



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12-12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x+4y^2}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1

$$12 - 12x + 2d = (x^2 + 4x)^2$$

$$12 - 12x + 6d = -6x^2$$

$$2d = (x^2 + 4x)^2 - 12 + 12x$$

$$12 - 12x + 3((x^2 + 4x)^2 - 12 + 12x) = -6x^2$$

$$12 - 12x + 3x^4 + 24x^3 + 48x^2 - 36 + 36x = -6x^2$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 2x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 2(x^2 + 4x - 4) = 0$$

$$t^2 + 2t - 8 = 0 \quad D = 4 + 32 = 36$$

$$t = \frac{-2 \pm 6}{2} \quad t = -4$$

$$t = 2$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x = -4 \\ (x+2)^2 = 0 \end{cases} \quad x = -2$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x = 2 \\ D = 16 + 8 = 24 \end{cases}, \quad x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2}$$

$$\text{Ответ: } -2; -2 \pm \sqrt{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases}$$

~~$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 3 \\ |3x-2y| \leq 2 \end{cases}$$~~

~~$$2|3x-2y|, 3|2x-3y|$$~~

~~$$\begin{cases} 2x+y=9 \\ |9-4y| \leq 6 \\ |3a-7y| \leq 4 \end{cases}$$~~

$$10x+5y = k(2x-3y) + n(3x-2y)$$

$$10x+5y = x(2k+3n) - y(3k+2n)$$

$$2k+3n=10$$

$$3k+2n=-5 \quad n = \frac{-5-3k}{2}$$

$$2k + \frac{3(-5-3k)}{2} = 10$$

$$n = \frac{-5 - \frac{3 \cdot 35}{13}}{2} = \frac{-65 - 105}{2} =$$

$$4k - 15 + 9k = 20$$

$$= \frac{-170}{26}$$

$$13k = 35 \quad k = \frac{35}{13}$$

$$-\frac{35}{13} |2x-3y| \geq -6 \cdot \frac{35}{13}$$

$$-\frac{170}{26} |3x-2y| \geq -4 \cdot \frac{170}{26}$$

$$10x+5y \geq 5 \left(-\frac{6 \cdot 35}{13} + -4 \cdot \frac{-170}{26} \right)$$

$$10x+5y = 5 \left(\frac{-12 \cdot 35 + 680}{26} \right) = 5 \left(\frac{-420 + 680}{26} \right)$$

$$\text{Ответ: } 5 \cdot \frac{260}{26} = 50$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$A = 15q^2 \Rightarrow a(a+13) = 60$~~
 ~~$B = 17p^2$~~ $a \in \mathbb{Z}$

$$a^2 + 13a - 60 = 0$$

$$D = 169 + 240 = 409$$

$$a = \frac{-13 \pm \sqrt{409}}{2} \notin \mathbb{Z}$$

Значит, такой случай невозможен

~~Ответ: (10; 3)~~

II) $A = 15q^2$ $(m-2n)(m-2n+13) = 15q^2$

$$B = 17p^2 \quad mn(m-2n-2) = 17p^2$$

$$a(a+13) = 15q^2, \text{ из-за четности, } q=2$$

$a(a+13) = 60$ (уравнение имеет иррациональный дискриминант, значит $a \notin \mathbb{Z}$ (то что невозможно))

Ответ: (10; 3)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3

$$I) A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) =$$

$$= (m - 2n)(m - 2n + 13) = 17p^2 \quad m, n \geq 1$$

$$B = mn(m - 2n - 2) = 15q^2$$

$p, q > 0$, т.к. простые $\Rightarrow A, B > 0$

~~$$D = 16 + 16$$~~

пусть $m - 2n = a$, тогда $A = a(a + 13)$

Заметим, что a и $a + 13$ разной четности, тогда

$a(a + 13)$ - четное $\Rightarrow 17p^2$ - четное $\Rightarrow p = 2$ (единственное четное простое)

$$a(a + 13) = 68 \quad a^2 + 13a - 68 = 0$$

$$a = -17; a = 4$$

$$m - 2n = -17 \quad m - 2n = 4$$

$$B = mn(m - 2n - 2)$$

$$1) B = mn \cdot (-19)$$

$$2) B = mn \cdot 2$$

$$mn > 0, B > 0$$

$$15q^2 = 2mn$$

\Downarrow

$$q = 2, mn = 30$$

$$n = 3$$

$$m = 10$$

$$\begin{cases} m - 2n = 4 \\ mn = 30 \end{cases}$$

$$2(n + 2)n = 30$$

$$n(n + 2) = 15 \quad n = 3$$

$$n = -5, \text{ но } n \geq 1 \quad \times$$

Ответ: ~~(3; 10)~~ (10; 3)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

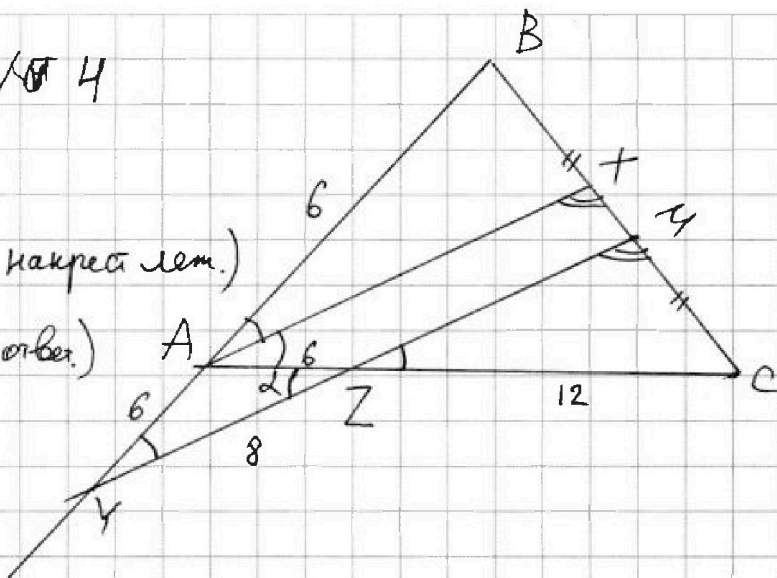
Задача № 4

Решение:

$$\angle XAZ = \angle AZY \text{ (как накрест лежащие)}$$

$$\angle AYZ = \angle BXM \text{ (как соответственные)}$$

$$AY = AZ = 6$$



$$\frac{MC}{XC} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

$$3MC = 2XC$$

$$3MC = 2(MC + XM), XM = \frac{MC}{2}, XC = \frac{3}{2}MC$$

$$BM = MC \Rightarrow BX + \frac{MC}{2} = MC \Rightarrow BX = \frac{MC}{2}$$

$$\frac{MC}{XC} = \frac{AC}{AB} = \frac{XC}{BX} = \frac{3}{1}$$

$$AC = 3AB \Rightarrow AB = 6$$

$$AY^2 = YZ^2 + AZ^2 - 2 \cos \alpha \cdot YZ \cdot AZ$$

$$36 = 36 + 64 - 2 \cos \alpha \cdot 48, \cos \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = \frac{8}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cos 2\alpha \cdot AB \cdot AC$$

$$BC^2 = 36 + 324 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) \cdot 6 \cdot 18 = 360 + 24 = 384$$

$$BC = \sqrt{384} \quad \text{Ответ: } \sqrt{384} = 8\sqrt{6}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = -2 \quad x \geq -4 \quad x \geq 0$$

$$x+4+3-x-2\sqrt{-x^2-x+12} = 4 \quad x \leq 3$$

$$2\sqrt{-x^2-x+12} = 3$$

$$-x^2-x+12 = \frac{9}{4} \quad x^2+x-\frac{39}{4}$$

$$D = 1 + 39 = 40$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{40}}{2} = \frac{1 \pm 2\sqrt{10}}{2} \quad \times \frac{1-2\sqrt{10}}{2} < 0$$

$$0 \leq \frac{1+2\sqrt{10}}{2} \geq 3 \quad (\sqrt{10} > 3)$$

$$2) \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 1$$

$$7-2\sqrt{-x^2-x+12} = 1$$

$$\sqrt{-x^2-x+12} = 3$$

$$-x^2-x+12 = 9 \quad x^2+x-3 = 0$$

$$D = 1+12 = 13 \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \quad \frac{1-\sqrt{13}}{2} < 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} < 3 \quad (1+\sqrt{13} < 6, \text{ т.к. } \sqrt{13} < 5)$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{1+\sqrt{13}}{2}; y = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №5

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \\ 2x^5 + 4x^2 - 4\sqrt{3y} = 2y^5 - 4\sqrt{3x} + 4y^2 \end{cases}$$

$$2x^5 - 2y^5 + 4x^2 - 4y^2 + \sqrt{3x} - \sqrt{3y} = 0$$

$$x, y \geq 0$$

$$\begin{aligned} y &\leq 3 \\ x &\geq -4 \end{aligned}$$

Заметим, что при $x, y > 0$

Если $x > y$, то

$$2x^5 > 2y^5, 4x^2 > 4y^2, \sqrt{3x} > \sqrt{3y}, \text{ значит выражение } > 0$$

аналогично для $y > x$

Значит $x = y$

$$\sqrt{\underset{a}{x+4}} - \sqrt{\underset{b}{3-x}} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2} = 2\sqrt{-(a-b)^2 - a^2 - b^2}$$

$$a - b + 5 = -\sqrt{(a-b)^2 + a^2 + b^2}$$

$$a^2 + b^2 = x + 4 + 3 - x = 7$$

$$(a-b)(a-b+1) = a^2 + b^2 - 5$$

$$a - b = t$$

$$t(t+1) = 2 \quad t^2 + t - 2 = 0$$

$$\begin{cases} t = -2 \\ t = 1 \end{cases} \begin{cases} a - b = -2 \\ a - b = 1 \end{cases} \begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = -2 \\ \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 1 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

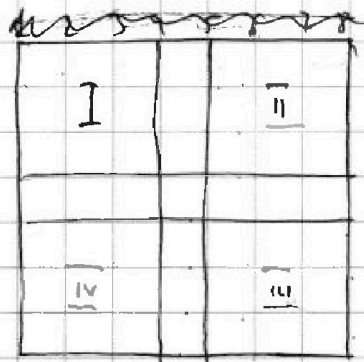


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №6



Решение:

Заметим, что

Если при повороте
на 90° ³ 4 раза

получается новый узор, то существует 4 "одинаковых при повороте" картинки. Это работает всегда, кроме случая когда при повороте на 180° получится та же самая картинка, это возможно тогда когда 2 "края" лежат на центральной горизонтали или вертикали, параллельны и симметричны относительно группы.

Таким пар углов всего ⁸ 48, по 4 горизонтальных и вертикальных. Разных "при повороте" картинок

тут 4, так как разные картинки встречаются по 2 раза.

Всего: ~~$\frac{C_{112-8}^2}{4}$~~ ~~$\frac{C_{112-8}^2}{4} + 4$~~ $= \frac{C_{112-8}^2}{4} + 2$

$$\frac{C_{112-8}^2}{4} + 4 = \frac{C_{112}^2}{4} + 2 = \frac{56 \cdot 111}{4} + 2 = 14 \cdot 111 + 2 = 2(777 + 1)$$

Ответ: $2 \cdot 778 = 1556$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$k(2x-3y) + n(3x-2y) = 10x + 5y$$

$$2kx - 3ky + 3nx - 2ny = 10x + 5y$$

$$-y(3k+2n)$$

$$64x^2 - 24kx + \frac{9}{25}k^2 \leq 6$$

$$3k+2n=5$$

$$49x^2 - \frac{28}{5}kx + \frac{4}{25}k^2 \leq 4$$

$$x(2k+3n) \quad 2|2x-3y| \leq 12$$

$$2k+3n=6 \quad |3x-2y| \leq 12$$

$$6k+4n+10=0$$

$$\frac{6x-4y}{2} = \frac{3a-7y}{2}$$

$$8k+7n=0$$

$$2x+y+x-3y$$

$$2x+y-4y$$

$$a \geq 4y$$

$$|a-3y| \leq 6$$

$$a \geq 3y$$

$$|a-2y| \leq 4$$

$$-|a-3y| \geq -6$$

$$-|a-2y| \geq -4$$

$$-a+3y \geq -6$$

$$-a+2y \geq -4$$

$$-a+6y \geq -12$$

$$-a+6y \geq -12$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

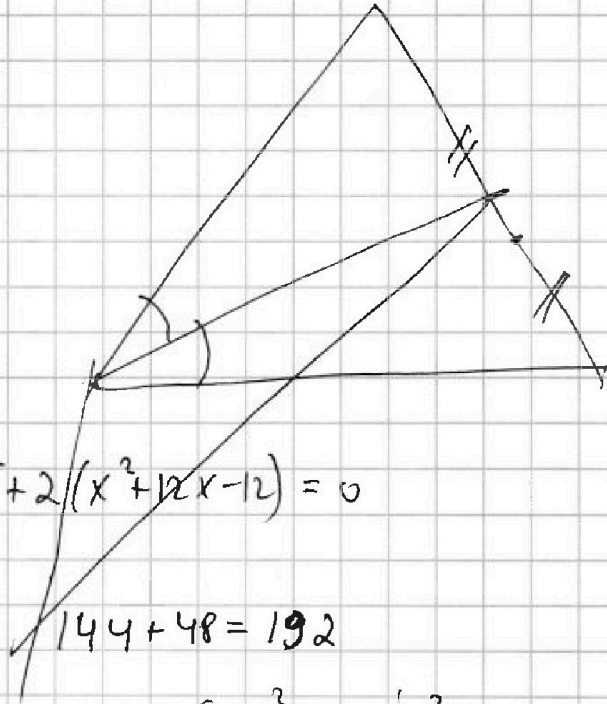
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2(x^5 - y^5) + 4(x^2 - y^2) + (\sqrt[4]{3x} - \sqrt[4]{3y}) = 0$$

$$x \leq y$$

$$x, y \geq 0$$

$$y \leq 3$$



$$4\sqrt{96} =$$

$$= 16\sqrt{6}$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 2(x^2 + 12x - 12) = 0$$

$$144 + 48 = 192$$

$$9 - y^2 + 3 - x$$

$$(3 - y)(3 + y) + 3 - x$$

$$-4 - x + 9 - y^2 + 7$$

$$-(x + 4) + (3 - y)(3 + y) + 7$$

$$\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\cos^2 \alpha - (1 - \sin^2 \alpha)$$

$$36 = 36 + 64 - 2\cos \alpha \cdot 48$$

$$2c$$

$$96\cos \alpha = 64$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\cos^2 \alpha =$$

$$12$$

$$2\sqrt{}$$

$$\sqrt{2 - x - y^2}$$

$$12 - x - y^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$12 - 12x + 2d = (x^2 + 4x)^2 = (x(x+4))^2$$

$$12 - 12x + 6d = -6x^2$$

$$a(a+13) = 60$$

$$12(1-x)$$

$$a^2 + 13a - 60 = 0$$

$$6d = 3(x^2 + 4x)^2 - 12(x-1)$$

$$169 + 240 = 409$$

$$12 - 12x + 3(x^2 + 4x)^2 - 12(x-1) = -6x^2$$

$$24 - 24x + 3(x^4 + 8x^2 + 16) + 6x^2 = 0$$

$$48 - 48x + 3x^4 + 24x^2 + 48 + 6x^2 = 0$$

$$3x^4 + 30x^2 + 96 - 48x$$

$$x^4 + 10x^2 - 16x + 32 = 0$$

$$12 - 2x = a + d$$

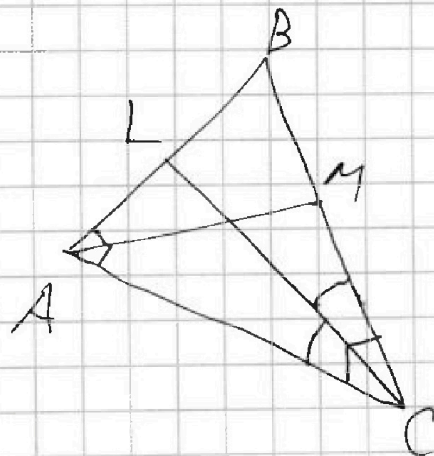
60

$$(x^2 + 4x)^2 = a + 3d$$

$$(-6x^2) = a + 7d$$

$$4d = -6x^2 - (x^2 + 4x)^2$$

$$4d = -x^4 - 14$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x^2 + 4x)^2 = 12 - 2x + 2d$$

$$m \cdot n = 30 \quad n^2 + 2n - 15 = 0$$

$$(-6x^2) = 12 - 2x + 6d$$

$$m - 2n = 4 \quad n = 3; n = -5$$

$$6d = 3(x^2 + 4x)^2 - 12 + 12x$$

$$m = 4 + 2n$$

$$n(4 + 2n) = 30$$

$$(-6x^2) = 12 - 12x + 3x^4 + 24x^3 + 48x^2 - 36 + 36x$$

$$(-6x^2) = -24 + 24x + 3x^4 + 24x^3 + 48x^2$$

$$n = 3 \\ m = 10$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$68 = 17 \cdot 4$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 2x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$a(a+13) = 68$$

$$2(x^2 + 12x - 12) = 0$$

$$a(a+13) = 17p^2$$

$$x^2 + 12x - 12 = 0$$

$$p = 2$$

$$A = (m - 2n)^2 + 13(m - 2n)$$

$$m - 2n = 4 \quad m + 2n + 13 = 17$$

$$A = (m - 2n)(m - 2n + 13)$$

$$\sqrt{17p^2 = (m - 2n)(m - 2n + 13)}$$

$$m - 2n = 17 \quad m - 2n + 13 = p^2$$

$$\begin{cases} 15q^2 = nm(m - 2n - 2) \end{cases}$$

$$m - 2n = 17p \quad m - 2n + 13 = p$$

$$15q^2 = mn \cdot 2$$

$$m - 2n = 4$$

$$-13 = 16p$$

$$q = 2$$

$$m \cdot n = 30 \\ m + n =$$

$$m - 2n = 17p^2 \quad m - 2n + 13 = 1$$

$$13 = 17p^2 - 1$$

$$m - 2n = 1 \quad m - 2n + 13 = 17p^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|2x - 3y| \leq 6$$

$$|3x - 2y| \leq 4$$

$$|2x - 3y| + |3x - 2y| \leq 10$$

$$2x \geq 3y$$

$$3x \geq 2y$$

$$5x - 5y \leq 10$$

$$x - y \leq 10$$

$$a - b - 2\sqrt{ab} = 4ab - 20\sqrt{ab} + 25$$

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5)^2 = 2\sqrt{ab}$$

$$a^2 + b^2 + 5 + a - b = 4$$

$$AC = 18$$

$$AZ = 6$$

$$YZ = 8$$

$$(a - b)^2 - a^2 - b^2 = a - b + 5$$

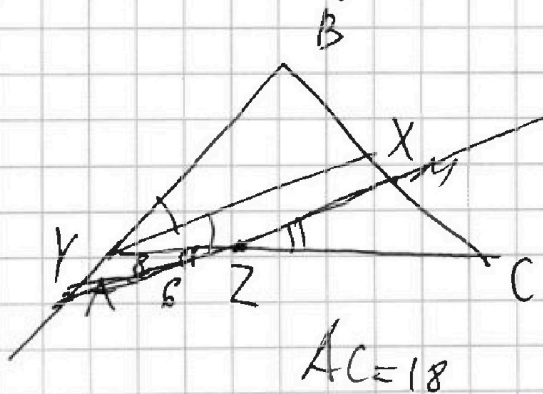
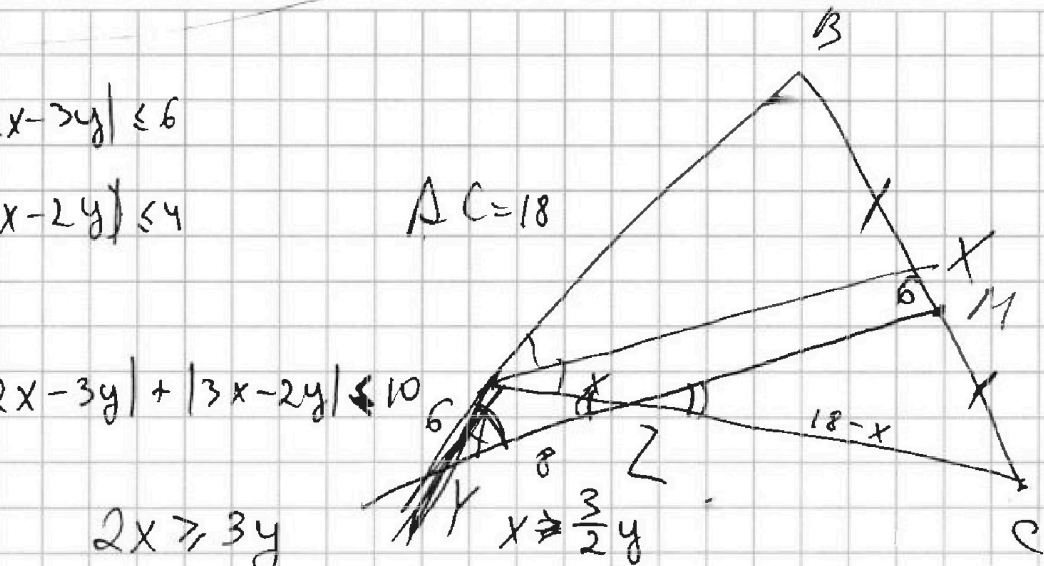
$$(a - b)^2 - a + b = a^2 + b^2 + 5$$

$$(a - b)(a - b - 1) = 12$$

$$b(b - 1) = 12$$

$$-(a - b)^2 + a^2 + b^2$$

5.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(m-2n)(m-2n+13) = 159^2$$

$$mn(m-2n-2) = 17p^2$$

$$a(a+13) = 60$$

$$mn(a-2) = 17p^2$$

$$a^2 + 13a - 60 = 0$$

$$169 + 240 =$$

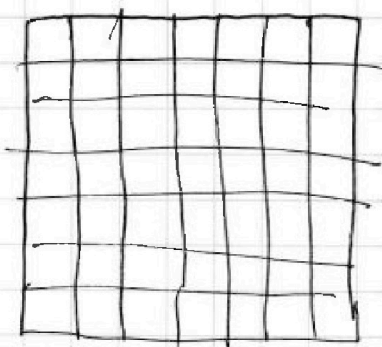
$$= 409$$

$$a = \frac{-13 \pm \sqrt{409}}{2}$$

$$|3x$$

$$3x \geq 2y$$

$$2x \geq 3y$$



$$10x + 5y = k$$

$$y = \frac{k - 10x}{5}$$

$$|2x - 3 \cdot \frac{k - 10x}{5}| \leq 6$$

$$|3x - 2 \cdot \frac{k - 10x}{5}| \leq 4$$

$$k = \max |8x - \frac{3}{5}k| \leq 6$$

$$|2x - \frac{3}{5}k + 6x| \leq 6$$

$$|1 - 4x = k| \quad |3x| \quad |7x - \frac{2}{5}k| \leq 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ _ ИЗ _ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2x - 3y \leq 6$$

$$-2y + 3x \leq 4$$

$$2x \geq 3y \geq \frac{9}{2}x$$

$$2y \geq 3x \quad 2x \geq \frac{9}{2}x$$

$$12 - 12x \leq x^4 + 8x^3 + 16x^2 \quad y \geq \frac{3}{2}x$$

$$4x \geq 9x$$

$$-5x \geq 0$$

$$x \leq 0$$

$$-10x - 5y \max$$

$$x, y < 0$$

$$4x^2 - 6xy + 9y^2 \leq 36$$

$$3 \cdot 9x^2 - 6xy + 4y^2 \leq 16$$

$$-5x^2 + 5y^2$$

$$13x^2 + 13y^2 - 12xy \leq 52$$

$$169 + 48 \cdot 13$$

$$13(13 + 48) = 13 \cdot 61$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|2x - 3y| \leq 6 \quad (24y^2) \quad 3(x - \frac{2}{3}y)$$

$$|3x - 2y| \leq 4 \quad 2(x - \frac{2}{3}y)$$

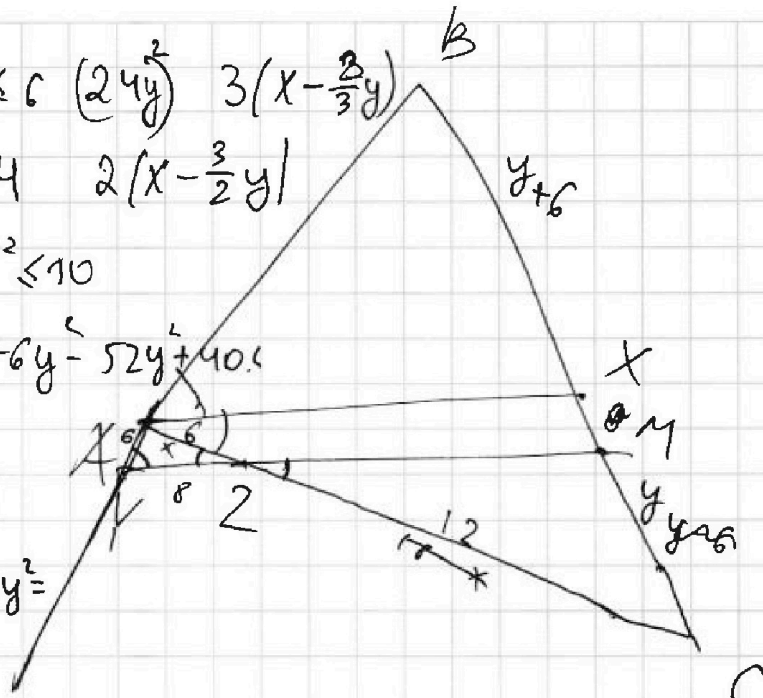
$$13x^2 - 24xy + 13y^2 \leq 10$$

$$(2 - x^2 - y^2)(x + y) = 576y^2 - 52y^2 + 400$$

$$= 12x + 48 - x^2 - xy - y^2x$$

$$12x + 48 - x^2 - y^2x - 4x - 4y^2 =$$

$$= 8x + 48 - x^2 - y^2x - 4y^2$$



$$\frac{12}{6} = \frac{y-6}{6}$$

$$3x - xy - 4y + 12$$

$$4x^2 - 12xy + 9y^2 \leq 6$$

$$9x^2 - 12xy + 4y^2 \leq 4$$

$$27x^2 - 36xy + 12y^2 \leq 12$$

$$12x^2 - 36xy + 27y^2 \leq 12$$

$$2(12 - x - y^2) =$$

$$-y^2$$

$$(y+4)(3-y) = -y^2 - y + 2$$

$$\frac{12}{6} = \frac{y-6}{6} \quad (10x+5y)^2$$

$$12 = y - 6 \quad 2x - 3y \leq 6$$

$$y = 18 \quad 3x - 2y \leq 4$$

$$BC = 36 \quad x - y \leq 10$$

$$x = y \quad x \leq 10 + y$$

$$\sqrt{y+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{-y^2 - y + 12}$$

$$a - b = a^2 - b^2 - 5$$

$$y+4 - 2\sqrt{-y^2 - y + 12}$$

$$+ 3 - y =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Лорча QR-кода недопустима!

$$12 - 2x + 2d = (x^2 + 4x)^2$$

$$12 - 2x + 6d = -6x^2$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 4d = -6x^2$$

$$a + d + a + 3d$$

$$a + 7d$$

$$3(x^2 + 4x)^2 - 2(12x - 12) = -6x^2$$

$$3x^4 + 24x^3$$

$$-24x + 24$$

$$3x^4 + 24x^3 + 48x^2 - 24x + 24 + 6x^2 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 8x + 8 + 2x^2 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 - 8x + 8 = 0$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 2x^2 - 8x + 8 = 0$$

$$2(x-2)^2 = 0$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 12 - 2x =$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 - 2x + 12 = 0$$

$$-x^2 = -2x + 12 + d$$

$$(x-1)^2 + 1 = -d$$

$$d = -(x-1)^2 - 1$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 4x^2 + 8x - 4 - 1 + 6x^2 = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$12 - 12x + 2d = (x^2 + 4x)^2 \quad \text{Черновик}$$

$$12 - 12x + 6d = -6x^2$$

$$\frac{|2x-3y|}{|3x-2y|} \leq \frac{3}{2}$$

$$6d = 3(x^2 + 4x)^2 - 36 + 36x$$

$$-24 + 24x + 3x^4 + 24x^3 + 48x^2 + 6x^2 = 0 \quad |3x-2y|$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$\frac{3|2x-3y|}{2|3x-2y|} \leq 1$$

$$12 - 12x + 2d = x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$-13x^2 + 24xy - 13y^2 \geq -10$$

$$12 - 12x + 6d = -6x^2$$

$$4d = 2(x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 12x - 12) \quad 3|2x-3y| \leq 2|3x-2y|$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 2(x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 12x - 12) = -6x^2$$

$$3x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 16x^3 + 32x^2 + 24x - 24 = -6x^2$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$3(x^2 + 4x)^2 + 8x^2 + 24x - 24$$

$$3(x^2 + 4x) + x^2 + 3x - 3 = 0$$

$$x^2 + 3x - 3 = 0$$

$$13x^2 - 24xy + 13y^2$$

$$12xy \geq 4x^2 + 9y^2 - 6$$

$$12xy \geq 9y^2 + 4x^2 - 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

