



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 10 КЛАСС. Вариант 6

1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен  $12 - 12x$ , четвёртый член равен  $(x^2 + 4x)^2$ , а восьмой равен  $(-6x^2)$ . Найдите  $x$ .

2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $10x + 5y$  при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leqslant 6, \\ |3x - 2y| \leqslant 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$  и  $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$  равно  $17p^2$ , а другое равно  $15q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $7 \times 7$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 6$ ,  $AN = 5$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

## Задача №1

$$|2 - |2x + 2d| = (x^2 + 4x)^2$$

$$|2 - |2x + 6d| = -6x^2$$

$$2d = (x^2 + 4x)^2 - |2 + |2x|$$

$$|2 - |2x + 3(x^2 + 4x)^2 - |2 + |2x|| = -6x^2$$

$$|2 - |2x + 3x^4 + 24x^3 + 48x^2 - 36 + 36x|| = -6x^2$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 2x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$(x^2 + 4x) + 2(x^2 + 4x - 4) = 0$$

$$t^2 + 2t - 8 = 0 \quad D = 4 + 32 = 36$$

$$t = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{2} \quad t = -4$$

$$t = 2$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x = -4 \\ (x+2)^2 = 0 \end{cases} \quad x = -2$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x = 2 \\ D = 4x^2 - 4x^2 + 16 \end{cases} \quad x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2}$$

$$D \text{ беср.} -2; -2 \pm \sqrt{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$$

~~$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$$~~

~~$$2|3x - 2y| \geq 3|2x - 3y|$$~~

~~$$\begin{cases} 2x + y = 9 \\ |2x - 3y| \leq 6 \\ |\frac{3x - 2y}{2}| \leq 4 \end{cases}$$~~

$$10x + 5y = k(2x - 3y) + n(3x - 2y)$$

$$10x + 5y = x(2k + 3n) - y(3k + 2n)$$

$$2k + 3n = 10$$

$$3k + 2n = -5 \quad n = \frac{-5 - 3k}{2}$$

$$2k + \frac{3(-5 - 3k)}{2} = 10 \quad n = \frac{-5 - \frac{3 \cdot 35}{13}}{2} = \frac{-65 - 105}{26} = \frac{-170}{26}$$

$$13k = 35 \quad k = \frac{35}{13}$$

$$-\frac{35}{13} |2x - 3y| \geq -6 \cdot \frac{35}{13}$$

$$-\frac{170}{26} |3x - 2y| \geq -4 \cdot \frac{170}{26}$$

$$10x + 5y \geq 5 \left( -\frac{6 \cdot 35}{13} + -4 \cdot \frac{170}{26} \right)$$

$$10x + 5y = 5 \left( -\frac{12 \cdot 35}{26} + \frac{680}{26} \right) = 5 \left( \frac{-420 + 680}{26} \right)$$

$$\text{Ответ: } 5 \cdot \frac{260}{26} = 50$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{I)} \quad A = 15q^2 \Rightarrow a(a+13) = 60$$

$$B = 17p^2 \quad a \in \mathbb{Z}$$

$$a^2 + 13a - 60 = 0$$

$$D = 169 + 240 = 409$$

$$a = \frac{-13 + \sqrt{409}}{2} \notin \mathbb{Z}$$

Значит, такой случай невозможен

Ответ: (10; 3)

$$\text{II)} \quad A = 15q^2 \quad (m-2n)(m-2n+13) = 15q^2$$

$$B = 17p^2 \quad mn(m-2n-2) = 17p^2$$

$$a(a+13) = 15q^2, \text{ при } q=2$$

$a(a+13) = 60$  (уравнение имеет ирациональный  
диссириминант,  
значит  $a \notin \mathbb{Z}$ , что  
невозможно)

Ответ: (10; 3)

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.










СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача №3

$$\text{I) } A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = \\ = (m-2n)(m-2n+13) = 17p^2 \quad m, n \geq 1$$

$$B = mn(m-2n-2) = 15q^2$$

$$p, q > 0, p, q - \text{простые} \Rightarrow A \nmid B \Rightarrow$$

$$\text{последовательность } m-2n = a, \text{ тогда } A = a(a+13)$$

Заметим, что  $a$  и  $a+13$  разные по модулю, тогда

$$a(a+13) - \text{четное} \Rightarrow 17p^2 - \text{четное} \Rightarrow p = 2 \quad (\text{единственное четное простое})$$

$$a(a+13) = 68 \quad a^2 + 13a - 68 = 0$$

$$a = -17; a = 4$$

$$m-2n = -17 \quad m-2n = 4$$

$$\cdot B = mn(m-2n-2)$$

$$1) B = mn \cdot (-19)$$

$$2) B = mn \cdot 2$$

$$mn > 0, B > 0$$

такое невозможно

$$n = 3$$

$$m = 10$$

$$\text{Ответ: } (m, n) = (10, 3)$$

$$15q^2 = 2mn$$

$$q = 2, mn = 30$$

$$\begin{cases} m-2n=4 \\ mn=30 \end{cases}$$

$$2(n+2)n = 30$$

$$n(n+2) = 30$$

$$n = 3$$

$$15 \quad n = -5, \text{ но } n \geq 1 \times$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

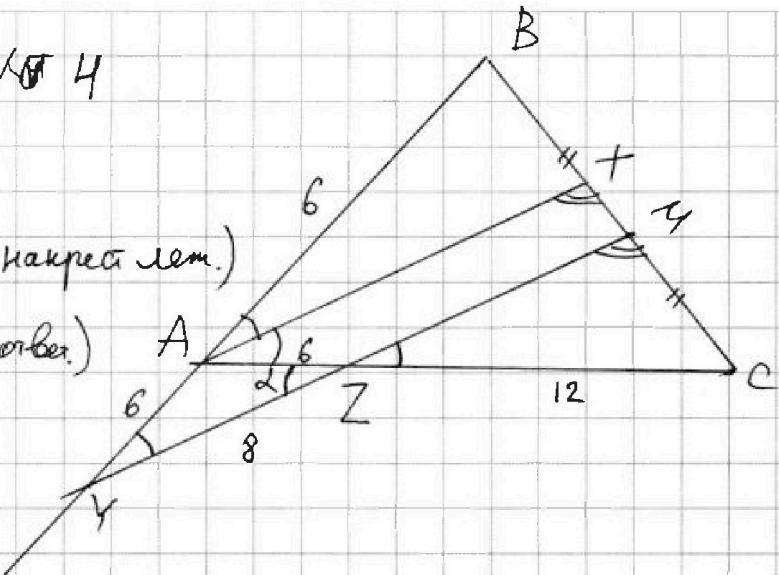
Задача № 4

Решение:

$$\angle XAZ = \angle AZY \text{ (как накрест леж.)}$$

$$\angle AYZ = \angle BXM \text{ (как соотв.)}$$

$$AY = AZ = 6$$



$$\frac{MC}{XC} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

$$3MC = 2XC$$

$$3MC = 2(MC + XM), XM = \frac{MC}{2}, XC = \frac{3}{2}MC$$

$$BM = MC \Rightarrow BX + \frac{MC}{2} = MC \Rightarrow BX = \frac{MC}{2}$$

$$\frac{AC}{XC} = \frac{AC}{AB} = \frac{XC}{BX} = \frac{3}{1}$$

$$AC = 3AB \Rightarrow AB = 6$$

$$AY^2 = YZ^2 + AZ^2 - 2\cos 2 \cdot YZ \cdot AZ$$

$$36 = 36 + 64 - 2\cos 2 \cdot 48, \cos 2 = \frac{2}{3}$$

$$\cos 2 = \cos^2 2 - \sin^2 2 = 2\cos^2 2 - 1 = \frac{8}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2\cos 2 \cdot AB \cdot AC$$

$$BC^2 = 36 + 324 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) \cdot 6 \cdot 18 = 360 + 24 = 384$$

$$BC = \sqrt{384} \quad \text{Ответ: } \sqrt{384} = \boxed{\sqrt{64} \cdot \sqrt{6}} = \boxed{8\sqrt{6}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = -2 \quad x \geq -4 \quad x \geq 0$$

$$x+4+3-x-2\sqrt{-x^2-x+12}=4 \quad x \leq 3$$

$$2\sqrt{-x^2-x+12}=3$$

$$-x^2-x+12=\frac{9}{4} \quad x^2+x+\frac{39}{4}$$

$$D=1+39=40$$

$$x=\frac{1\pm\sqrt{40}}{2}=\frac{1\pm2\sqrt{10}}{2} \quad \times \quad \frac{1-2\sqrt{10}}{2}<0$$

$$0 < \frac{1+2\sqrt{10}}{2} \geq 3 \quad (\sqrt{10} > 3)$$

$$2) \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 1$$

$$7-2\sqrt{-x^2-x+12}=1$$

$$\sqrt{-x^2-x+12}=3$$

$$-x^2-x+12=9 \quad x^2+x-3=0$$

$$D=1+12=13 \quad x=\frac{1\pm\sqrt{13}}{2} \quad \frac{1-\sqrt{13}}{2}<0$$

$$x=\frac{1\pm\sqrt{13}}{2}<3 \quad (1+\sqrt{13}<6, \text{ т.к. } \sqrt{13}<5)$$

$$\text{Ответ: } x=\frac{1+\sqrt{13}}{2}; y=\frac{1-\sqrt{13}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача №5

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \\ 2x^{\frac{5}{2}} + 4x^{\frac{3}{2}} - 4\sqrt{3y} = 2y^5 - 4\sqrt{3x} + 4y^2 \end{cases}$$

$$2x^{\frac{5}{2}} - 2y^5 + 4x^{\frac{3}{2}} - 4y^2 + 4\sqrt{3x} - 4\sqrt{3y} = 0 \quad x, y \geq 0$$

Заметим, что при  $x, y > 0$

$$4x^{\frac{5}{2}} \leq 3$$

$$x \geq -4$$

Если  $x > y$ , то

$2x^{\frac{5}{2}} > 2y^5$ ,  $4x^{\frac{3}{2}} > 4y^2$ ,  $4\sqrt{3x} > 4\sqrt{3y}$ , значит выражение  $> 0$

ок т.к.  $x > y$

значит  $x = y$

$$\begin{matrix} \sqrt{x+4} & - \sqrt{3-x} & + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2} \\ \text{||} & \text{||} & \\ a & b & -((a-b)^2 - a^2 - b^2) \end{matrix}$$

$$a - b + 5 = -(a-b)^2 + a^2 + b^2$$

$$a^2 + b^2 = x+4 + 3 - x = 7$$

$$(a-b)(a-b+1) = a^2 + b^2 - 5$$

$$a - b = t$$

$$t(t+1) = 2 \quad t^2 + t - 2 = 0$$

$$\begin{cases} t = -2 \\ t = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} a - b = -2 \\ a - b = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = -2 \\ \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 1 \end{cases}$$



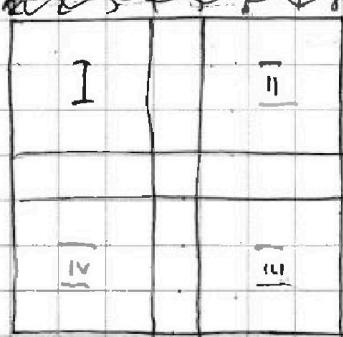
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

## Задача №6



Решение:

Заметим, что

Если при повороте

на  $90^\circ$  3 раза

получившаяся квадратная узор, то существует 4 "одинаковых при повороте" картинки. Это работает всегда, кроме

также самая картинка, это возможно тогда

когда 2 "границы" лежат на центральной

горизонтали или вертикали, параллельные

и симметричные относительно другой.

Таких пар границ всего 8, но 4 горизонтальных

и вертикальных. Разных "при повороте" картинок

тут 4, так как разные картинки встречаются по 2 раза.

Всего:

$$\frac{C_{112}^2 - 8}{4} + 4 = \frac{C_{112}^2}{4} + 2$$

$$\frac{C_{112}^2 - 8}{4} + 4 = \frac{C_{112}^2}{4} + 2 = \frac{56 \cdot 111}{4} + 2 = 14 \cdot 111 + 2 = 2(777 + 1)$$

$$\text{Ответ: } 2 \cdot 778 = 1556$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$k(2x-3y) + n(3x-2y) = 10x+5y$$

$$2kx - 3ky + 3nx - 2ny = 10x + 5y$$

$$-y(3k+2n)$$

$$64x^2 - 24kx + \frac{9}{25}k^2 \leq 6$$

$$3k+2n=-5$$

$$49x^2 - \frac{28}{5}kx + \frac{4}{25}k^2 \leq 4$$

$$x(2k+3n-2) | 2x-3y | \leq 12$$

$$2k+3n=6 | 3x-2y | \leq 12$$

$$6k+4n+10=0$$

$$8k+7n=0 \quad 2x+y+x-3y$$

$$2x+y-4y$$

$$\frac{6x-4y}{2} = \frac{3x-2y}{2}$$

$$a > 4y$$

$$|a-3y| \leq 6$$

$$a > 3y$$

$$|a-2y| \leq 4$$

$$-|a-3y| > -6$$

$$-|a-2y| > -4$$

$$-a+3y > -6$$

$$-a+2y > -4$$

$$-2a+6y > -12$$

$$-2a+6y > -12$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$12 - 12x + 2d = (x^2 + 4x)^2$$

$$12 - 12x + 6d = -6x^2$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 4d = -6x^2$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 2 \cdot$$

$$3(x^2 + 4x)^2 - 2(12x - 12) = -6x^2 \quad y = 12$$

$$3x^4 + 24x^3 + 48x^2 - 24x + 24 = -6x^2 \quad MC = y$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 - 8x + 8 = 0$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 2(x^2 - 4x + 4) = 0 \quad XC = y + k$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 2(x - 2)^2 = 0 \quad -d = (x - 1)^2 + 1$$

$$2 \cdot 3d = 3(x^2 + 4x)^2 + 3(12x - 12) \quad \frac{MC}{XC} = 2 \quad \frac{2}{3}$$

$$8d = -6x^3 + 12x - 12$$

$$y = 2y$$

$$d = -x^2 + 2x - 2$$

$$12 - 12x - 2(x - 1)^2 = (x^2 + 4x)^2$$

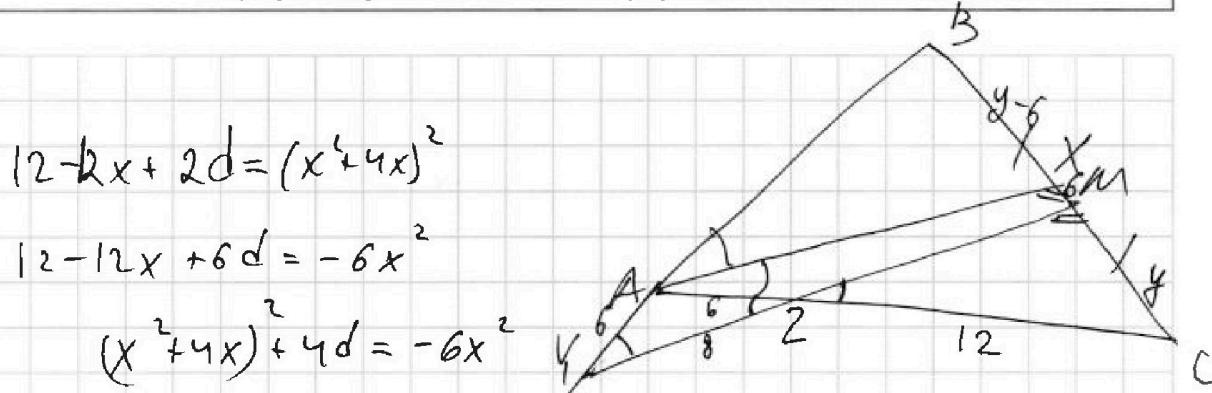
$$-d = (x - 1)^2$$

$$(1-x)(12 - 2(1-x)) = (x^2 + 4x)^2$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 6x^2 = 4(x - 1)^2 \quad 3$$

$$(x^2 + 4x + 2x - 2)(x^2 + 4x - 2x + 2) = 0$$

$$(x^2 + 6x - 2)(x^2 + 2x + 2) + 6x^2 = 0$$



$$\frac{12}{6} =$$

$$y = 12$$

$$MC = y$$

$$XM =$$

$$XC = y + k$$

$$-d = (x - 1)^2 + 1$$

$$\frac{MC}{XC} = 2 \quad \frac{2}{3}$$

$$y = 2y$$

$$12 - 12x - 2(x - 1)^2 = (x^2 + 4x)^2$$

$$(1-x)(12 - 2(1-x)) = (x^2 + 4x)^2$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 6x^2 = 4(x - 1)^2 \quad 3$$

$$(x^2 + 4x + 2x - 2)(x^2 + 4x - 2x + 2) = 0$$

$$(x^2 + 6x - 2)(x^2 + 2x + 2) + 6x^2 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2(x^5 - y^5) + 4(x^2 y^2) + (\sqrt{3x} - \sqrt{3y}) = 0$$

$$x \leq y$$

$$x, y \geq 0$$

$$y \leq 3$$

$$x$$

$$4\sqrt{96} = (x^4 + 4x)^2 + 2(x^2 + 12x - 12) = 0$$

$$= 16\sqrt{6}$$

$$144 + 48 = 192$$

$$9 - y^2 + 3 - x$$

$$(3 - y)(3 + y) + 3 - x$$

$$-4 - x + 9 - y^2 + 7$$

$$- (x + 4) + (3 - y)(3 + y) + 7$$

$$\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\cos^2 \alpha - (1 - \cos^2 \alpha)$$

$$36 = 36 + 64 - 2 \cos \alpha \cdot 48$$

$$2c$$

$$96 \cos \alpha = 64$$

$$12$$

$$2\sqrt{1}$$

$$\sqrt{2 - x - y^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}$$

$$12 - x - y^2$$

$$\cos^2 \alpha =$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$12 - 12x + 2d = (x^2 + 4x)^2 = (x(x+4))^2 + \cancel{6x^2}$$

$$12 - 12x + 6d = -6x^2$$

$$a(a+13) = 60$$

$$12(1-x)$$

$$a^2 + 13a - 60 = 0$$

$$6d = 3(x^2 + 4x)^2 - 12(x-1) \quad |69 + 140 = 409$$

$$12 - 12x + 3(x^2 + 4x)^2 - 12(x-1) = -6x^2$$

$$24 - 24x + 3(x^4 + 8x^2 + 16) + 6x^2 = 0$$

$$48 - 48x + 3x^4 + 24x^2 + 48 + 6x^2 = 0$$

$$3x^4 + 30x^2 + 96 - 48x$$

$$x^4 + 10x^2 - 16x + 32 = 0$$

$$12 - 2x = a + d$$

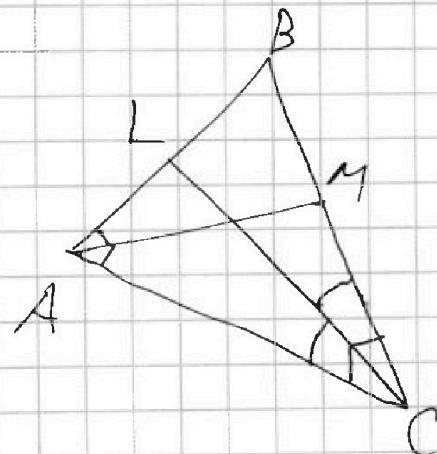
$$60$$

$$(x^2 + 4x)^2 = a + 3d$$

$$(-6x^2) = a + 2d$$

$$4d = -6x^2 - (x^2 + 4x)^2$$

$$4d = -x^4 - 14$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x^4 + 4x)^2 = 12 - 2x + 2d$$

$$m \cdot n = 30 \quad n^2 + 2n - 15 = 0$$

$$(-6x^4) = 12 - 2x + 6d$$

$$m - 2n = 4 \quad n = 3; n = -5$$

$$6d = 3(x^4 + 4x)^2 - 12 + 12x$$

$$m = 4 + 2n$$

$$n(4 + 2n) = 30$$

$$(-6x^4) = 12 - 12x + 3x^4 + 24x^5 + 48x^2 - 12 + 36 + 36x$$

$$(-6x^4) = -24 + 24x + 3x^4 + 24x^5 + 48x^2 \quad n = 3 \\ m = 10$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$68 = 17 \cdot 4$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 2x^3 + 24x - 24 = 0$$

$$a(a+13) = 68$$

$$2(x^2 + 12x - 12) = 0$$

$$a(a+13) = 17p^2$$

$$x^2 + 12x - 12 = 0$$

$$p = 2$$

$$A = (m-2n)^2 + 13(m-2n)$$

$$m - 2n = 4 \quad m - 2n + 13 = 12$$

$$A = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$\begin{cases} 17p^2(m-2n)(m-2n+13) & m-2n=17 \quad m-2n+13=p^2 \\ 15q^2 = nm(m-2n-2) & m-2n=17p \quad m-2n+13=p \end{cases}$$

$$15q^2 = mn \cdot 2 \quad m-2n=4$$

$$-13 = 16p$$

$$q=2 \quad m \cdot n = 30$$

$$m-2n=17p^2 \quad m-2n+13=p^2$$

$$m+13=p$$

$$13 = 17p^2 - 1$$

$$m-2n=7 \quad m-2n+13=17p^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

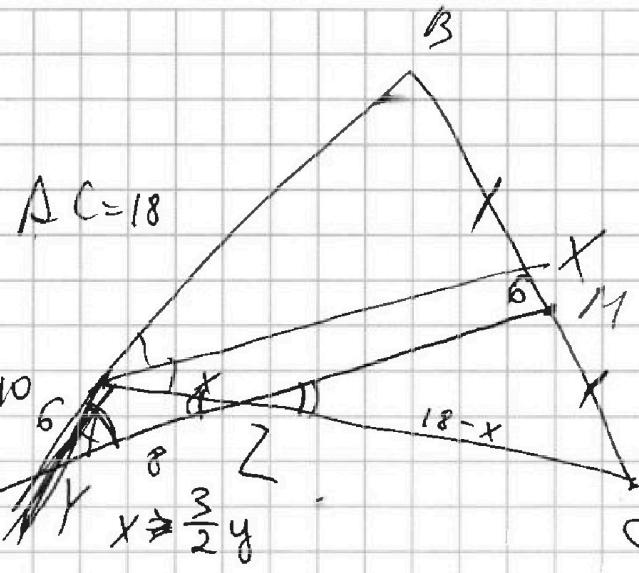
$$|2x - 3y| \leq 6$$

$$|3x - 2y| \leq 4$$

$$|2x - 3y| + |3x - 2y| \leq 10$$

$$2x \geq 3y$$

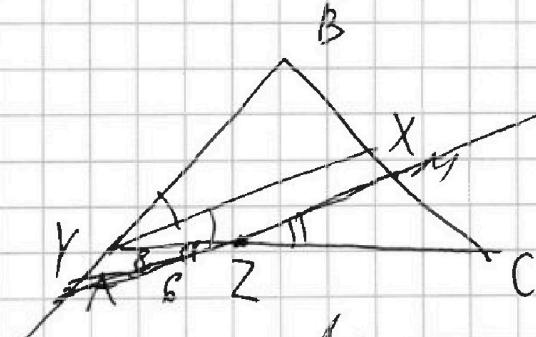
$$3x \geq 2y$$



$$a+b-2\sqrt{ab} = 4ab - 4\sqrt{ab} + 25$$

$$5x - 5y \leq 10$$

$$x - y \leq 10 \quad (\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5)^2 = 2\sqrt{ab}$$



$$a^2 + b^2 + 5 + a - b = 4$$

$$AC = 18$$

$$AD = 6 \quad (a-b)^2 - a^2 - b^2 = a - b + 5$$

$$YZ = 8 \quad (a-b)^2 - a + b = a^2 + b^2 + 5$$

5.

$$t(t-1) = 12$$

$$-(a-b)^2 + a^2 + b^2$$

$$(a-b)(a-b-1) = 12$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(m-2n)(m-2n+13) = 15q^2$$

$$mn(m-2n-2) = 17p^2$$

$$a(a+13) = 60$$

$$mn(a-2) = 17p^2$$

$$a^2 + 13a - 60 = 0$$

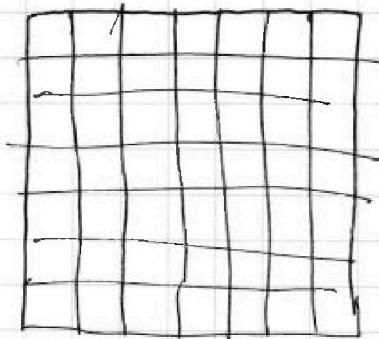
$$169 + 240 = \frac{-13 \pm \sqrt{409}}{2}$$

$$= 409$$

$$|3x$$

$$3x \geq 2y$$

$$2x > 3y$$



$$k = \max |8x - \frac{3}{5}k| \leq 6$$

$$10x + 5y = k$$

$$y = \frac{k - 10x}{5}$$

$$|2x - \frac{3}{5}k + 6x| \leq 6$$

$$|2x - 3 \cdot \frac{k - 10x}{5}| \leq 6$$

$$|3x - 2 \cdot \frac{k - 10x}{5}| \leq 4$$

$$|14x - k| \leq 4$$

1



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2x - 3y \leq 6$$

$$-2y + 3x \leq 4$$

$$2x - 3y \geq \frac{3}{2}x$$

$$2y \geq 3x \quad 2x \geq \frac{9}{2}x$$

$$12 - 12x \leq x^4 + 8x^3 + 16x^2 \quad y \geq \frac{3}{2}x$$

$$4x > 9x$$

$$-5x \geq 0$$

$$x \leq 0$$

$$-10x - 5y \max$$

$$x, y \leq 0$$

$$4x^2 - 6xy + 9y^2 \leq 36$$

$$3 \cdot 9x^2 - 6xy + 4y^2 \leq 16$$

$$-5x^2 + 5y^2$$

$$13x^2 + 13y^2 - 12xy \leq 52$$

$$169 + 48 \cdot 13$$

$$13(13 + 4 \cdot 13) = 13 \cdot 69$$

1

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} |2x - 3y| &\leq 6 \quad (2x - 3y)^2 \\ |3x - 2y| &\leq 4 \quad 3(x - \frac{2}{3}y) \\ 13x^2 - 24xy + 13y^2 &\leq 10 \end{aligned}$$

$$(2x - y)(x + y) =$$

$$= 2x^2 + 2xy - xy - y^2$$

$$\begin{aligned} 12x + 4y - x^2 - y^2 &= 4x - 4y \\ = 8x + 4y - x^2 - y^2 &= 4x - 4y \end{aligned}$$

$$3x - xy - 4y + 12$$

$$4x^2 - 4xy + 9y^2 \leq 6$$

$$9x^2 - 12xy + 4y^2 \leq 4$$

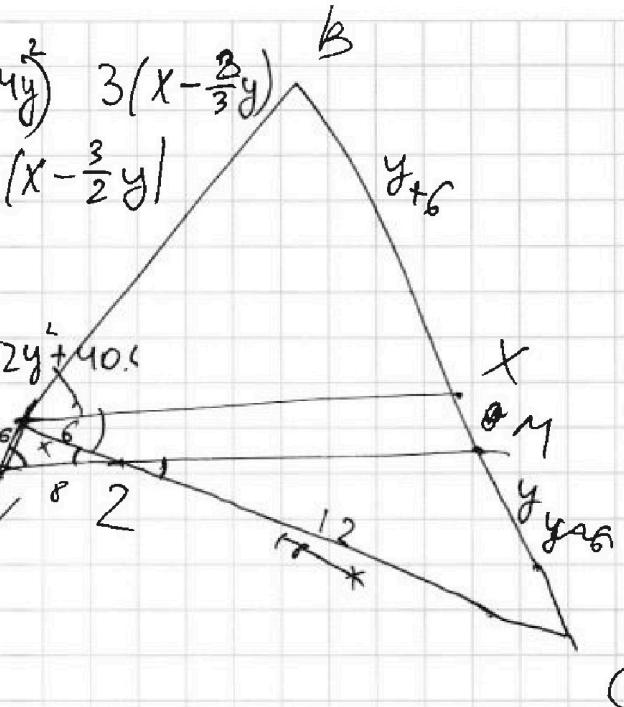
$$27x^2 - 36xy + 12y^2 \leq 12$$

$$12x^2 - 36xy + 27y^2 \leq 12$$

$$2(12 - x - y) =$$

$$-y^2$$

$$(y+4)(3-y) = -y^2 - y + 2$$



$$\frac{12}{6} = \frac{y-6}{6}$$

$$\frac{12}{6} = \frac{y-6}{6} \quad (10x+5y)^2$$

$$12 = y \Rightarrow 2x - 3y \leq 6$$

$$y = 18 \quad 3x - 2y \leq 4$$

$$BC = 36 \quad x - y \leq 10$$

$$\begin{cases} x = y \\ x \leq 10 + y \end{cases}$$

$$\sqrt{y+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{-y^2 - y + 12}$$

$$a - b = ab - 5$$

$$y+4 - 2\sqrt{-y^2 - y + 12}$$

$$+ 3 - y =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$12 - 12x + 2d = (x^2 + 4x)^2$$

$$12 - 12x + 6d = -6x^2$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 4d = -6x^2$$

$$a+d+a+3d$$

$$a+7d$$

$$3(x^2 + 4x)^2 - 2(12x - 12) = -6x^2$$

$$3x^4 + 24x^3$$

$$3x^4 + 42x^3$$

$$3x^4 + 24x^3 + 48x^2 - 24x + 24 + 6x^2 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 8x + 8 + 2x^2 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 - 8x + 8 = 0$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 2x^2 - 8x + 8 = 0$$

$$2(x-2)^2 = 0$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 12 - 2x = \quad x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 24x + 8x - 5 = 0$$

$$-x^2 = -2x + 12 + d$$

(

$$(x-1)^2 + 1 = -d$$

$$d = -(x-1)^2 - 1$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 4x^2 + 8x - 4 - 1 + 6x^2 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$12 - 12x + 2d = (x^4 + 4x)^2 \quad \text{Черновик}$$

$$12 - 12x + 6d = -6x^2 \quad \frac{|2x-3y|}{|3x-2y|} \leq \frac{3}{2}$$

$$6d = 3(x^4 + 4x)^2 - 36 + 36x \quad \frac{2|2x-3y|}{|3x-2y|}$$

$$-24 + 24x + 3x^4 + 24x^3 + 48x^2 + 6x^2 = 0 \quad |3x-2y|$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0 \quad \frac{3|2x-3y|}{|3x-2y|} \leq 1$$

$$12 - 12x + 2d = x^4 + 8x^3 + 16x^2 \quad -13x^2 + 24xy - 13y^2 \leq 10$$

$$12 - 12x + 6d = -6x^2$$

$$4d = -(x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 12x - 12) \quad 3|2x-3y| \leq 2|3x-2y|$$

$$(x^4 + 4x)^2 + 2(x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 12x - 12) = -6x^2$$

$$3x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 16x^3 + 32x^2 + 24x - 24 = -6x^2$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$3(x^4 + 4x)^2 + 8x^2 + 24x - 24$$

$$3(x^4 + 4x) + x^2 + 8x - 3 = 0$$

$$x^2 + 3x - 3 =$$

$$13x^2 - 24xy + 13y^2 \quad 12xy \geq 4x^2 + 3y^2 - 6$$

$$12xy \geq 9y^2 + 4x^2 - 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!