

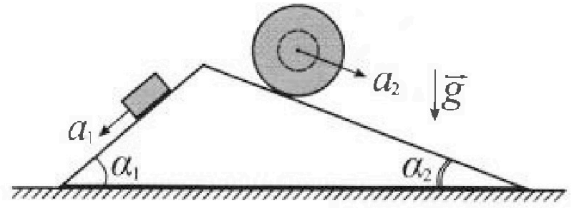
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-04



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

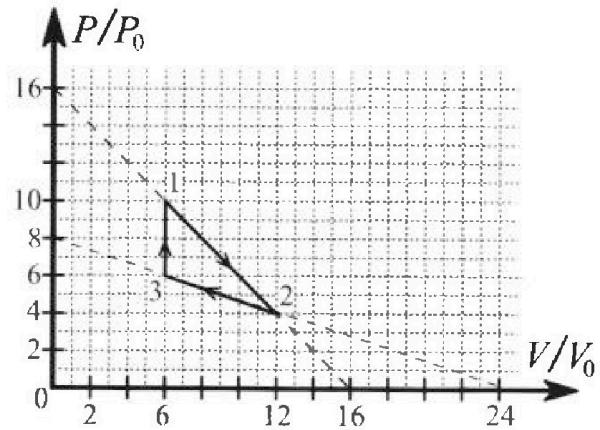
1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 5g/17$ и скатывается без проскальзывания полый шар массой $9m/4$ с ускорением $a_2 = 8g/27$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 8/17$, $\cos \alpha_2 = 15/17$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.



- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между шаром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

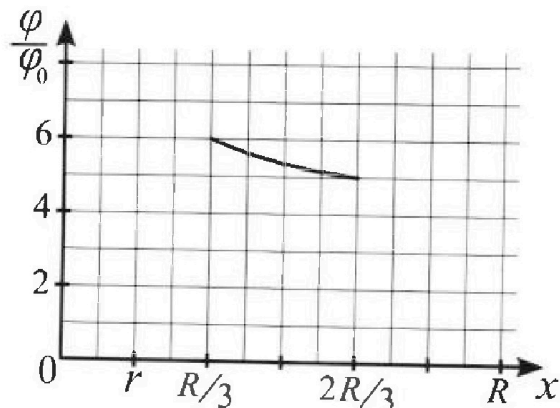
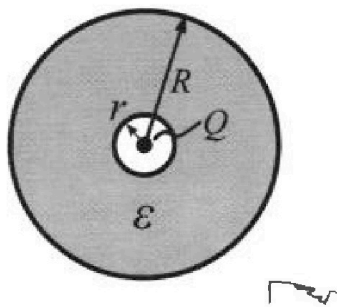


- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 11R/12$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .



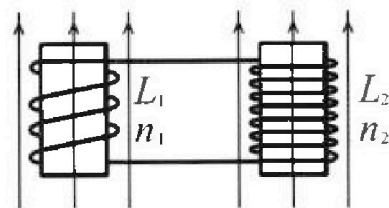
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-04

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

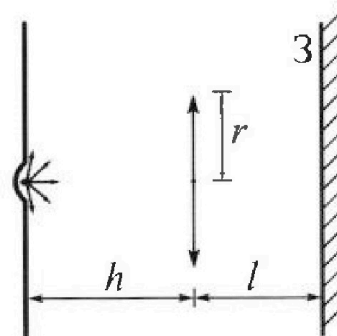


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 9L/4$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 3n/2$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет уменьшаться со скоростью $\Delta B / \Delta t = -\alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $3B_0/4$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $4B_0$ до $8B_0/3$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = 2h/3$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 4$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = h/2$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в $[см^2]$ в виде $y\pi$, где y - целое число или простая обыкновенная дробь.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

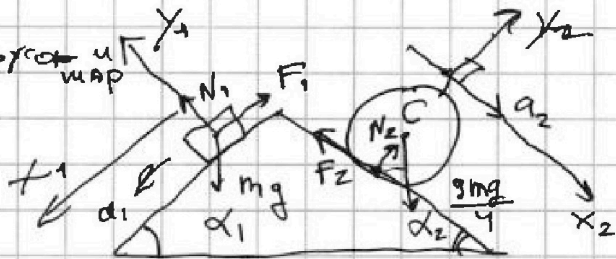
Задача 1. Решение:

1) II з. Ньютона для бруска

$$X_1: ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_1$$

$$F_1 = m(g \sin \alpha_1 - a_1) =$$

$$= m \left(g \cdot \frac{3}{5} - \frac{5}{17} g \right) = mg \left(\frac{3 \cdot 17 - 5 \cdot 5}{85} \right) = mg \frac{51 - 25}{85} = \frac{26}{85} mg$$



2) Теорема о движении центра масс для центра масс шара.

$$X_2: \frac{3mg}{4} \sin \alpha_2 - F_2 = \frac{3m}{4} a_2 \Rightarrow F_2 = \frac{3m}{4} (g \sin \alpha_2 - a_2)$$

$$\Rightarrow F_2 = \frac{3m}{4} \left(g \cdot \frac{8}{17} - \frac{8}{27} g \right) = mg \left(\frac{9 \cdot 2}{17} - \frac{9 \cdot 2}{27} \right) =$$

$$= mg \left(\frac{18}{17} - \frac{2}{3} \right) = \frac{54 - 34}{51} mg \Rightarrow F_2 = \frac{20}{51} mg$$

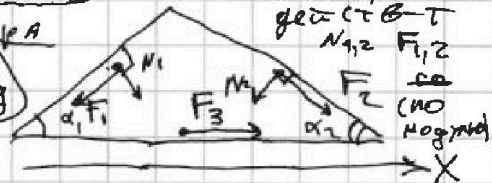
3) II з. Ньютона для бруска Y1:

$$N_1 = mg \cos \alpha_1 = \frac{4}{5} mg$$

Теорема о гвм. центра масс для шара

$$Y_2: N_2 = \frac{3}{4} mg \cos \alpha_2 = \frac{9 \cdot 15}{4 \cdot 17} mg$$

по III з.Н.
на клин
действ-т
 $N_{1,2}$ $F_{1,2}$
со
(по ногам)



Рассм-м клин. Он в покое.

II з. Ньютона для клина X:

$$-F_1 \cos \alpha_1 + N_1 \sin \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2 + F_2 \cos \alpha_2 + F_{3x} = 0$$

$$F_{3x} = F_1 \cos \alpha_1 - F_2 \cos \alpha_2 + N_2 \sin \alpha_2 - N_1 \sin \alpha_1$$

используя соотношения для $F_{1,2}$ и $N_{1,2}$, получим:

$$F_{3x} = \left(\frac{26}{85} \cdot \frac{4}{5} mg - \frac{20}{51} \cdot \frac{15}{17} + \frac{9}{4} \cdot \frac{15}{17} \cdot \frac{8}{17} - \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} \right) mg \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{3x} = \left(\frac{4}{25} \left(\frac{26 \cdot 4}{17} - 3 \right) + \frac{15}{17 \cdot 17} \left(18 - \frac{20}{3} \right) \right) mg$$

$$F_{3x} = \left(\frac{4(-25)}{25 \cdot 17} + \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 17 \cdot 17} \right) mg = \left(-\frac{4}{17} + \frac{100}{17} \right) mg = \frac{96}{17} mg > 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow F_3$ вправо

Ответ: 1) ~~$F_1 = \frac{26}{85} mg$~~ $F_1 = \frac{26}{85} mg$

2) $F_2 = \frac{20}{51} mg$

3) $F_3 = \frac{96}{17} mg$ (вправо)



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

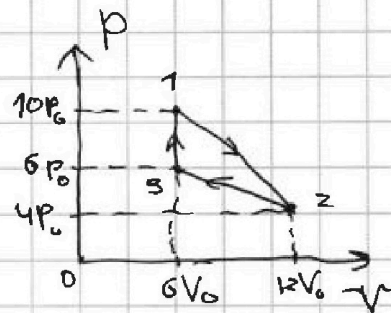
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2. Решение:

$i=3$ (газ одноатомный)

$$1) \Delta U_{12} = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{3}{2} p_0 V_0 (48 - 60)$$

$$|\Delta U_{12}| = 18 p_0 V_0$$



Работа газа за цикл численно равна площади треугольника 123.

$$A = \frac{1}{2} \cdot 4p_0 \cdot 6V_0 = 12 p_0 V_0 \quad (2)$$

из (1) и (2): $\frac{|\Delta U_{12}|}{A} = \frac{3}{2}$

2) Из графика уравнение процесса 1-2: $p = -\frac{p_0}{V_0} V + 16 p_0$

Уравнение состояния: $pV = \nu RT \Rightarrow T = \frac{pV}{\nu R}$

$$\Rightarrow T = \frac{p_0 V (16 - \frac{V}{V_0})}{\nu R} \Rightarrow T_{12} = T_{12 \text{ max}} \text{ при } V = 8V_0$$

точка (8; 8):

$$8p_0 \cdot 8V_0 = \nu R T_{12 \text{ max}}$$

точка 3:

$$6p_0 \cdot 6V_0 = \nu R T_3$$

$$\Rightarrow \frac{T_{12 \text{ max}}}{T_3} = \frac{16}{9}$$

3) Уравнения процессов 1-2 и 2-3 (из графика):

$$1-2: \frac{p}{p_0} = -\frac{V}{V_0} + 16, \quad k_{12} = -1$$

$$2-3: \frac{p}{p_0} = -\frac{V}{3V_0} + 8, \quad k_{23} = -\frac{1}{3}$$

$$\eta = \frac{A}{Q_+}$$

полученное (>0) кол-во теплоты в проц-х 1-2 и 2-3

$$Q_+ = Q_{12+} + Q_{23+} + Q_{31}$$

($Q_{31} \geq 0$, т.к. $pT, V = \text{const}$ в процессе 31)

Ищем касание адиабаты. $pV^{5/3} = \text{const}$

$$k_{ag} = \left(\frac{dp}{dV} \right)_{ag} = \frac{p V^{5/3}}{V^{5/3+1}} \cdot \left(-\frac{5}{3} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k_{ag} = -\frac{5 p_A}{3 V_A}, \quad p_A \text{ и } V_A - \text{свойств и объём в некоторой точке A.}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Нормируем: $k_{12} = -\frac{5}{3} \cdot \frac{P_A/P_0}{V_A/V_0}$

Ищем точку $\delta Q = 0$:

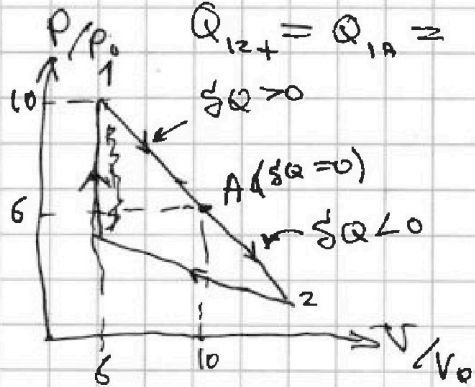
процесс 1-2 точка A — т. касания адиабата
 $k_{12} = -1 = k_{12}^{\text{адиаб}} \Rightarrow \frac{5}{3} \frac{P_A}{P_0} = \frac{V_A}{V_0} \Rightarrow$

у-е проз.: $\frac{P_A}{P_0} = -\frac{V_A}{V_0} + 6$

$\Rightarrow \frac{5}{3} \frac{P_A}{P_0} = 16 \Rightarrow P_A = 6P_0 \quad V_A = 10V_0$

тогда в процессе 1-2 по точке A(6; 10) тепло подводится:

$Q_{12+} = Q_{1A} = A_{1A} + \Delta U_{1A} = P_0 V_0 \left(4 \cdot \frac{10+6}{2} + \frac{3}{2} (60-60) \right) \Rightarrow$
 $\Rightarrow Q_{12+} = 32 P_0 V_0$



процесс 2-3, $k_{23} = -\frac{1}{3}$

точка B касания: $k_{23} = k_{23}^{\text{адиаб}} \Rightarrow 3 \frac{P_B}{P_0} = \frac{V_B}{V_0} \Rightarrow$
 у-е проз.: $\frac{P_B}{P_0} = -\frac{V_B}{3V_0} + 8$

$\Rightarrow P_B = 3P_0 \notin \text{отрезку 2-3!}$

т.е. адиабата не касается отрезка 2-3 $\Rightarrow Q_{23} = Q_{23+}$

$\Rightarrow Q_{23} = A_{23} + \Delta U_{23} = P_0 V_0 (5 \cdot 6 + \frac{3}{2} (35-48)) = P_0 V_0 (30-18) \Rightarrow Q_{23} = Q_{23+} = 12 P_0 V_0$

$Q_+ = Q_{12+} + Q_{23+} + Q_{31} = (32 + 12 + \frac{3}{2} \cdot 24) P_0 V_0$

$Q_+ = (44+36) P_0 V_0 = 80 P_0 V_0 \Rightarrow \eta = \frac{A}{Q_+} = \frac{12}{80}$

из (2): $A = 12 P_0 V_0 \Rightarrow \eta = \frac{12}{80} = \frac{3}{20} = 15\%$

Ответ: 1) $\frac{10V_{12}}{A} = \frac{3}{2}$ 2) $\frac{T_{1\text{max}}}{T_3} = \frac{16}{9}$ 3) $\eta = \frac{3}{20} = 15\%$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

ЗАДАЧА 3. решение:

В отсутствие

функция: $E = \frac{kQ}{x^2}$

$$E_0(x) = \frac{kQ}{x^2}, \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}, \quad E_x(x) = \frac{kQ}{x^2}$$

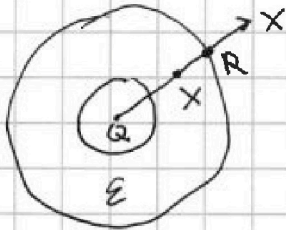
Внутри диэлектрика ϵ уменьшается в ϵ раз. (поле входит и выходит по нормали, тангенциальные компоненты нет).

Диэлектрик.

С диэлектриком: $E(x) = \begin{cases} \frac{k|Q|}{x^2}, & \text{при } x < R, \\ \frac{k|Q|}{\epsilon x^2}, & \text{при } R < x < R \end{cases}$

Вне шара (при $x > R$) поле не изменилось \Rightarrow при $x > R$: $\varphi(x) = \frac{kQ}{x}$

В диэлектрике: $x \in (r; R)$:



$$E_x(x) = -\frac{d\varphi}{dx} \Rightarrow \varphi(x) - \varphi(R) = \int_x^R E_x dx$$

$$\varphi(x) = \frac{kQ}{R} + \int_x^R \frac{kQ}{\epsilon x^2} dx = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\epsilon} \int_x^R \frac{dx}{x^2}$$

при $x \in (r; R)$: $\varphi(x) = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\epsilon} \left(-\frac{1}{\epsilon} + \frac{1}{x}\right) = \frac{kQ}{R} \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) + \frac{kQ}{\epsilon x}$ (2)

1) из (1) при $x = \frac{11R}{12}$: $\varphi = \frac{kQ}{R} \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) + \frac{kQ \cdot 12}{\epsilon \cdot 11R} \Rightarrow$
($r < \frac{11R}{12} < R$)

$$\Rightarrow \varphi = \frac{kQ}{R} \left(1 - \frac{1}{\epsilon} + \frac{12}{11\epsilon}\right) \Rightarrow \varphi = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{1}{11\epsilon}\right)$$

$$\frac{12}{11\epsilon} = \frac{1}{11\epsilon}$$

$$\varphi = \frac{11\epsilon + 1}{11\epsilon} \cdot \frac{kQ}{R}$$

2) Снимем точки с графика:

$r < \frac{R}{3} < R$ и $r < \frac{2R}{3} < R$, тогда из (1):

$x = \frac{R}{3}$: $\varphi\left(\frac{R}{3}\right) = \frac{kQ}{R} \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} + \frac{kQ \cdot 3}{\epsilon R} = \frac{kQ}{\epsilon R} (2 + \epsilon)$

$x = \frac{2R}{3}$: $\varphi\left(\frac{2R}{3}\right) = \frac{kQ}{R} \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} + \frac{kQ \cdot 3}{2\epsilon R} = \frac{kQ}{\epsilon R} \left(\epsilon - 1 + \frac{3}{2}\right)$

из графика: $\frac{\varphi\left(\frac{2R}{3}\right)}{\varphi\left(\frac{R}{3}\right)} = \frac{2.5}{3.5} \Rightarrow$

$$\frac{\epsilon + \frac{1}{2}}{\epsilon + 2} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{5\epsilon + \frac{5}{2}}{2\epsilon + 4} = \frac{5\epsilon + 2.5}{6} \Rightarrow 5\epsilon + 10 = 6\epsilon + 5 \Rightarrow \epsilon = 7$$

$$\epsilon = 7$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Окончательно:

ответ: 1) $\varphi = \frac{11E+1}{11E} \cdot \frac{kQ}{R} = \frac{(11E+1)Q}{44TEER}$

2) $E = 7$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

ЗАДАЧА 4. Решение:

1) Закон ЭМИ: $\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi}{dt}$ (1)

для катушки 1:

$$\Phi_1 = L_1 I + B S n_1$$

из 1) $\Phi_1 = \Phi_2$ сопр-е катушек

МАНД, ТО $IR = - \frac{d\Phi}{dt} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \Phi = \text{const}$

для катушки 1: $\Rightarrow L_1 \dot{I}_1 + S n_1 \cdot (-\alpha) = 0$

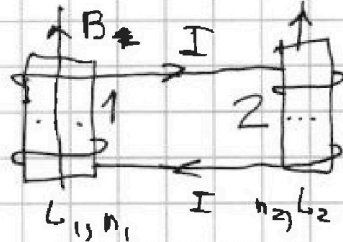
$$\dot{I}_1 = \frac{\alpha S n_1}{L_1} = \frac{\alpha S n}{L}$$

для катушки 2:

$$\Phi_2 = \frac{n_2}{n_1} L_1 I - L_2 I \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} L_1 \dot{I}_1 - L_2 \dot{I}_2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \dot{I}_2 = \frac{n_2 L_1}{n_1 L_2} \dot{I}_1 = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{9} \dot{I}_1 = \frac{2}{3} \dot{I}_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \dot{I}_2 = \frac{2\alpha S n}{3L}$$



ТОК
через
катушки
течет один
и тот же,
и hence "u" и "i"
при \dot{I}_1 и \dot{I}_2
ОБОЗНАЧАЮТ
НОМЕР КАТ-КИ

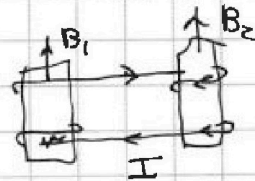
2) Омическая сопр-е $R=0 \Rightarrow - \frac{d\Phi}{dt} = IR = 0 \Rightarrow \Phi = \text{const}$

З-Н сохранения потока для контура

с катушками:

$$B_0 S n_1 - 4 B_0 S n_2 =$$

$$= \frac{4}{3} B_0 S n_1 + L_1 I - \frac{8}{3} B_0 S n_2 - L_2 I$$



$$I(L_2 - L_1) = (4 - \frac{8}{3}) B_0 S n_2 + (\frac{4}{3} - 1) B_0 S n_1 =$$

$$= (\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{2} - \frac{1}{4}) B_0 S n = \frac{7}{4} B_0 S n \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = \frac{7 B_0 S n}{4(L_2 - L_1)} = \frac{7 B_0 S n}{4 \cdot L (\frac{9}{4} - 1)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = \frac{7 B_0 S n}{5L}$$

Ответ: 1) $\left(\frac{dI}{dt}\right)_1 = \frac{\alpha S n}{L}$; $\left(\frac{dI}{dt}\right)_2 = \frac{2}{3} \alpha S n$

2) $I = \frac{7 B_0 S n}{5L}$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

ЗАДАЧА 5. Решение:

$$F = \frac{2b}{3}; l = \frac{b}{2}$$

S — лампочка

S' — ее изобр-е в линзе

S'' — изобр-е

мнимого источника S' в "мнимой линзе".

S₃ — неосвещ. площадь зеркала

S_{ст} — неосвещ. площадь стены

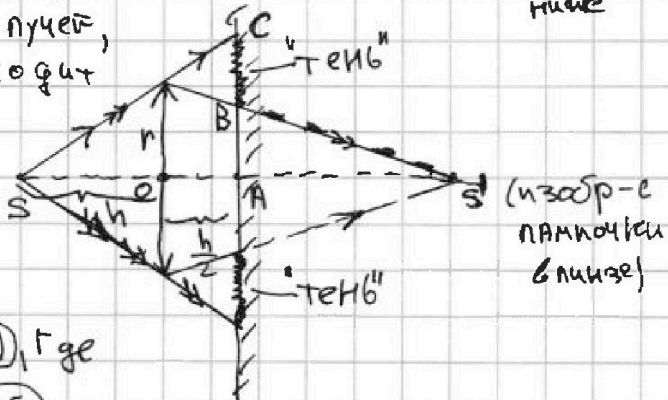
1)

Найдём изобр-е источника S в линзе.

Ф-ла тонк. линзы: $\frac{1}{F} = \frac{1}{h} + \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{3}{2h} - \frac{1}{h} \Rightarrow$

$$\Rightarrow x = 2h \text{ — расст-е } OS' = x \text{ (см. рис) линзе}$$

Рассм-м ход крайних лучей, один из которых проходит мимо линзы, а другой преломляется. Область неосвещ. обл. указана на рис. справа. Это кольцо.



$$S_3 = \pi (R_2^2 - R_1^2), \text{ где}$$

$$R_1 = AB, R_2 = AC$$

Из подобия Δ -ков: $\frac{AB}{r} = \frac{AS'}{OS'} = \frac{x-l}{x} = \frac{2 - \frac{1}{2}}{2} = \frac{3}{4}$

$$R_1 = \frac{3r}{4}$$

$$\frac{AC}{r} = \frac{AS}{SO} = \frac{\frac{3}{2}h}{h} = \frac{3}{2} \Rightarrow R_2 = \frac{3h}{2}$$

Тогда

$$S_3 = \pi \left(\frac{9}{4} - \frac{9}{16} \right) r^2 = \frac{27}{8} \pi r^2$$

$$S_3 = \frac{27}{16} \pi r^2 \Rightarrow S_3 = 24 \pi \text{ см}^2$$

2) Рассм-м "развёртку" системы (при "уходе" в зеркальце) взаимное расположение



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

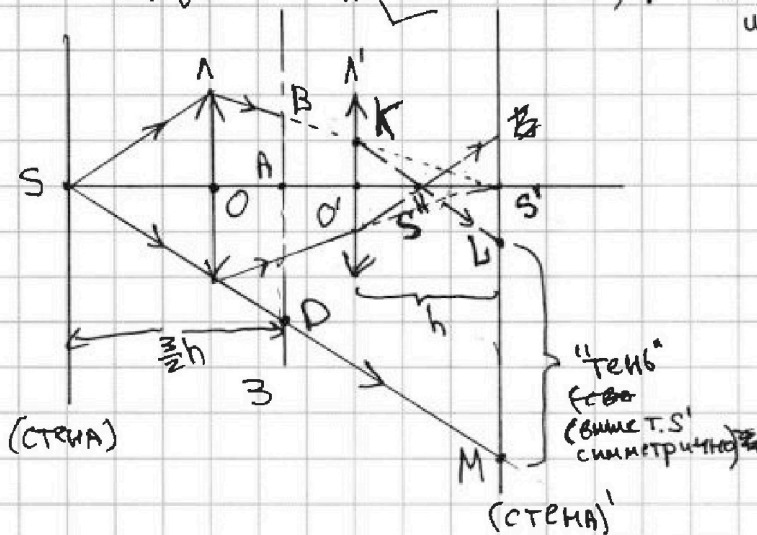
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

объектов не изменяется), S' является миним

источником для "изображения" линзы в зеркале.



Формула тонк. линзы: для A' и мн.чет. S'

$$\frac{1}{F} = -\frac{1}{O'S'} + \frac{1}{y}$$

$$O'S' = S'O - OO' = z - h = h$$

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{F} + \frac{1}{h} \Rightarrow \Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{3}{2h} + \frac{1}{h} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \frac{2h}{5}$$

(на рис. выше $O'S'' = y$)

При "уходе в зеркало" в з. расположение объекта в неизменно \Rightarrow тень на (стене) S' такая же как на (стене). Это кольцо с радиусами $S'L$ и $S'M$.
из подобия: $S'M = 2AD = 3r$

$$\frac{O'K}{r} = \frac{O'S'}{OS'} = \frac{z}{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow O'K = \frac{r}{2}$$

$$\frac{S'L}{O'K} = \frac{S'S''}{O'S''} = \frac{h-y}{y} = \frac{\frac{3h}{5}}{\frac{2h}{5}} = \frac{3}{2} \Rightarrow S'L = \frac{3}{2} O'K$$

$$S'L = \frac{3r}{4}$$

Искомая площадь: $S_{\sigma} = \pi(S'M)^2 - (S'L)^2 = \pi(9r^2 - \frac{9r^2}{16})$

$$S_{\sigma} = \frac{15 \cdot 9}{16} \pi r^2 = \frac{135}{16} \pi r^2 \Rightarrow S_{\sigma} = 85\pi \text{ см}^2$$

Ответ: 1) $S_3 = 27\pi \text{ см}^2$.

2) $S_{\sigma} = 135\pi \text{ см}^2$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

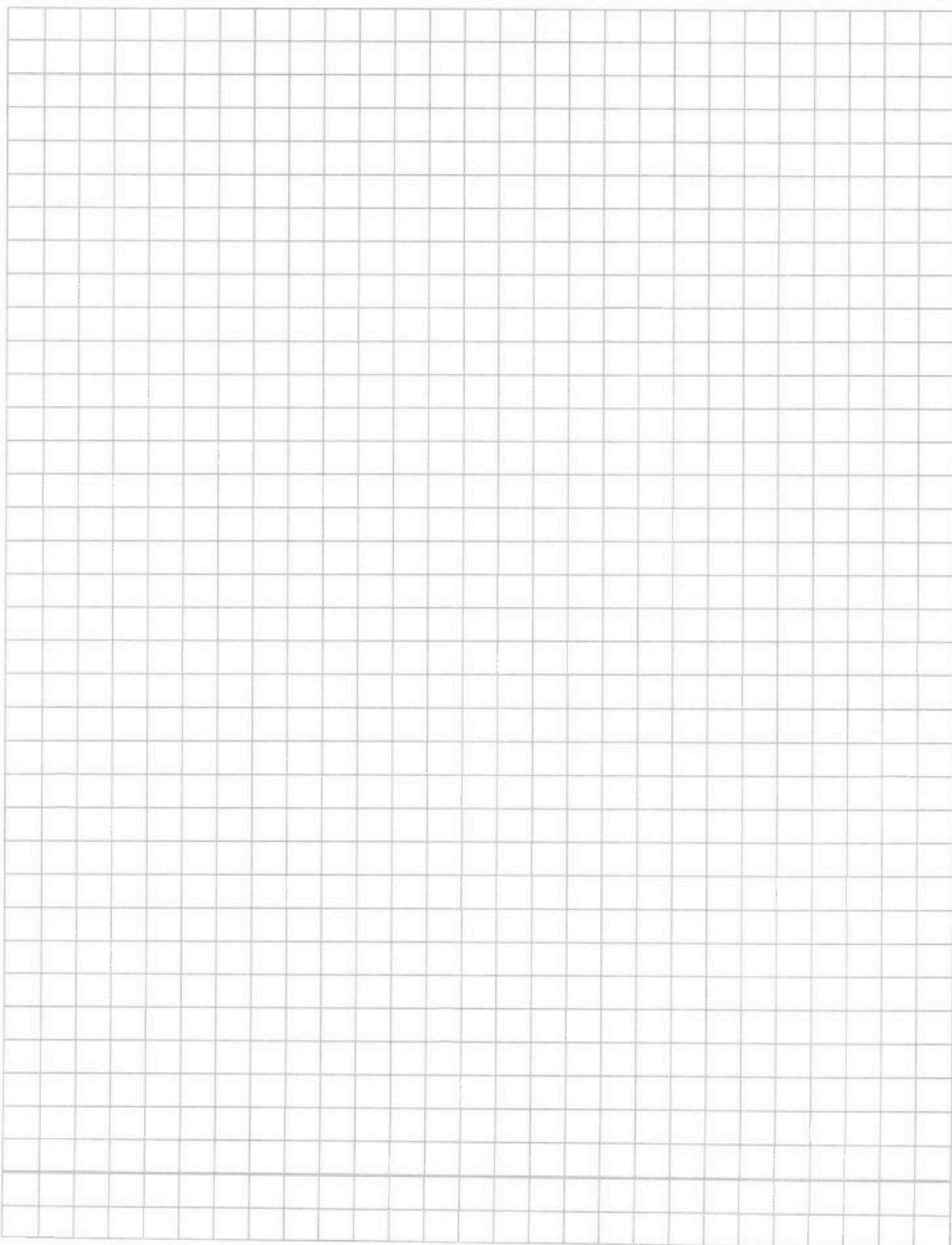
5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

