



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 1

1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}$, девятый член равен $x + 3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч $C'B$ пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1.

Пусть первый член геом. прогрессии равен a , её соседние члены отличаются b и d раз. Тогда седьмой член равен ad^6 ; девятый — ad^8 ; пятнадцатый — ad^{14} . Пусть $a=0$ или $d=0$, тогда $x+3=0$; $\sqrt{25x-9}(x-6)=0$, но такого не бывает, а значит $c \neq d \neq 0$; тогда все члены геом. прогр.

$\neq 0$ и все члены можно делить.

$$\frac{ad^{14}}{ad^6} = \frac{ad^8}{ad^2} = \frac{\sqrt{25x-9}}{\sqrt{(x-6)^2}} = \frac{1}{(x-6)} = d^8 \Rightarrow \left| \frac{1}{x-6} \right| = |d^4| = c^4, \text{ т.к. } d^4 \geq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d^4 = \frac{1}{x-6} & (1) \\ d^4 = \frac{1}{6-x} & (2) \end{cases} \Rightarrow d^2 = \frac{1}{\sqrt{x-6}}; x \geq 6$$

$$ad^8 = x+3 = a \cdot \frac{1}{(x-6)^2} \Rightarrow a = (x+3)(x-6)^2 = 25x^2 + 23x + 18$$

$$(1) ad^{14} = \left(\frac{1}{\sqrt{x-6}} \right)^2 \cdot (x+3)(x-6)^2 = \frac{x+3}{(\sqrt{x-6})^3} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$$x+3 = \sqrt{25x-9} \Rightarrow x \geq \frac{9}{25}$$

$$x^2 + 6x + 9 = 25x - 9$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0; \text{ Но т. Всегда } \begin{cases} x=1 - \text{не корн., т.к. } x \leq 6, \\ x=18 \end{cases}$$

гипотенуза чисел, и значит не -1 ,
где бы не умножали

$$(2) ad^{14} = 25x^2 + 23x + 18 \quad \text{при } \sqrt{x-6} \quad \text{или } \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} = \frac{x+3}{(\sqrt{x-6})^2} = \frac{9-25x}{(x-6)^3} \Rightarrow x+3 = \sqrt{9-25x}$$

$$x^2 + 6x + 9 = 9 - 25x \quad x \leq \frac{9}{25}$$

$$x^2 + 31x = 0$$

$$x=0; x=-31.$$

Тогда x может быть равен -31 ; 0 и 18 .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Проверю, действительно ли существует такие профессии.

$$\sqrt{ad^6} =$$

Ответ: -31; 0; 18



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

в2.

$$|y+7| + 4|y-5| = \sqrt{81-x^2} \leq 9.$$

Если $y \leq -7$, то $|y+7| \geq 0$, второе неравенство ≥ 0 и такого быть не может.

$$y \geq 5: 2y - 16 \leq 9 \Rightarrow y \leq 12,5$$

$y \leq 5: y+4 + 20 - 4y \geq 9 \Rightarrow y \geq 5$, не подходит $\Rightarrow y \geq 5$. Тогда 2 выражение раскрывается как $5y - 16 = \sqrt{81-x^2}$. При этом $y \geq 5$, значит

правая часть ≥ 9 , значит $\sqrt{81-x^2} \geq 9 \Rightarrow \sqrt{81-x^2} = 9 \Rightarrow x=0, y=5$

$$\text{Тогда } \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x+x^2}$$

Возьмем производную

на 15x

$$x^2 - 4x + 5 \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$$

\rightarrow Но т.к. $x \geq -5$ и $x \leq 1$, т.к. корни существуют,

то $x = -5$ или $x = 1$. Но тогда правая часть = 0, а левая ≥ 9 ,

это не может быть. значит у системы нет решений.

Ответ: $\boxed{\text{решений нет}}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

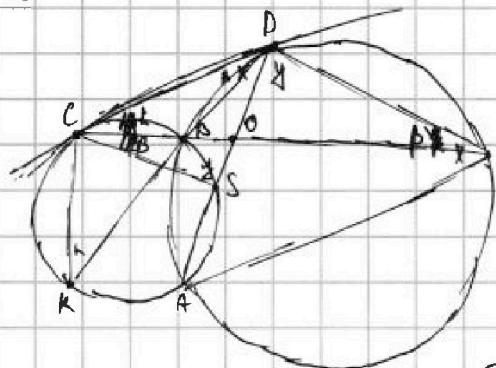


- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4.



$$CE \cap AD = O \Rightarrow \frac{CO}{OE} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{\sin k}{\sin p}$$

$$\frac{\sin k}{OD} = \frac{\sin x}{CO} ; \frac{OD}{\sin p} = \frac{OE}{\sin y} - \text{по т. sinusов}$$

зап. $\angle EOD$ и $\angle EOD$, перенесение выражения:

$$\frac{\sin k}{\sin p} = \frac{\sin x}{\sin y} \cdot \frac{OE}{CO} = \frac{5}{2} \cdot \frac{\sin x}{\sin y}.$$

П.н. CD - общая касательная $\Rightarrow \angle DEA = x, \angle ABD =$

Но т. sinusов зап. $\angle CBD$: $\frac{\sin k}{\sin p} = \frac{BD}{AC}$. Тогда $BD \cap W_1 = K$.

Запись точек O отн. $W_1 = CD^2 = BD \cdot KD$; от точки C отн. $W_2 = CD^2 = CB \cdot CE \Rightarrow$

$$BD \cdot KD = BC \cdot CE \Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{CE}{KD}$$

$$OD \cdot OA = OD \cdot OE ; OB \cdot OC = OS \cdot OA \Rightarrow \frac{OD}{OS} = \frac{OE}{OC} = \frac{5}{2} \Rightarrow CS \parallel DE \text{ (по критерии)}$$

т. О отн. W_1 и W_2) $\Rightarrow \frac{DE}{CS} = \frac{5}{2}$; вертикальные углы равны.

Но т. sinusов зап. W_1 : $\frac{\sin k}{\sin p} = \frac{AC}{AK} = \frac{BD}{BC} \Rightarrow BC^2 = AS \cdot BD$.

т.о. $\angle KCD = \angle CBK$ (касание) $\Rightarrow \angle DBE$ (внрт.) \Rightarrow т.о. $\angle CDE$ (касание) $\Rightarrow \angle DCS -$

параллельные прямые $\Rightarrow \angle DCS = 180^\circ - \angle DCK \Rightarrow \angle CK = \angle CS \Rightarrow CK = CS$.

$$\angle CKD = k \Rightarrow \text{Но т. sinusов зап. } \angle CKD : \frac{CP}{CK} = \frac{\sin k}{\sin p} = \frac{BD}{DE} \cdot \frac{DE}{CD} ; CK = CS = \frac{2}{5} DE \Rightarrow CD^2 = \frac{2}{5} DE^2 \Rightarrow \left(\frac{CD}{DE}\right)^2 = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{DE}{CD} = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$\text{Ответ: } \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$



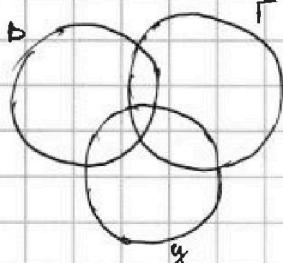
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5.



Будем пытаться угадать формулу выпуклых и искаюших.

В, Г, Ч - раскраски, симметричные относительно вертикальной ср-линии, гориз. ср-линии и центра соответственно.

Чтобы угадать раскраску, симметричную относительно центра

или В, нам достаточно угадать Ч чистки в любой половине прямоугольника.

При этом ко каждой такому расположению единственный образом будет соответствовать определенная раскраска; а у каждой окраинной раскраски есть верхняя половина (в ней всего 4 ячейки $\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline 3 & 4 \\ \hline \end{array}$, $\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline 4 & 3 \\ \hline \end{array}$, $\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 3 \\ \hline 2 & 4 \\ \hline \end{array}$, $\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 4 \\ \hline 3 & 2 \\ \hline \end{array}$), т.к. для

В $1=2$; $3=4$ и Ч $4=2$; $2=1 \Rightarrow 4+1=2+3$). А значит для Г достаточно угадать верхнюю половину. Тогда каждая из больших групп ровно C_{20000}^4 .

Теперь рассмотрим те пересечения кругов ровно по 2: для В и Г это пересечение пусто, т.к. рисунок, симметричный относительно горизонтальной

линии, а для Ч и Д, Ч и Г это пересечение также пусто, т.к. отражение относительно центра и вертикальной = отражение относительно горизонтальной. Используя

само же условие выходит так: $\begin{array}{c} 6 \\ \diagdown \quad \diagup \\ \text{само же условие} \end{array}$. Для того, чтобы угадать раскраску в В, Г, Ч, нам достаточно угадать 2 точки в любой из четырех

прямоугольника, а значит всего способов C_{10000}^2 . Тогда всего способов

$$3 \cdot C_{20000}^4 - 2 \cdot C_{10000}^2 \text{ по ФБИ.}$$

$$\text{Ответ: } 3C_{20000}^4 - 2C_{10000}^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6. \equiv_3 - сравнило по модулю 3

$$a^2 + b = 710 \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow b \equiv_3 2 - a^2$$

Тогда возможны 3 варианта: 1) $a \equiv_3 1 \Rightarrow b \equiv_3 1$; 2) $a \equiv_3 2 \Rightarrow b \equiv_3 1$; 3) $a \equiv_3 0 \Rightarrow b \equiv_3 2$.

Но т.к. $b-a \neq 3$, то первый вариант не возможен.

если $c \equiv_3 1$, то $b^2 \equiv_3 2$, но r^2 дает только остатки 0 и 1, а значит такого не может

$$2) (2-a)(1-a) \equiv_3 p^2. \text{ Если } c \equiv_3 1, \text{ то } p^2 \equiv_3 0, \text{ т.к. } c \equiv_3 1/2; \text{ а значит } p=3.$$

$$\text{Тогда } (a-2)(b-1) = 9; a^2 + b = 710; a < b; a \equiv_3 2; b \equiv_3 1.$$

Все числа четные, при этом $a-c < b-c$; значит возможны варианты:

$$1) a-c = -9; b-c = -1 \quad 2) a-c = 1; b-c = 9 \Rightarrow b \text{ модуль четырех } b = a+8.$$

$$a^2 + a + 8 = 710 \Rightarrow a^2 + a - 702 = 0. D = 2809 = 53^2 \Rightarrow a = \frac{-1 \pm 53}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = 26 \\ a = -27 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = 34 \\ b = -19 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 35 \\ c = -18 \\ c = -28 \end{cases} \Rightarrow \text{есть 4 группы } (26; 34; 35); (26; 34; -18); (-27; -19; -18); (-27; -19; -28)$$

6)

Ответ: $(26; 34; 35)$

$(26; 34; 25)$

$(-27; -19; -18)$

$(-27; -19; -28)$

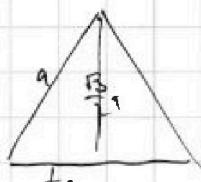
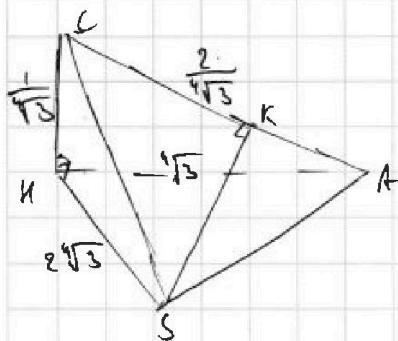


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} & \text{p/c треугр. со стороной } a \text{ и высотой } h \\ & - \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \text{если } s=1, \text{ то } \Delta ABC \Rightarrow h = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ & \Rightarrow AC = \frac{2}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

$$CH = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} AE = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

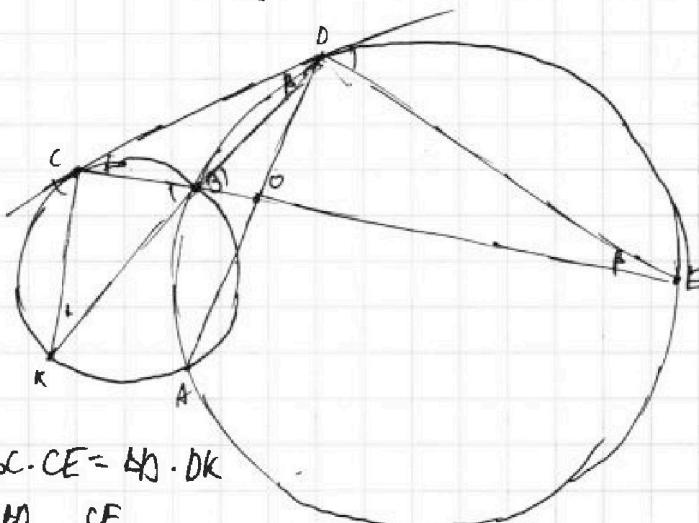
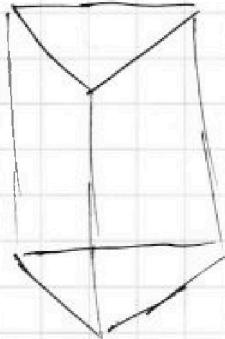
$$AH = \frac{\sqrt{3}}{2} a = \sqrt{3}$$

$$\text{т.к. } S_{ABC} = 2 \Rightarrow \frac{SH \cdot AC}{2} = 2 \Rightarrow SH = \frac{4}{AC} = 2\sqrt{3}$$

№ 7. Используя для $\triangle CHS$ $CS = \sqrt{\frac{1}{13} + 4\sqrt{3}}$ $\Rightarrow CS^2 = \frac{13}{13}$

Проведём бисектрису SK на AC : $\frac{SK \cdot AC}{2} = S_{ASC} = 3 \Rightarrow SK = \frac{6}{4\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$.

№ 7. Используя для $\triangle SCK$: $CR = \sqrt{\frac{13}{13} - 9\sqrt{3}} =$



$$BC \cdot CE = AD \cdot DK$$

$$|y+4| + |y-5| \leq 9 \quad \frac{ED}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{CE}{KD}$$

$$\xrightarrow{-4 \quad -5 \quad +} \quad \frac{ED}{AC} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \quad \sqrt{R}$$

$$\frac{CK}{DE} = \frac{DE}{CD}$$

$$\frac{CK}{DE} = \frac{DE^2}{CD^2}$$

$$CK \cdot CD^2 = DE^3$$

$$\frac{CK}{\sin \alpha} = 2R_1$$

$$\frac{CD}{\sin \alpha} = 2R_2$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{R_2}{R_1}$$

$$\frac{CK}{\frac{\sin \alpha}{\sin \beta}} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \Rightarrow \frac{CK}{DE} = \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \beta}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



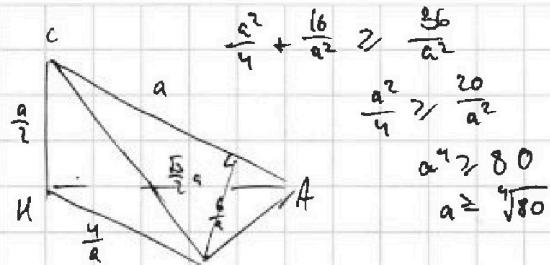
- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

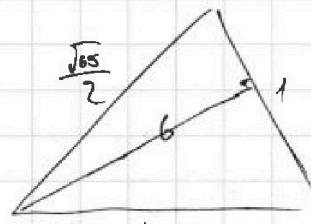
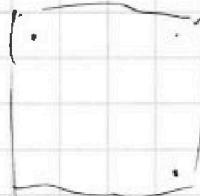
№2.

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z^2} \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2} \end{cases}$$

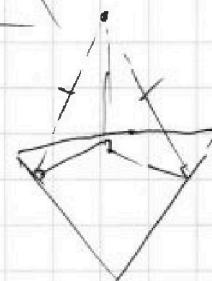


ОДЗ: $x^2 - 5 \geq 0$; $x + 4z \leq 1$; $\sqrt{x+5} + \sqrt{1-x-4z} \geq 4$; $y - 4x - x^2 + z^2 \geq 0$; $|z| \leq 9$.

$$\begin{array}{r} 57 \\ \times 53 \\ \hline 57 \\ 39 \quad 9 \\ \hline 28 \quad 5 \\ 28 \quad 0 \quad 9 \end{array}$$



ср. 2.



$$BD \cdot DA = CD^2 = CB \cdot CE \quad \frac{BD}{CD} = \frac{CE}{DA}$$

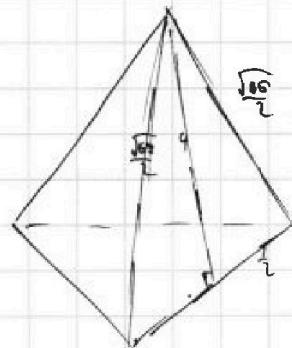
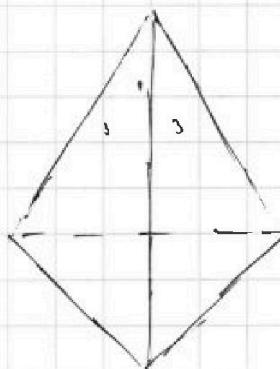
$$CB \cdot CE = CD^2$$

$$\frac{CE}{CD} = \frac{DE}{DB} = \frac{CB}{CB} \Rightarrow \frac{ED}{CD} = \frac{BD}{BC}$$

$$CB^2 = CD \cdot CE$$

$$\phi = 3a$$

$$16 + \frac{1}{4} = \frac{65}{4} = \frac{\sqrt{65}}{2}$$



$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{2} a^2}{2} = 1 \quad a^2 = \frac{4}{\sqrt{3}} \Rightarrow a = \frac{2}{\sqrt[3]{3}}$$



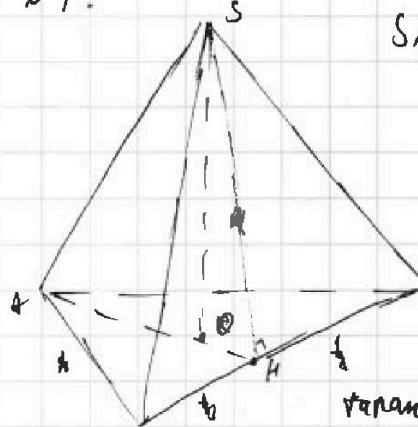
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 7.



$S_{ABC} = 2$; $S_{ACS} = S_{ABS} = 3$. Решение задачи № 7

6 плоскостей $\perp (ABC)$, проходящий через A, т.н.

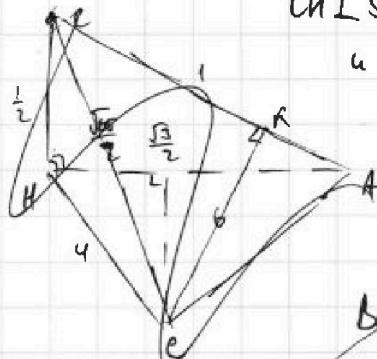
$S_{SAC} = S_{SAB}$, т.е. S проектируется на плоскость

ABC на бисс-су $\angle AHC$. Т.к. $AH \neq BH$, то эта бисс-са

сторона неоднократна в высоте. Но т. о. 3 перпендикуляры (УЛк)
 $\Rightarrow SC = SA$; $S_{SCH} = S_{SAH} = \frac{1}{2} S_{ABC} = 1$.

$CH \perp SH$; $CH \perp AH \Rightarrow CH \perp (ASH)$. Тогда удаляем A, B с рисунком

и начнем сю.



$$\text{П.к. } S_{ABC} = 2 \Rightarrow SH \perp BC \Rightarrow SH = 2$$

$$\text{По т. Пифагора для } \triangle ACH: AH = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Введем систему координат, где ось x лежит по HA,

прямая $\perp HA$ и $\perp HC$ и $\perp AC$, чеюром в т.н. Тогда $H(0;0;0)$; $A(\frac{\sqrt{3}}{2}; 0; 0)$; $C(0; 0; \frac{1}{2})$,

$S(x; y; z)$; при этом $x^2 + y^2 = 4$; $S_{ACS} = 3$.

Вычислим площадь $\triangle ACS$ по формуле Герона: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

$$SC = \sqrt{x^2 + y^2 + \frac{1}{4}}; SA = \sqrt{(x - \frac{\sqrt{3}}{2})^2 + y^2}. \text{ Пусть } SA = t.$$

$$\left(\frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2} + t}{2} \right) \cdot \left(\frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2} - t}{2} \right) \cdot \left(\frac{-1 + \frac{\sqrt{3}}{2} + t}{2} \right) \cdot \left(\frac{-1 + \frac{\sqrt{3}}{2} - t}{2} \right) = 3 \Rightarrow 4t^2 = (\sqrt{65} + 2 + 2t)(\sqrt{65} + 2 - 2t)(\sqrt{65} - 2 + 2t)(\sqrt{65} - 2 - 2t)$$

Начнем вычислить SK по AC. $\frac{SK \cdot AC}{2} = S_{SAC} = 3 \Rightarrow SK = 6$

$$\text{По т. Пифагора для } \triangle CHS: CS = \sqrt{1 + 6} = \sqrt{7}$$

$$\text{По т. Пифагора для } \triangle CRS: CR = \sqrt{\frac{65}{4}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

A large grid area for handwriting practice or solving problems, consisting of 20 columns and 25 rows of squares.