^2 \\ 26^2 + 34 = 710 \end{cases} \quad \text{верно}$$

Ответ:  $(-27; -19; -28); (26; 34; 25); (-27; -19; -18); (26; 34; 35)$



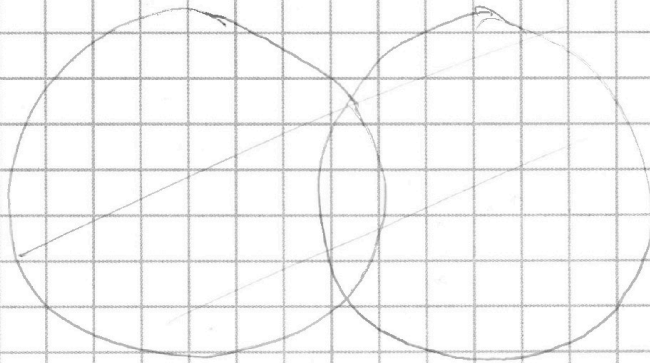
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$180 - 2\alpha - 2\beta - \gamma$$

$$180 - 2\alpha - 2\beta - \gamma + \alpha$$

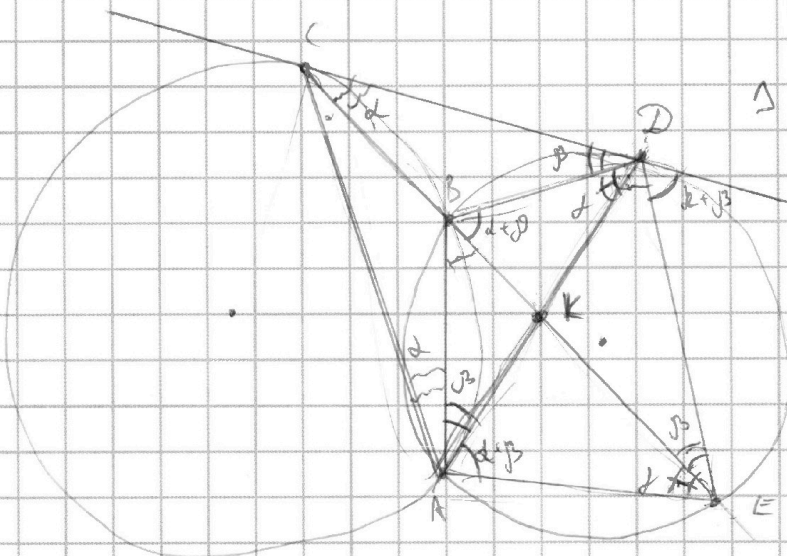
$$CD^2 = CB \cdot CE$$

$$CD =$$

$$\beta + \gamma \quad 180 - 2\alpha - 2\beta - \gamma + \alpha + \beta$$

$$CK : KE = 2 : 5$$

$$ED : CD = CB : BD = ?$$



$$\triangle CAD \sim \triangle DAE$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AD}$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AD}$$

$$ED = \frac{AD^2}{AC} = AC \cdot AE$$

$$CD = \frac{AD^2}{AE}$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{10y}{2y} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$$

$$AC : AE =$$

$$\frac{2y}{AC} = \frac{CK}{KE} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{DE^2}{CD^2} = \frac{30y^2 - 10\sqrt{10}y^2 \cdot \cos 2}{10y^2 - 4\sqrt{10}y^2 \cdot \cos}$$

Т.кос:

$$CD^2 = 4y^2 + 10y^2 - 2\cos(\alpha + \beta) \cdot 2\sqrt{10}y^2$$

$$DE^2 = 20y^2 + 10y^2 - 2\cos(\alpha + \beta) \cdot 5\sqrt{10}y^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$\cos(x+x) = (2 \cos^2 x - 1) \cdot \cos x - 2 \sin x \cdot \cos x \cdot \cos x =$$

$$= 2 \cos^3 x - \cos x - 2 \sin^2 x \cos x$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$2p \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 6 \cos x - 2 = 0$$

$$\cos 3 \cdot \frac{\pi}{6} = 4 \cdot \cos^3 \frac{\pi}{6} - 3 \cdot \cos \frac{\pi}{6}$$

$$0 = 4 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 - 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(4 \cdot \frac{3}{4} - 3\right) = 0$$

$$\cos 3 \cdot \frac{\pi}{3} = 4 \cdot \cos^3 \frac{\pi}{3} - 3 \cdot \cos \frac{\pi}{3}$$

$$-1 = 4 \cos^3 \frac{\pi}{3} \left(4 \cdot \frac{1}{4} - 3\right) = \frac{1}{2} \cdot -2 = -1$$

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p \cdot 4 \cos^3 x - 5p \cdot \cos x + 3p \cdot \cos x + 12 \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos x = 6 \cos 2x + 10 \quad \cos x = t$$

$$2p \cos^3 x + 6 \cos x - 3 \cos^2 x + 3 - 10 = 0$$

$$2p \cdot t^3 - 6t^2 + 6t - 7 = 0$$

$$2t^2(pt - 3) - 2(3t - 1) = 0$$

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$3pt^2 - 6t + 3 = 0$$

$$pt^2 - 2t + 1 = 0$$

	$2p$	$-6$	$6$	$-7$
$+$	$2p$	$2p-6$	$2p$	$2p-7=0$
$-$	$2p$	$-2p-6$	$2p+12$	$-2p-7=0$
$\times$	$2p$			

$p=1$   
 $p=17$

$p=17$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(25x-9)(x-6) = b_1 \cdot q^6$        $(\cos(2b+x))^2$   
 $x+3 = b_1 \cdot q^8$   
 $\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} = b_1 \cdot q^{24}$   
 $\frac{25x-9}{(x-6)^3} = b_1^2 \cdot q^{24} = (25x-9)(x-6) \cdot b_1 \cdot q^{22}$   
 $\frac{25x-9}{(x-6)^3} = (25x-9)(x-6) \cdot b_1 \cdot q^{22}$   
 $(x-6)^4 \cdot b_1 \cdot q^{22} = 1$

2)  $\sqrt{x+5} - \sqrt{-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}$  I  
 $\sqrt{y+5} + 4/y - 5 = \sqrt{6-2z}$  II  
 $\sqrt{x+5} - \sqrt{-x-4z} - 2\sqrt{x+5}(\sqrt{-x-4z}) = 4y - 16x - 4x^2 + 4z + 16 - 6 - 4z - 2\sqrt{x-x^2-4xz-20z} = 4y - 16x - 4x^2 + 4z + 16 - 2\sqrt{-x^2-4x-4xz-20z} = 4y - 16x - 1$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Проверка:  
1)  $x = 1$     2)  $b = 10$     3)  $b = 0$     4)  $x = -31$

1)  $\sqrt{16 \cdot -5}$  !!!  $\ominus$

2)  $\sqrt{9 \cdot 49 \cdot 12} = b \cdot q^6$   
 $21 = b \cdot q^8$

$b_7 = 21 \cdot \sqrt{12}$   
 $b_8 = 21$

$\sqrt{12} = \frac{1}{q^2} \rightarrow q^2 = \frac{1}{\sqrt{12}}$   
 $q = \frac{1}{\sqrt[4]{12}}$

$\sqrt{\frac{9 \cdot 49}{12^3}} = b \cdot q^{14}$

$b_{14} = \frac{21}{\sqrt{12^3}} = \frac{21}{12\sqrt{12}} \oplus$

3)  $x = 0$

$\sqrt{-9 \cdot (-6)} = b_7$

$b_7 = 3\sqrt{6}$

$q = \sqrt[3]{6}$

$3 = b_9$

$b_9 = 3$

$b_{12} = \frac{3}{\left(\frac{1}{\sqrt[3]{6}}\right)^8} = \frac{3}{\frac{1}{26}} = 3 \cdot 26$

$\sqrt{\frac{-9}{-6^3}} = b_{14}$

$b_{14} = 3\sqrt{\frac{1}{6^3}}$

4)  $x = -31$

$\sqrt{(+25 \cdot -31 - 9) \cdot 37} = -27$

$b_7 = \sqrt{(25 \cdot -31 - 9) \cdot 37} =$

$b_9 = -27 = b_7 \cdot q^2$  !!!

$b_{11} = \left(\frac{1}{\sqrt{11}}\right)^8 = 21 \cdot 144$

Ответ:  $b_7 > 0$ .

$144 \cdot 21 = 3024$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

②

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} \quad I$$

$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{61-2z} \quad II$$


---


$$b_{17} = b \cdot q^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$b_{15} = b \cdot q^4 = x+3$$

$$b_{16} = b \cdot q^5 = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$$\frac{b_{15}}{b_{16}} = q = \frac{25x-9}{(x-6)^2} = \frac{25x-9}{(x-6)^2}$$

$$\Rightarrow (q^4(x-6))^4 = 1$$

$$q^4(x-6) = 1 \vee q^4(x-6) = -1$$

$$b^2 \cdot q^{16} = (x+3)^2 = \frac{b^2}{(x-6)^4} \cdot b^2$$

$$q^4(x-6) = 1 \Rightarrow q = \sqrt[4]{\frac{1}{x-6}}$$

$$(x+3)^2 \cdot (x-6)^4 = b^2$$

$$(x+3)(x-6) = b \vee b = -(x+3)(x-6)$$

$$b \cdot q^6 = \sqrt{(25x-9) \cdot (x-6)} = (x+3)(x-6) \cdot \frac{1}{(x-6)^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{x-6}}$$

$$\sqrt{(25x-9)(x-6)} = \frac{x+3}{\sqrt{x-6}}$$

$$(x-6)^2 \cdot (25x-9) = (x+3)^2$$

$$\sqrt{(25x-9)(x-6)} = q^2 = x+3$$

$$(25x-9)(x-6) \cdot q^4 = x+3$$

$$(25x-9)(x-6) \cdot \frac{1}{x-6} = (x+3)^2$$

$$1) x^2 + 16x + 9 = 25x + 9 \Rightarrow x^2 - 9x = 0$$

$$x^2 - 19x + 16 = 0$$

$$x = 0 \vee x = 18$$

$$x^2 - 16x + 9 = 25x + 9 \Rightarrow x^2 - 41x = 0$$

$$x = 0 \vee x = 41$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

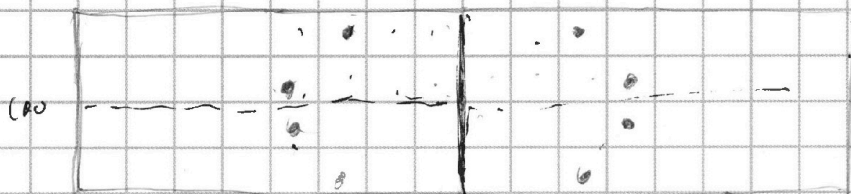
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$+2(A \cap B \cap C) - (A \cap B) - (A \cap C) - (B \cap C)$$

А Повторения!!!

$$C_{10000}^4 \quad C_{20000}^4 \quad C_{20000}^4$$

200



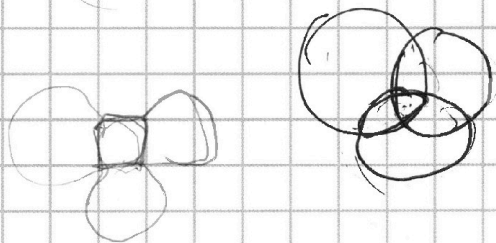
$$2 \cdot 27 \cdot 73$$

$$28 \cdot 26$$

$$\begin{array}{r} 702 \overline{) 2} \\ 1404 \\ \underline{1404} \\ 0 \end{array}$$

$$1) A \cap B = (A \cap B \cap C)$$

$$2) (A \cap B)$$



$$\begin{array}{l} a \equiv 1 \pmod 3 \\ b \equiv 1 \pmod 3 \\ a \equiv 2 \pmod 3 \\ b \equiv 2 \pmod 3 \end{array}$$

$$3 \cdot C_{20000}^4 = 2 \cdot C_{10000}^2$$

$$1) a < b$$

$$2) b - a = 3$$

$$3) (a - c)(b - c) = p^2, p \in \mathbb{P} \rightarrow$$

$$4) a^2 + b = 710$$

$$2) \begin{cases} b = c - 1 \\ a - c = -p \\ c = a + 2p^2 \end{cases} \Rightarrow c = 2 + a$$

$$b + 1 - a = p^2 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} b + 1 - a = 3 \text{ or } 4 - a = 2 \\ p^2 = 0 \text{ or } p^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow p^2 = 0 \Rightarrow p = 0$$

$$p^2 = 0 \text{ or } p^2 = 1$$

$$b - a + 1 = 9$$

$$b = 8 + a$$

$$a^2 + a - 5b = 710$$

$$\begin{cases} a = -28 \text{ or } a = 26 \\ b = -19 \text{ or } b = 34 \\ c = -16 \text{ or } c = 25 \end{cases}$$

$$3) \Rightarrow a - c = 1, b - c = p^2 \vee a - c = p^2, b - c = 1$$

$$1) \begin{cases} a > c \\ b > c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c > 0 \\ c > b \end{cases}$$

$$1) a = c + 1$$

$$b - a + 1 = p^2 \text{ or } p^2 = 1$$

$$b - a + 3 = b - a + 1 + 2 = p^2 \text{ or } b - a + 2 = p^2$$

$$\Rightarrow b - a + 1 = 3 \text{ or } p^2 = 3 \Rightarrow p = 3$$

$$b - a + 1 = 9$$

$$b - a = 8$$

$$b = 8 + a$$

$$a^2 + a + b = 710$$

$$a^2 + a - 110 = 0$$

$$a = -28 \vee a = 26$$

$$b = -19 \vee b = 34$$

$$c = -16 \vee c = 25$$

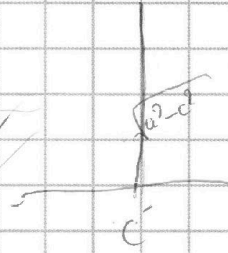
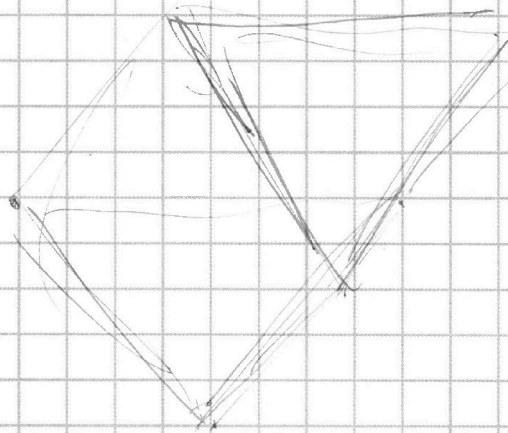
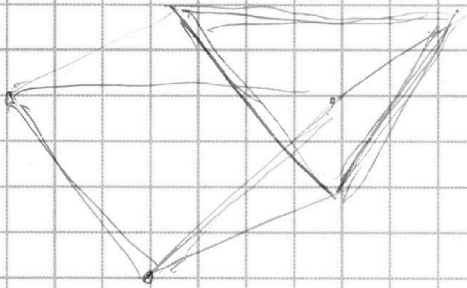


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



a-b

$$V = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot b^2$$

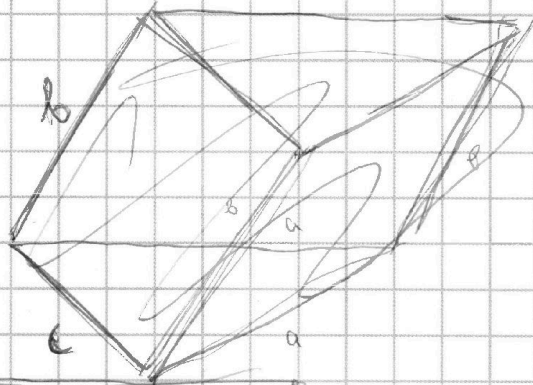
$$c = \sqrt{3}b$$

$$\sqrt{2} \cdot c = 2$$

$$b = c = 2$$

$$a = c = 2\sqrt{3}$$

$$a = 2\sqrt{3}, b = 2$$



$$\frac{1}{4}b^2 - \frac{1}{4}b^2 = 2b^2$$

$$b = \sqrt{2}b$$

$$\frac{1}{2} \cdot b \cdot \sqrt{2} = 1$$

$$b^2 = \sqrt{2}$$

$$b = \sqrt[4]{2}$$

