



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x+4y^2}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть разность прогрессии равна d , а n -й член a_n

Полагая I $12 - 12x = a_1 + d$ } $x=?$

II $(x^2 + 4x)^2 = a_1 + 3d$ }

Вычитая III $-6x^2 = a_1 + 7d$ }

из II - I и III - II } $x^2 + 4x^2 + 12x - 12 = 2d$ IV

$-6x^2 - (x^2 + 4x)^2 = 4d$ V

Рассмотрим 2 случая $d=0$ и $d \neq 0$.

$d=0 \Rightarrow \begin{cases} 12 - 12x = -6x^2 \\ (x^2 + 4x)^2 = -6x^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x^2 - 12x + 12 = 0 \\ x^2 - 2x + 2 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} (x^2 + 4x)^2 \geq 0 \\ -6x^2 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow$ равенство

будет достигаться:
 $\begin{cases} (x^2 + 4x)^2 = -6x^2 = 0 \\ -6x^2 = 0 \end{cases}$

Но $12 - 12x \neq -6x^2$ - противоречие,
 $d \neq 0$

Поделим V : IV

$$\frac{-6x^2 - (x^2 + 4x)^2}{(x^2 + 4x)^2 + 12x - 12} = 2$$

$$-6x^2 - (x^2 + 4x)^2 = 2(x^2 + 4x)^2 + 24x - 24$$

$$3(x^2 + 4x)^2 + 6x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$1x^2 + 4x^2 + 2x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$1x^2 + 4x^2 + 2(x^2 + 4x) - 8 = 0$$

$t = x^2 + 4x$
 $t^2 + 2t - 8 = 0$

$\begin{cases} t = 2 \\ t = -4 \end{cases}$

Вернёмся к задаче

$\begin{cases} x^2 + 4x + 4 = 0 \\ x^2 + 4x - 2 = 0 \end{cases} \left| \begin{array}{l} x^2 + 4x - 2 = 0 \\ D = 24 \\ x = \frac{4 \pm \sqrt{24}}{2} \\ = 2 \pm \sqrt{6} \end{array} \right.$

$\begin{cases} x = 2 \\ x = 2 \pm \sqrt{6} \end{cases}$

Ответ: $-2; 2 \pm \sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
↓ ИЗ ↓

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |3x-2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-3y \leq 6 \\ 2x-3y \geq -6 \\ 3x-2y \leq 4 \\ 3x-2y \geq -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-3t+6x \leq 6 \\ 8x-3t \geq -6 \\ 3x-2t+4x \leq 4 \\ 3x-2t+4x \geq -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x-3t \leq 6 \quad | \cdot 7 \\ 8x-3t \geq -6 \quad | \cdot 7 \\ 7x-2t \leq 4 \quad | \cdot 8 \\ 7x-2t \geq -4 \quad | \cdot 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 56x-21t \leq 42 \\ 56x-21t \geq -42 \\ 56x-16t \leq 32 \quad | \cdot (-1) \\ 56x-16t \geq -32 \quad | \cdot (-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 56x-21t \leq 42 \quad (I) \\ 56x-21t \geq -42 \quad (II) \\ -56x+16t \geq -32 \quad (III) \\ -56x+16t \geq -32 \quad (IV) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (II) + (III) & \quad -5t \geq -74 \\ & \quad 5t \leq 74 \\ & \quad t = \frac{a}{5} \end{aligned}$$

$$a \leq 74 - \text{это оценка}$$

$$\begin{aligned} (I) + (IV) & \quad -5t \leq 74 \\ & \quad 5t \geq -74 \\ & \quad t = \frac{a}{5} \end{aligned}$$

$$a \geq -74 - \text{это оценка}$$

Пример: $x = -4,8; y = -5,2$

$$2x-3y=6 \Rightarrow |2x-3y| \leq 6$$

$$3x-2y=-4 \Rightarrow |3x-2y| \leq 4$$

$$10x+5y = -48-26 = -74$$

Ответ: -74 .

Пусть $10x+5y=a$, $\max_{x,y} a$

$$\begin{aligned} y &= \frac{a}{5} - 2x \\ t &= \frac{a}{5} \\ y &= t - 2x \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Подставим $m-2n$ во (II)

$$2mn = 15q^2 \Rightarrow 15q^2 : 2 \Rightarrow q^2 : 2$$

$$\begin{cases} mn = 30 \\ m - 2n = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 2n + 4 \\ 2n^2 + 4n - 30 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 2n + 4 \\ n^2 + 2n - 15 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 10 \\ n = 3 \end{cases}$$

$$n^2 + 2n - 15 = 0$$

$$n = 3$$

$$\begin{aligned} n^2 + 2n - 15 &= 0 \\ D &= 64 \\ n &= \begin{cases} 3 \\ -5 \end{cases} \end{aligned}$$

Рассмотрим II - случай:

$$\begin{cases} (m-2n+13)/(m-2n) = 15q^2 \\ mn(m-2n-2) = 17p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (m-2n+13)(m-2n) = 60 \text{ (I)} \\ mn(m-2n-2) = 17p^2 \end{cases}$$

Аналогично I-му случаю $15q^2 = 2, \Rightarrow q^2 : 2$

$$\begin{cases} (m-2n+13)(m-2n) = 60 \text{ (I)} \\ mn(m-2n-2) = 17p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = m-2n \\ t^2 + 13t - 60 = 0 \end{cases}$$

решим (I)

$$t^2 + 13t - 60 = 0$$

$$D = 409$$

$$t = \frac{-13 \pm \sqrt{409}}{2} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow$$

Пусть k и $6I$ -е
случае $m-2n > 2$

$$t \in \mathbb{Z}, t, k, m \in \mathbb{N}, 2n \in \mathbb{N}$$

во II случае
 $m, n \in \mathbb{N}$

Ответ: (10; 3).



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n+13)(m-2n)$$

$$B = mn(m-2n-2)$$

Есть два случая: I $\begin{cases} A = 17p^2 \\ B = 15q^2 \end{cases}$

$$\text{II: } \begin{cases} A = 15q^2 \\ B = 17p^2 \end{cases}$$

Рассмотрим I случай:

$$\begin{cases} (m-2n+13)(m-2n) = 17p^2 \\ (m-2n-2)mn = 15q^2 \end{cases}$$

$$\left. \begin{cases} (m-2n+13)(m-2n) = 17p^2 \\ (m-2n-2)mn = 15q^2 \end{cases} \right\}$$

Заметим, что $(m-2n-2)$ и $(m-2n+13)$ — разной

чётности, а значит одно из них чётно, а значит их произведение чётно, а значит $17p^2 \div 2$, т.к. $17 \div 2 \Rightarrow p^2 \div 2$, т.к. p — простое и $p^2 \div 2 \Rightarrow p = 2$

$$\begin{cases} (m-2n+13)(m-2n) = 68 \\ (m-2n-2)mn = 15q^2 \end{cases}$$

$$15q^2 > 0$$

$$mn > 0, \text{ т.к. } q, m, n \in \mathbb{N}$$

$$\begin{cases} (m-2n+13)(m-2n) = 68 \\ (m-2n-2)mn = 15q^2 \end{cases} \text{ (II)}$$

Решим первое уравнение в натуральных числах, учитывая, что $m-2n-2 > 0$ и $m-2n > 2$

$$\begin{cases} m-2n = 4 \\ m-2n+13 = 17 \\ m-2n = 34 \\ m-2n+13 = 2 \\ m-2n = 68 \\ m-2n+13 = 1 \end{cases}$$

$$m-2n = 4$$

$$m-2n = 4$$

$$\begin{cases} m-2n = 34 \\ m-2n = -11, m-2n \text{ — отрицательное} \\ m-2n = 68 \\ n-2n = -12 \end{cases}$$

← оба разные значения



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{в } \triangle AYZ: YZ^2 = AY^2 + AZ^2 - 2AY \cdot AZ \cdot \cos \angle ZAY$$

(по т. косинусов)

$$64 = 36 + 36 - 2 \cdot 36 \cos \angle ZAY$$

$$\cos \angle ZAY = \frac{1}{9}$$

$$\angle ZAY + \angle BAC = 180^\circ \text{ (смежные } \angle \text{ образуют развернутый)}$$

$$\cos \angle BAC = -\cos \angle ZAY = -\frac{1}{9}$$

$$\text{в } \triangle ABC: BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC$$

$$BC^2 = 36 + 324 - 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right)$$

(по т. косинусов)

$$BC^2 = 36 + 324 + 24 = 384$$

$$BC = 8\sqrt{6}$$

Ответ: $8\sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$BM = MC = 2x$ (по условию)
 $Bx = BM - xM = x$
 в $\triangle ABC$: Bx - биссектриса $\Rightarrow \frac{Bx}{xM} = \frac{AB}{AC}$ (по еп. Св-ва)
 $\frac{1}{3} = \frac{AB}{18}$
 $AB = 6$
 Для $\triangle ABC$ и прямой MZ
 $\frac{BM}{MC} \cdot \frac{CZ}{AZ} \cdot \frac{AB}{BY} = 1$ (по т. Менелая)
 $\frac{AB}{BY} = \frac{1}{2}$
 $BY = AB + AY = 6 + AY$
 $\frac{6}{6 + AY} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow AY = 6$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a-b=1 \\ a+b=\sqrt{13} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b=-2 \\ a+b=\sqrt{10} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{13}}{2} \\ b=\frac{\sqrt{13}}{2}-\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b=- \\ a=\frac{\sqrt{10}}{2}-1 \\ b=\frac{\sqrt{10}}{2}+1 \end{cases}$$

Во время проверки выяснилось, что корни подселят $a-b=2$ и $a^2+b^2=4$

Вертелось к замене (т.к. а выражается через b, то мы получили $\sqrt{x+4}=a \Leftrightarrow \sqrt{x+4}$, поэтому возьмем, только $\sqrt{x+4}=a$

$$\sqrt{x+4} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$$\sqrt{x+4} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{10}}{2} - 1$$

$$\begin{cases} x+4 = \frac{1}{4} + \frac{13}{4} - \frac{\sqrt{13}}{2} \\ x+4 = \frac{10}{4} + 1 - \sqrt{10} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{13}}{2} \\ x = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{10}}{2} \end{cases}$$

$$y=x$$

Ответ: ~~$(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$~~ $(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{13}}{2}; -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{13}}{2})$;

$(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{10}}{2}; -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{10}}{2})$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a-b=2ab-5 \\ a^2+b^2=7 \end{cases}$$

$$ab = \sqrt{12-x-x^2} \geq 0 \Rightarrow ab \geq 0$$

$$(a-b)^2 = (2ab-5)^2 =$$

$$= 4a^2b^2 - 20ab + 25$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 4a^2b^2 - 20ab + 25$$

$$7 - 2ab = 4a^2b^2 - 20ab + 25$$

и потом идем к проверке.

$$4a^2b^2 - 18ab + 18 = 0.$$

$$t = ab, \quad t \geq 0$$

$$2t^2 - 9t + 9 = 0.$$

$$D = 81 - 72 = 9$$

$$t = \frac{9 \pm 3}{4} = \begin{cases} 3 \\ \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} ab=3 \\ a^2+b^2=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ab = \frac{3}{2} \\ a^2+b^2=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b=1 \\ \begin{cases} a+b=\sqrt{13} \\ a+b=-\sqrt{13} \end{cases} \\ \begin{cases} a-b=-2 \\ \begin{cases} a+b=\sqrt{10} \\ a+b=-\sqrt{10} \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2ab=6 \\ |a-b|^2=1 \\ |a+b|^2=13 \end{cases} \quad \text{(I)}$$

$$\begin{cases} 2ab=3 \\ |a+b|^2=10 \\ |a-b|^2=4 \end{cases} \quad \text{(II)}$$

В (I) системе $2ab=6$,
вспомогательное уравнение
 $a-b=2ab-5=1$

В (II) системе $2ab=3$
 $a-b=2ab-5=-2$.

Т.к. $a \geq 0, b \geq 0$

$$\Downarrow$$

$$a+b \geq 0$$

$$\begin{cases} a+b \neq -\sqrt{13} \\ a+b \neq -\sqrt{10} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} \cdot \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{2-x-y^2} & (I) \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2 & (II) \end{cases}$$

Отдельно рассмотрим (II):

$$2x^5 - 2y^5 + 4x^2 - 4y^2 + \sqrt[4]{3x} - \sqrt[4]{3y} = 0.$$

Если $x > y$:

$$2x^5 - 2y^5 > 0$$

$$4x^2 - 4y^2 > 0$$

$$\sqrt[4]{3x} - \sqrt[4]{3y} > 0$$

} \Rightarrow Равенство (II) не будет достигнуто из-за положительности левой части

Если $x < y$:

$$2x^5 - 2y^5 < 0$$

$$4x^2 - 4y^2 < 0$$

$$\sqrt[4]{3x} - \sqrt[4]{3y} < 0$$

} \Rightarrow Равенство (II) не будет достигнуто из-за отрицательности левой части.

Остается только $x = y$, причем при этом равенство верно $0 = 0$, подставим $y = x$ в (I)

$$\sqrt{x+4} \cdot \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{2-x-x^2}$$

$$\sqrt{x+4} \cdot \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{x+4} \cdot \sqrt{3-x} \quad \begin{matrix} \text{т.к.} \\ x+4 > 0 \\ 3-x \geq 0 \end{matrix}$$

Пусть $a = \sqrt{x+4}$; $b = \sqrt{3-x}$

$$a^2 = x+4 \quad b^2 = -x+3$$

$$-a^2 = -x-4 \quad | +7$$

$$-a^2 + 7 = -x+3 = b^2$$

$$\begin{cases} a \cdot b + 5 - 2ab = 0 \end{cases}$$

$$b^2 = -a^2 + 7 \quad | +a^2 + 2ab$$

~~$x > 3$~~
 ~~$x \leq -4$~~
 $x \leq 3$
 $x \geq -4$

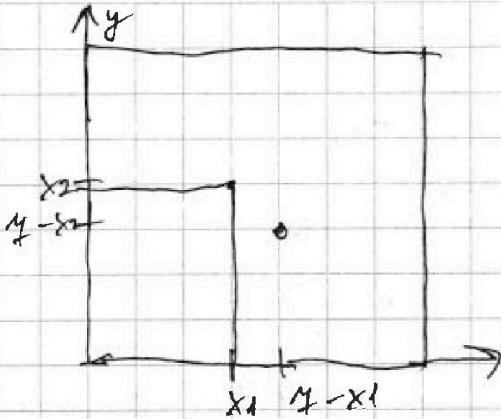


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Всего есть 64 различные узла.

Трикутально осуществляем 2 вида раскрасок.

1-й вид: при повороте на 180° получается та же самая раскраска

2-й вид: все, что не 1-й вид
Рассмотрим узлы (x, y) (x_1, x_2) и (y_1, y_2) .
После поворота на 180° узлы другие $(7-x, 7-y)$; $(7-x_1, 7-x_2)$; $(7-y_1, 7-y_2)$.
Поскольку при повороте на 180°

I не может перейти в II, а II в IV, поэтому

$$I \mapsto IV; II \mapsto III \Rightarrow \begin{cases} x_1 + y_1 = 7 \\ x_2 + y_2 = 7 \end{cases}$$

Заметим, что если мы выбрали x_1 и x_2 , то y_1 и y_2 определяются однозначно.
А значит раскрасок первого вида 64, +
т.к. из одной раскраски поворотом можно получить другую (и только!),

значит среди раскрасок 1-го вида $\frac{64}{2} = 32$ различных.

$$\text{раскрасок 2-го вида } \frac{64 \cdot 63}{2} - 64 = 32 \cdot 63 - 64$$

из раскраски 2-го вида получается 3 раскраски

$$2\text{-го вида, а значит среди них: } \frac{32 \cdot 63 - 64}{4} = 8 \cdot 63 - 16 \text{ различных раскрасок}$$

$$\text{Итого их } 8 \cdot 63 + 16 = 520$$

Ответ: 520.

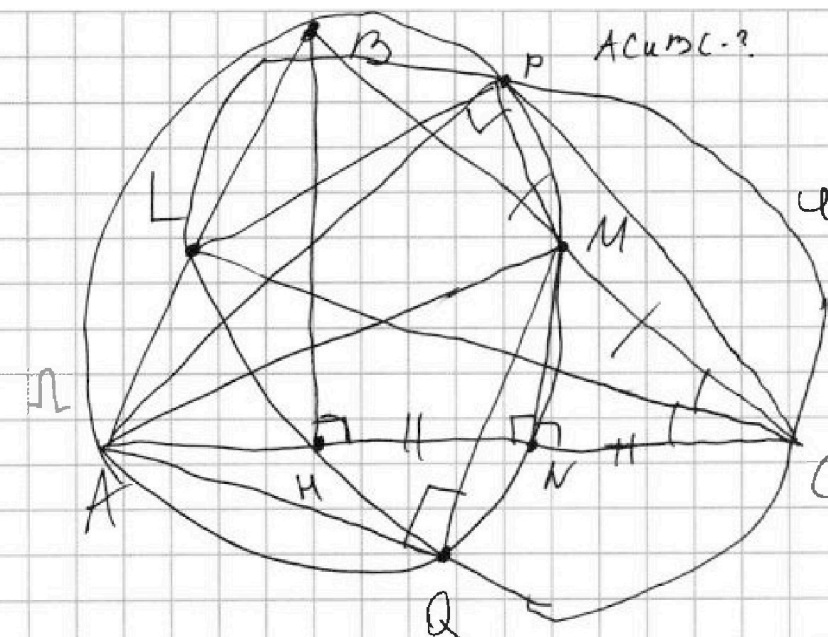
$$\begin{array}{r} 63 \\ \times 8 \\ \hline 504 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть BH - высота ABC

$BH \perp AC$

$PQ \parallel AC$

\downarrow

$PQ \perp AC$

$\angle ANM = 90^\circ$ (т.к. он опирается на диаметр AM).

опирается на диаметр AM .

$MN \perp AC \Rightarrow BH \parallel MN$

$BH \perp AC$

$BH = AC$

$\Rightarrow HN = NC$ (по т. Понсе)

$\angle AQM = 90^\circ$

$\angle LQC = 90^\circ$

$\angle LPC = 90^\circ$

$\angle APR$

т.к. они опираются на диаметр



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$t^2 + 13t - 68 = 0$$

$$D = 169 + 272 = 441$$

$$t = \frac{-13 \pm 21}{2} = 4$$

$$\sqrt{400} = 20$$

$$\frac{20}{4} = 5$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 68 \\ + 4 \\ \hline 272 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 272 \\ + 169 \\ \hline 441 \end{array}$$

№ 5.

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y}$$

$$2x^2 - 2y^2 + 4x^2 - 4y^2 + \sqrt{3}x - \sqrt{3}y = 0$$

$$(a+b)^2 = 12 + (a+b)$$

$$t^2 - 4t + 4,5$$

$$\sqrt{7}$$

$$t^2 + 3t + 1 = 0$$

$$\sqrt{x+4} + \sqrt{3-x} + 5 = \sqrt{12-x-x}$$

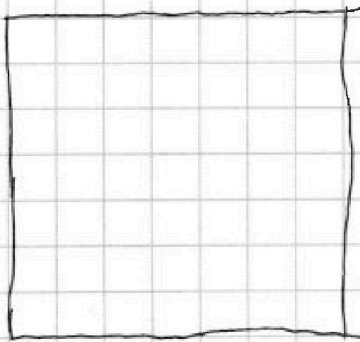
$$D = 5$$

$$a = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$a + b \geq 2\sqrt{ab}$$

$$x_8 = -\frac{1}{2}$$

№ 6.



$$\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{13}}{2} - \frac{\sqrt{13}}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \sqrt{13}$$

$$2 \left(\frac{10}{4} + 1 \right) = \left(\frac{13}{4} - \right)$$

$$\left(\frac{\sqrt{13}}{2} + \frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{13}}{2} - \frac{1}{2} \right)^2 =$$

$$2 \left(\frac{10}{4} - 1 \right) = 2 \left(\frac{13}{4} + \frac{1}{4} \right) = 4$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a = 74$$

$$1 \quad 10x + 5y = -74$$

$$t = -\frac{74}{5} = -14,8$$

$$3x - 7y \leq 4$$

$$7y \geq \frac{3}{2}x - 2$$

$$10x + 5y = -74$$

$$x - y \geq -2$$

$$x - y = -2 \cdot 5$$

$$15x = -84$$

$$x = -\frac{84}{15}$$

$$2x - 3y \leq 6$$

$$3y \geq 2x - 6$$

$$y = x + 2 = -\frac{54}{15}$$

384

$$y \geq \frac{2}{3}x - 2$$

64

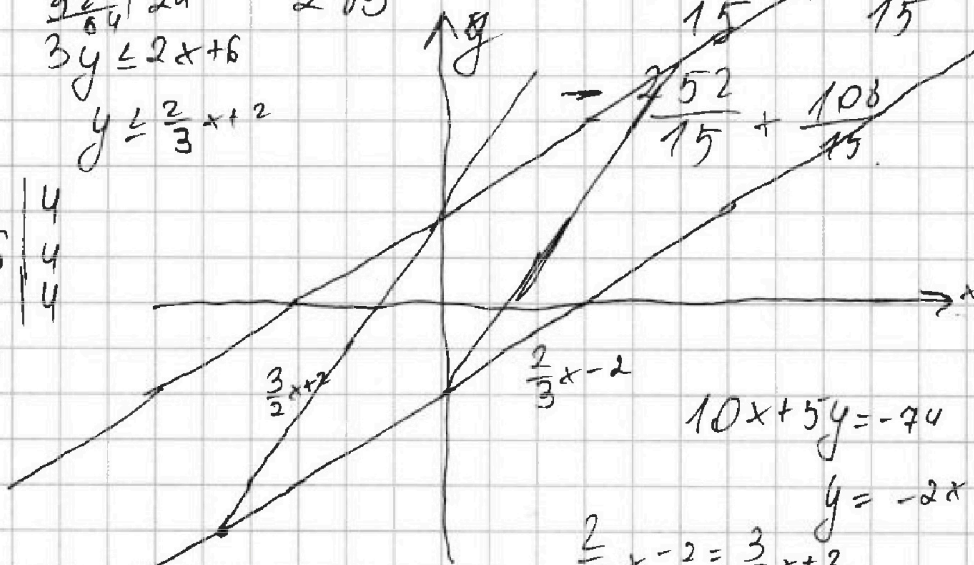
$$\begin{array}{r|l} 384 & 16 \\ \hline 32 & 24 \\ \hline 32 & 84 \\ \hline 3y & \leq 2x + 6 \end{array}$$

$$y \leq \frac{2}{3}x + 2$$

$$-\frac{168}{15} + \frac{162}{15} =$$

$$-\frac{252}{15} + \frac{108}{15}$$

$$\begin{array}{r|l} 384 & 4 \\ \hline 96 & 4 \\ \hline 24 & 4 \\ \hline 6 & \end{array}$$



$$10x + 5y = -74$$

$$y = -2x - 14,4$$

$$\frac{2}{3}x - 2 = \frac{3}{2}x + 2$$

$$\frac{2}{3}x - \frac{3}{2}x = 4 \cdot 6$$

$$4x - 9x = 24$$

$$-5x = 24$$

$$x = -4,8$$

$$-9,6 + 15,6 \leq 6$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 18 \\ \hline \times 18 \\ \hline 144 \\ 18 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$\sqrt{384}$$

$$384/2$$

$$\begin{array}{r|l} 192 & 2 \\ \hline 18 & 96 \\ \hline 6 & \end{array}$$

$$5y = -5,2$$

$$5y - 48 = -74$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 10a + b + 5 - 2ab = 0 \\ (a+b)^2 = 7 + 2ab \end{cases}$$

Рассмотрим (III) $t = a+b$

$$t^2 - t - 12 = 0$$

$$D = 49$$

$$t = \frac{1 \pm 7}{2} = \begin{cases} 4 \\ -3 \end{cases}$$

Вернемся к замене:

$$\begin{cases} 2ab = 9 \\ a+b = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ab = 1 \\ a+b = -3 \end{cases}$$

$$a+b = -3$$

$$\begin{cases} 2ab = a+b+5 \\ (a+b)^2 = 12 + a+b \text{ (III)} \end{cases}$$

$$t = a+b$$

$$\begin{cases} ab = 18 \\ a^2 + b^2 + 2ab = 16 \quad | -4ab \\ a+b = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ab = 4 & ab = 1 \\ a^2 + 2ab + b^2 & a+b = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4ab = 18 \\ (a-b)^2 = -2, (a-b)^2 \geq 0 \Rightarrow a, b \in \emptyset \text{ в этой системе.} \\ a+b = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ab = 1 \\ a+b = -3 \end{cases}$$

Вернемся к замене

$$\begin{cases} \sqrt{12-x-x^2} = 1 \\ \sqrt{x+4} + \sqrt{3-x} = -3 \end{cases}$$

$$x \in \emptyset$$

$$\text{т.к. } \sqrt{x+4} \geq 0 \quad \neq$$

$$\sqrt{3-x} \geq 0$$

$$\Downarrow$$

$$\sqrt{x+4} + \sqrt{3-x} \geq 0$$

$$\Downarrow$$

$$\sqrt{x+4} + \sqrt{3-x} = -3,$$

$$x \in \emptyset$$

Ответ: решений нет.