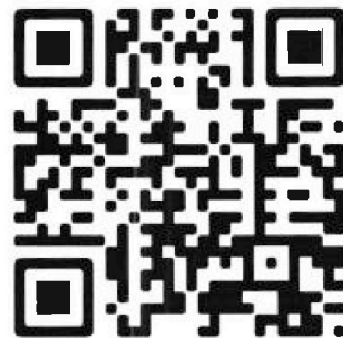




МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен  $3x + 3$ , пятый член равен  $(x^2 + 2x)^2$ , а девятый равен  $3x^2$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $4y + 8x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$  и  $B = m^2n + mn^2 - 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $8 \times 8$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 10$ ,  $AN = 8$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Обозначив радиусы протрассии за  $d$ , составим уравнения:

$$\begin{cases} 3x+3+2d = (x^2+2x)^2 \\ 3x+3+6d = 3x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+3+7d = (x^2+2x)^2 \\ x+1+7d = x^2 \end{cases}$$

Вычтем второе уравнение из первого:

$$2(x+1) = (x^2+2x)(x^2+3x)$$

$$2(x+1) = x(x+1)(x^2+3x)$$

1)  $x = -1$  - корень

2)  $x \neq -1$

$$2 = x^3 + 3x^2 \Rightarrow x^3 + 3x^2 - 2 = 0$$

$$(x+1)(x^2+2x-2) = 0$$

$$x^2+2x-2 = 0$$

$$D_1 = 1+2=3$$

$$x_1 = -1 + \sqrt{3}$$

$$x_2 = -1 - \sqrt{3}$$

Учтем:  $x_1 = -1 \Rightarrow a_3 = 0, a_5 = 1, a_9 = 3 \Rightarrow d = 0,5$

$$x_2 = -1 + \sqrt{3} \quad a_3 = 3\sqrt{3}, a_5 = 4, a_9 = 12 - 6\sqrt{3}, d = 2 - \frac{3}{2}\sqrt{3}$$

$$x_3 = -1 - \sqrt{3} \quad a_3 = -3\sqrt{3}, a_5 = 4, a_9 = 16 + 6\sqrt{3}, d = 2 + \frac{3}{2}\sqrt{3}$$

Ответ:  $-1; -1 \pm \sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3y \leq 3 \\ x-3y \geq -3 \\ 3x-y \leq 1 \\ 3x-y \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3y+3 \\ x \geq 3y-3 \\ x \leq \frac{y+1}{3} \\ x \geq \frac{y-1}{3} \end{cases}$$
$$1) 3y+3 > \frac{y+1}{3} \Rightarrow 9y+9 > y+1 \Rightarrow 8y > -8 \Rightarrow y > -1$$
$$\frac{y+1}{3} \geq 3y-3 \Rightarrow y+1 \geq 9y-9 \Rightarrow 10 \geq 8y \Rightarrow y \leq \frac{5}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

Заметим, что числа  $mn$  и  $m+n-9$  имеют разную четность  $\Rightarrow A \equiv 2$

Но если ни  $p$ , ни  $q \neq 2$ , то и  $13p^2$ , и  $45q^2$  - чет. число.

Противоречие  $\Rightarrow$  одно из чисел  $p, q$  равно 2.

1)  $p=2 \Rightarrow (m+n)(m+n-9) = 13 \cdot 4$

$m+n=t, t>0$ , и.к.  $m, n \in \mathbb{N}$

$$t^2 - 9t - 52 = 0$$

$$t_1 = 13 \Rightarrow m+n = 13$$

$$t_2 = -4 \text{ - не уг. условию}$$

$$m+n = 13$$

$$B = mn \cdot 10 \text{ и } B = 45q^2$$

$$10mn = 45q^2$$

$$2mn = 9q^2 \Rightarrow q=2 \dots$$

$\div 2$

$$\begin{cases} mn = 30 \\ m+n = 13 \end{cases} \rightarrow \text{корни уравнения } x^2 - 13x + 30 = 0$$

$$x_1 = 10$$

$$x_2 = 3$$

$$m=10 \text{ или } n=3$$

$$n=3 \text{ или } m=10$$

2)  $q=2 \Rightarrow (m+n)(m+n-9) = 45 \cdot 4$

$m+n=t, t>0$ :

$$t^2 - 9t - 180 = 0$$

$$D = 81 + 720 = 801 \rightarrow \div 3$$

Нет решений.

$$\Rightarrow \sqrt{801} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow t = \frac{9 \pm \sqrt{801}}{2} \notin \mathbb{N}$$

Ответ: (3; 10), (10; 3)

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AC=18, AZ=6, YZ=8.$$

$AX \parallel YZ \Rightarrow \angle CAZ = \angle CYZ$  как соответственные  
 $\angle YZA = \angle BAX$  как накрест лежащие.

$AX$  - биссектриса  $\Rightarrow \angle CAZ = \angle BAX \Rightarrow \angle CYZ = \angle YZA$

$\triangle AYZ$  - равнобедренный  $\Rightarrow AY = AZ = YZ = 6$

$$YC = 6 + 18 = 24$$

$\triangle CAZ \sim \triangle CYZ$  ( $\angle CAZ = \angle CYZ$ ,  $\angle C$  общий)  $\Rightarrow \frac{AZ}{YC} = \frac{YZ}{AC} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

$$\frac{AZ}{YC} = \frac{1}{4} \Rightarrow XZ = 3t \Rightarrow AX = t$$

$$MB = 4t$$

$BX = 5t, XC = 3t \Rightarrow$  по св. биссектрисы  $\frac{AB}{AC} = \frac{BX}{XC} = \frac{5}{3}$

$$AB = 30$$

Треуголь  $\angle BAC = \alpha$ , тогда:

$$\text{по косинусов для } \triangle ABC: BC^2 = 30^2 + 18^2 - 2 \cdot 30 \cdot 18 \cdot \cos \alpha$$

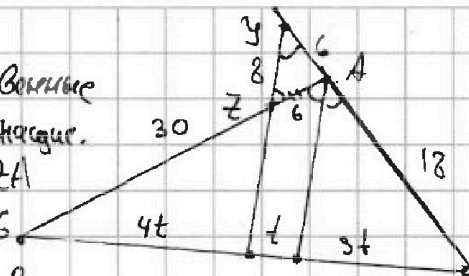
$$\text{для } \triangle YZ: 64 = 36^2 + 36^2 + 2 \cdot 36 \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{-8}{72} = \frac{-1}{9}$$

$$BC^2 = 900 + 324 + 120 = 1344$$

$$BC = \sqrt{16 \cdot 84} = 4\sqrt{84} = 8\sqrt{21}$$

Ответ:  $8\sqrt{21}$ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

Преобразуем второе уравнение:

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

Заметим, что функция  $f(a) = a^4 + 5a^2 + \sqrt{a}$  возрастает, т.к.

при  $a > 0$   $a^4 \uparrow$ ,  $5a^2 \uparrow$ ,  $\sqrt{a} \uparrow \Rightarrow$  каждое своё значение она принимает при единственном значении аргумента.

Следовательно,  $x = y$

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(x+1)(6-x)}$$

Пусть  $a = \sqrt{x+1}$ ,  $b = \sqrt{6-x}$ ,  $a, b > 0$ , тогда:

$$\begin{cases} a+b+5 = 2ab \\ a^2+b^2 = 7 \end{cases}$$

$$a+b+5 = (a+b)^2 - 7$$

$$(a+b)^2 - (a+b) - 12 = 0 \text{ - корни } 4 \text{ и } -3$$

•  $a+b = -3$  - не удов. условию  $a > 0$  и  $b > 0$

•  $\begin{cases} a+b=4 \\ 2ab=9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b=4 \\ ab=\frac{9}{2} \end{cases}$  корни уравнения  $t^2 - 4t + \frac{9}{2} = 0$

$$D_1 = 4 - \frac{9}{2} = -0,5 < 0$$

Нет корней!

Решений нет!

Ответ:  $\emptyset$ .

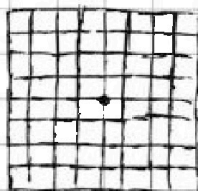


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что из любой конфигурации можно получить ещё 3 поворота на  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$ , если эта конфигурация не является симметричной относительно центра квадрата. Всего на доске 81 узел. Для каждой точки доске 1 скатке

содержит точка белого цвета размещаем на доске красное разделим ответ на 2. Существует 80 симметричных конфигураций, при этом поворотом каждой на  $90^\circ$  можно получить другие 3 без учёта поворотов на доске 80 симметричных конфигураций (80 способов поставить первую белую точку, 1 способ поставить ей симметричную). Всего без учёта поворотов на доске  $81 \cdot 80$  конфигураций. Итого есть  $81 \cdot 80 - 80$  несимметричных и  $80^2$  симметричных комбинаций без учёта поворотов. С их учётом кол-во первых увеличивается в 4 раза, кол-во вторых - в 2 (поворот на  $180^\circ$  переводит симметричную конфигурацию в точку симметричную)

Всего способов подсчитать  $\frac{1}{4} \left( \frac{81 \cdot 80}{2} - \frac{80}{2} \right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{80}{2} = \frac{80 \cdot 80}{8} + \frac{80}{4} = 800 + 20 = 820$

Ответ: 820



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1)  $N$  лежит на окружности с диаметром  $AC$   $\Rightarrow \angle ANM = 90^\circ$

$AN \perp AC$

2)  $PQ \parallel$  высоте, опущенной из  $B \Rightarrow PQ \perp AC$

$PQ$  касается  $\omega, \Omega$  - линии центров  $\omega$  и  $\Omega$ ,  
т.к. является общей хордой  $\Rightarrow AC \parallel O_1O_2$

$O_1$  - середина  $CL$   $X = O_1O_2 \cap MN$

$O_2$  - середина  $AM$   $Y = O_1O_2 \cap AB$

Рассмотрим  $\triangle AMN$ .  $XO_2$  проходит через  $O_2$  и  $\parallel AN$

$XO_2$  - средняя линия?

Рассмотрим  $\triangle ACL$ .  $O_1Y \parallel AC$   $X$  - середина  $MN$

$O_1Y$  проходит через  $O_1$

$O_1Y$  - средняя линия

$Y$  - середина  $AC$

Рассмотрим  $\triangle AMN$ .  $O_2Z$  - средняя линия  $\Rightarrow MN \parallel O_2Z$

Но  $O_2Z \parallel AC \Rightarrow MN \parallel AC \Rightarrow MN$  - средняя линия  $\triangle ABC$

$L$  - середина  $AB$

3) Обозначим  $AC=BC$  за  $x \Rightarrow CN=x-8$ .

$AC \perp CB$  ( $CL$  - биссектриса и медиана)

Проведем  $BE$  - высоту  $AN \parallel BE$ ,  $AN$  проходит через  $M$

$AN$  - средняя линия  $\triangle BCN$ .

$AN = x-8 \Rightarrow CN = 2x-16$

Теорема Пифагора для  $\triangle BCN$  и  $\triangle ANE$ .  $NA = 16-x$

$$\begin{cases} x^2 = 4x^2 + 256 - 64x + BN^2 \\ 100 = 256 + x^2 - 32x + BN^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = 4x^2 + 256 - 64x + BN^2 \\ 100 = 256 + x^2 - 32x + BN^2 \end{cases}$$

Вычитаем:

$$x^2 - 100 = 3x^2 - 32x$$

$$2x^2 - 32x + 100 = 0$$

$$x^2 - 16x + 50 = 0$$

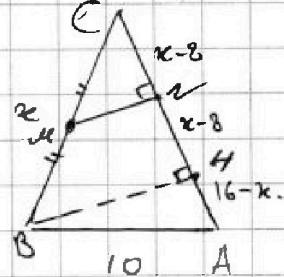
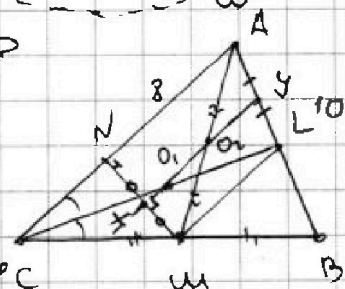
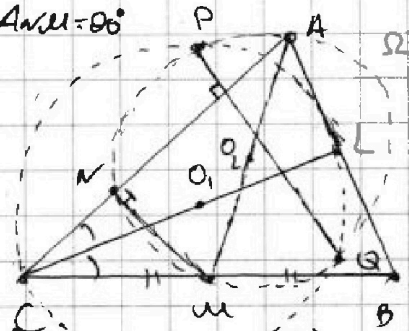
$$D_1 = 64 - 50 = 14$$

$x_1 = 8 - \sqrt{14} < 8 \Rightarrow AC < AN$  - не уг. условие ( $N \in$  отрезку  $AC$ )

$$x_2 = 8 + \sqrt{14}$$

Итого  $AC = BC = 8 + \sqrt{14}$

Ответ:  $8 + \sqrt{14}$





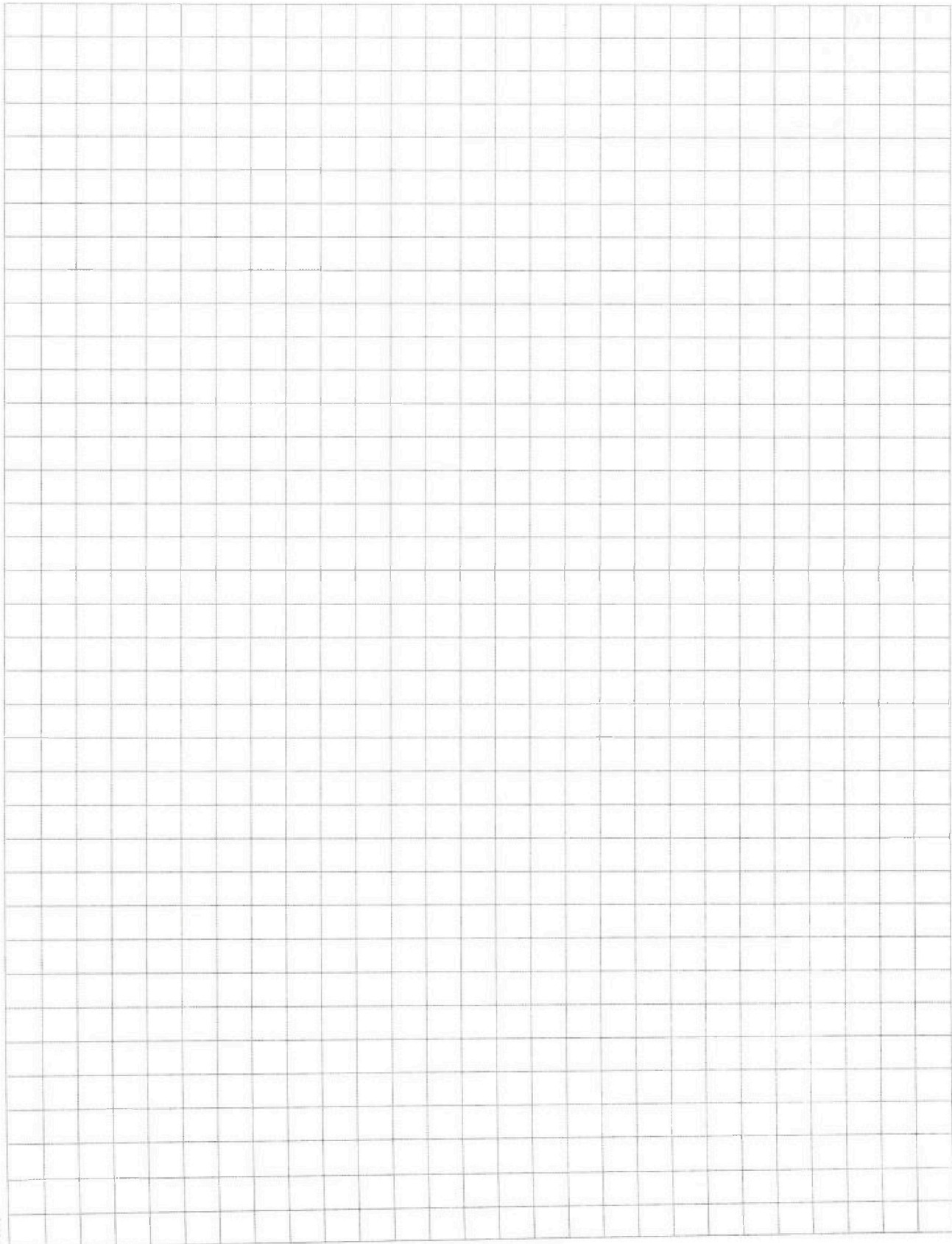


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2)  $\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}$

$(x-3y)^2 \leq 9$   
 $(3x-y)^2 \leq 1$

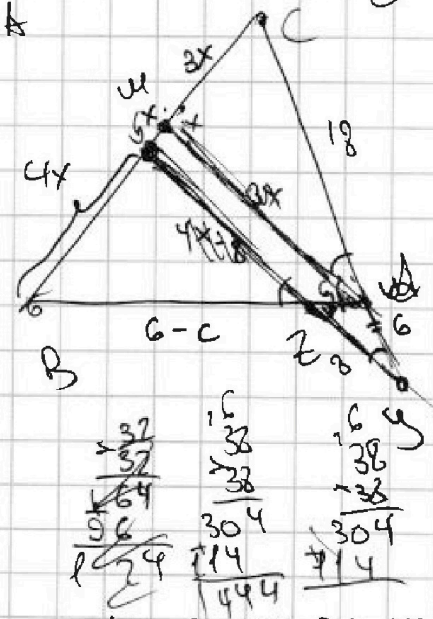
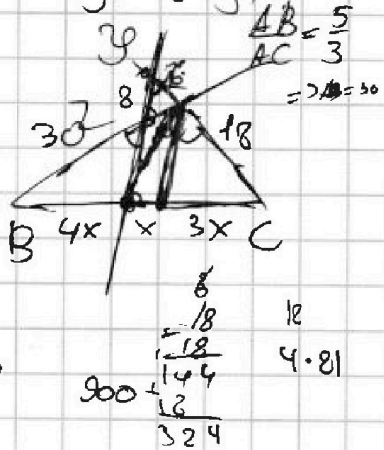
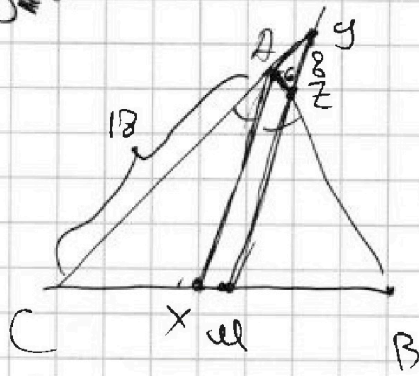
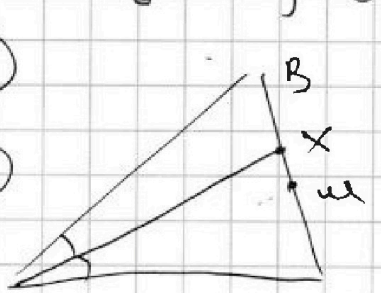
$x^2 + 9y^2 - 6xy \leq 9$   
 $9x^2 + y^2 - 6xy \leq 1$

$x^2 - 6xy + 9y^2 + 9x^2 + y^2 - 6xy \leq 10$   
 $5x^2 + 5y^2 - 6xy \leq 5$

$x^2(x-6y) \leq 9(1-y^2)$   
 $3x(3x-2y) \leq (1-y^2)$

3)

4)



$\frac{AB}{AC} = \frac{5}{3} \Rightarrow AB = 30$

$BC^2 = 30^2 + 18^2 - 2 \cdot 30 \cdot 18 \cdot \cos \alpha$

$64 = 36 + 36 + 2 \cdot 36 \cdot \cos \alpha$

$BC^2 = 1224 - 1080 \cos \alpha$

$\cos \alpha = -\frac{8}{72} = -\frac{1}{9}$

$BC^2 = 1224 + \frac{1080}{9} = 1224 + 120 = 1344$

$BC = \sqrt{1344} = 12 \cdot \sqrt{28} = 12 \cdot 2 \cdot \sqrt{7} = 24 \sqrt{7}$

5)

$A = m^2 + 2mn + n^2 - 2m - 2n$

$B = m^2n + nm^2 - 3mn$

$A = (m+n)^2 - 2(m+n) = (m+n)(m+n-2)$

$B = mn(m+n) - 3mn = mn(m+n-3)$

$B = 13p^2 = 13 \cdot p \cdot p$

верно!

$13p^2 = 1 \cdot 1 \cdot 13p^2$

$mn(m+n-3) = 13p^2$

$h=3? \Rightarrow m^2n = 13p^2 \Rightarrow m=p$

$A = (p+3)(4+p) = 75p^2$

$m, n, m+n-2$  взаимно простые  $\Rightarrow$   $p=1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_3 = 3x + 3$$

$$a_5 = (x^2 + 2x)^2$$

$$a_9 = 3x^2$$

$$(x^2 + 2x)^2 = 3x + 3 + 2d \Rightarrow x^4 + 4x^3 + 4x^2 = 3x + 3 + 2d$$

$$3x^2 = (x^2 + 2x)^2 + 4d \Rightarrow 3x^2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 4d$$

$$0 = x^4 + 4x^3 + x^2 + 4d$$

$$0 = x^2$$

$$3x + 3 + 6d = 3x^2$$

$$\begin{cases} 3x^2 - 3x - 3 - 6d = 0 \\ x^4 + 4x^3 + x^2 + 4d = 0 \end{cases}$$

$$x^4 + 4x^3 + x^2 + 4d = 0$$

Возрастаем?

$$x^2 \rightarrow x + 1$$

$$3x^2 > 4x^3 + 4x^2 + 4x^2 \Rightarrow 0 > x^4 + 4x^2 + x^2 = (x^2 + x)^2 - 2x^3 =$$

$$= (x(x+1))^2 - 2x^3$$

$$3x + 3 + 2d = (x^2 + 2x)^2$$

$$3x + 3 + 6d = 3x^2 \Rightarrow x + 1 + 2d = x^2$$

$$2x + 2 = (x^2 + x)(x^2 + 3x)$$

$$2(x+1) = x^2(x+1)(x+3)$$

$$x = -1$$

$$2 = x^2(x+3) \Rightarrow x^3 + 3x^2 - 2 = 0$$

-1 - корень.

$$\textcircled{-1} a_3 = 0$$

$$a_5 = 1$$

$$a_9 = 3$$

$$\sqrt{3} - 1$$

$$a_3 = 3\sqrt{3}$$

$$a_5 = (4 - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2)^2 = 4$$

$$a_9 = 3(4 - 2\sqrt{3}) = 12 - 6\sqrt{3}$$

$$(x+1)(x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$x = -1 + \sqrt{3}$$

$$x = -1 - \sqrt{3}$$

$$d = 2 + 5\sqrt{3}$$

$$a_3 = -3\sqrt{3}$$

$$a_5 = (4 + 2\sqrt{3} - 2 - \sqrt{3})^2 = 4$$

$$a_9 = 2 \cdot 3(4 + 2\sqrt{3}) = 12 + 12\sqrt{3}$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 + 0x - 2 \quad | \quad x+1 \\ \underline{-(x^3 + x^2)} \phantom{+ 0x - 2} \\ 2x^2 - 0x - 2 \\ \underline{-(2x^2 + 2x)} \\ -2x - 2 \\ \underline{-(-2x - 2)} \\ 0 \end{array}$$

$$2x^2 - 0x - 2$$

$$2x^2$$

2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5) \sqrt{x+1} + \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{6-x} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2$$

$$\begin{matrix} x > 0 \\ y > 0 \end{matrix}$$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{6-x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{6-x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}, a > 0$$

$$a^4 \uparrow, a^2 \uparrow, \sqrt{a} \uparrow \Rightarrow f(a) \uparrow \Rightarrow x=y$$

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} \quad x^2 - 5x - 6 = 0 \quad \begin{matrix} +6 \\ -1 \end{matrix}$$

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(x-6)(-1-x)}$$

$$\sqrt{(x+1)} + \sqrt{(6-x)} + 5 = 2\sqrt{(6-x)(x+1)}$$

$$\begin{cases} a+b+5 = 2ab \\ a^2+b^2 = 7 \end{cases} \Rightarrow (ab)^2 - 2ab = 7 \quad a$$

$$(ab) + 5 = (a+b)^2 - 4ab \quad t = a+b$$

$$t^2 - 15t = 0$$

$$t = \frac{1 \pm \sqrt{1+216}}{2} = \frac{1 + \sqrt{217}}{2} \Rightarrow a+b = \frac{1 + \sqrt{217}}{2}$$

$$1) a^2+b^2-2ab = \frac{218 + 2\sqrt{217}}{2}$$

$$7-2ab = \frac{218 + 2\sqrt{217}}{4} \Rightarrow 2ab = \frac{190 + 2\sqrt{217}}{4}$$

$$\begin{cases} a+b+5 = 2ab \\ (ab)^2 - 2ab = 7 \end{cases} \Rightarrow ab = \frac{95 + \sqrt{217}}{4}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} - 12 = 0$$

$$\frac{1}{2} = 4$$

$$\frac{1}{2} = 3$$

$$a+b=4$$

$$a+b+5 = 2ab$$

$$a+b = -3, \text{ но } a+b > 0!!!$$

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{6-x} = -3$$

$$\omega^2 - 9\omega + \frac{9}{2} = 0$$

Нет решений???





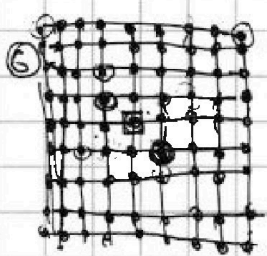
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

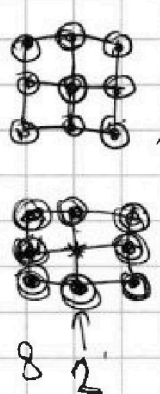
СТРАНИЦА \_\_\_\_\_ ИЗ \_\_\_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{81 \cdot 80 - 80}{4} + \frac{80}{2} = \frac{80 \cdot 80 - 80}{4} + \frac{80}{2}$$

$$\frac{8 \cdot 8}{4} + \frac{8}{2} = \frac{20}{2} = 10$$



$$\frac{8 \cdot 8}{4} + \frac{8}{2} = 10$$

$$2 + 8 = 10$$

$$3x - y \leq 1$$

$$6x - 2y \leq 2$$

$$8x - 2y \leq 2$$

$$3y + 3 \leq 1$$

$$2x - y \leq 2$$

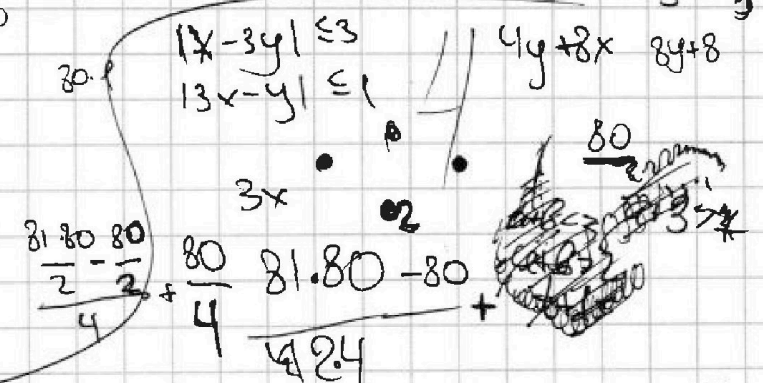
$$1 \cdot 3y \leq 1$$

$$3x - y \leq 3$$

$$13x - y \leq 1$$

$$4y + 8x \leq 8y + 8$$

$$\frac{81 \cdot 80 - 80}{4} + \frac{80}{2}$$



$$\begin{cases} -3 \leq x - 3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x - y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 \leq x - 3y \\ x - 3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x - y \\ 3x - y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 3y + 3 \\ x \leq 3y - 3 \\ x \geq 3y - 1 \\ x \leq 3y + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1 \leq x - y \leq 1 \\ x \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\frac{8 \cdot 8}{4} + \frac{8}{2} = 10$$

$$\begin{cases} x \geq 3y \\ x - 3y \leq 3 \\ 3x - y \leq 1 \\ (x - 3y)^2 \leq 9 \\ (3x - y)^2 \leq 1 \end{cases}$$

$$(3x^2 + 3y^2 - 10xy - 3)(3x^2 + 3y^2 - 10xy + 3) \leq 9$$

$$(x^2 + 5y^2 - 6xy) \leq 9$$

$$x^2 + y^2 - 2xy \leq 1$$

$$(x - y)^2 \leq 1$$