



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}$, девятый член равен $x + 3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\forall x \in \mathbb{R}$ т.е. \exists геом. прогр. a_1, \dots, a_n $a_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$, $a_9 = x+3$
 $a_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$

Из условия задачи $a_1 \geq 0$ т.к. $a_7 = a_1 \cdot q^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$, $x+3 \geq 0$,
 подкоренное выражение неотрицательно $x \leq \frac{9}{25}$ \vee $x \geq 6$, $\frac{1}{x-6}$ др.

$a_7 = a_1 q^6$, $a_9 = a_1 q^8 \Rightarrow \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot q^2 = x+3$ $q^2 = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}$

аналогично $q^6 = \frac{a_{15}}{a_9} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \cdot \frac{1}{x+3}$ (Заметим, что выражения

корректны т.к. если $x = \frac{9}{25}$, то $a_7 = 0$, но $a_9 \neq 0 = a_7 \cdot q^2 \Rightarrow x \neq \frac{9}{25}$)

$a_7 \cdot a_9 = a_1^2 \cdot q^{14} = \sqrt{(25x-9)(x-6)} (x+3) = a_1^2 \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \Rightarrow a_1 = (x-6)^2 (x+3)$

$a_9 = a_1 q^8 = x+3 = (x-6)^2 (x+3) \cdot q^8 \Rightarrow q^8 = \frac{1}{(x-6)^2} \Rightarrow q^6 = \frac{1}{\sqrt{(x-6)^3}}$

Приравняем два выражения q^6 : $\frac{1}{\sqrt{(x-6)^3}} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \cdot \frac{1}{x+3} \Rightarrow x+3 = \sqrt{25x-9}$

$\Rightarrow x^2 - 19x + 18 = 0 \Rightarrow x = 18 \vee x = 1$ $x = 1$ не уд. условию

При $x = 18$ прогрессия существует, например $a_1 = 42 \cdot 12 \cdot 6$, $q = \frac{1}{\sqrt{12}}$

Тогда это решение и оно единственно

Ответ: $x = 18$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2} \end{cases}$$

1) $y \geq 5$ $5y - 16 = \sqrt{81-z^2}$ $5y - 16 \geq 25 - 16 = 9$, $\sqrt{81-z^2} \leq 9 \Rightarrow z=0, y=5$

Первое уравнение примет вид $\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{9-(x+z)^2} = 2\sqrt{(1-x)(x+5)}$

Пусть $\sqrt{x+5} = u$, $\sqrt{1-x} = v$ тогда $\begin{cases} u^2 + v^2 = 6 \\ u - v + 4 = 2uv \end{cases}$

$\frac{u^2}{6} = \sin^2 t$, $\frac{v^2}{6} = \cos^2 t$ $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$ т.к. на ОДЗ оба выраж.

$u = \sqrt{6} \sin t$, $v = \sqrt{6} \cos t$ $\sqrt{6}(\sin t - \cos t) + 4 = 12 \sin t \cos t$

$\sin t - \cos t = W$ $\sqrt{6}W + 4 = 6 - 6W^2$ $6W^2 + \sqrt{6}W - 2 = 0$

$3W^2 + \sqrt{\frac{3}{2}}W + 1 = 0$ $D = \frac{3}{2} + 12 = \frac{27}{2}$ $W_{1,2} = \frac{-\sqrt{\frac{3}{2}} \pm \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}}{6}$ $W_1 = \frac{1}{\sqrt{6}}$, $W_2 = -\frac{2}{\sqrt{6}}$

$\sin t_1 - \cos t_1 = \frac{1}{\sqrt{6}}$ $\sqrt{2} \cos(t_1 + \frac{\pi}{4}) = -\frac{1}{\sqrt{6}}$ $\cos(t_1 + \frac{\pi}{4}) = -\frac{1}{\sqrt{12}}$

$t_1 + \frac{\pi}{4} = \pm \arccos\left(\frac{-1}{\sqrt{12}}\right) + 2\pi m$ $t_1 = \arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{12}}\right) - \frac{\pi}{4} \in [0, \frac{\pi}{2}]$

Поступим проще $\sqrt{(x+5)(1-x)} = W$, тогда $\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 2W - 4$

Следствие: $4W^2 - 4W + 10 = 0$ $W_1 = 1$, $W_2 = \frac{5}{2}$

$(x+5)(1-x) = 1$ $-x^2 - 4x + 5 = 1$ $x^2 + 4x - 4 = 0$ $D/4 = 8$ $x_1 = -2 + 2\sqrt{2}$
 $x_2 = -2 - 2\sqrt{2}$

Второй корень не уг. ОДЗ

$(x+5)(1-x) = \frac{5}{2}$ $-x^2 - 4x + 5 = \frac{5}{2}$ $x^2 + 4x - \frac{5}{2} = 0$ $D/4 = \frac{13}{2}$ $x_1 = -2 + \sqrt{\frac{13}{2}}$
 $x_2 = -2 + \sqrt{\frac{13}{2}}$

2) $-4 \leq y \leq 5$ $-3y + 24 = \sqrt{81-z^2}$ аналогично $z=0, y=5$ ед. реш.

3) $y < -4$ $-5y + 16 = \sqrt{81-z^2}$ решений нет

Ответ: $(-2 + 2\sqrt{2}, 5, 0)$, $(-2 + \sqrt{\frac{13}{2}}, 5, 0)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3} p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10 \quad p = ?$$

Вспользуемся формулами кос. кратных аргументов:

$$4p \cos^3 x - 12 \cos^2 x + 12 \cos x - 4 = 0 \quad t = \cos x$$

$$4p t^3 - 12 t^2 + 12 t - 4 = 0$$

$$p t^3 - 3 t^2 + 3 t - 1 = 0 \quad \text{Пусть } f(t) = p t^3 - 3 t^2 + 3 t - 1$$

$f(1) = p - 1$, $f(-1) = -p - 7$ Если значения разных знаков, т.е. $p \in (-\infty, -7] \cup [1, +\infty)$ то на отрезке $[-1, 1]$ $\exists t_1$: $f(t_1) = 0$ по теореме о промежуточном значении (ясно, что $f(t)$ непрерывна как композиция многочлена и косинуса) \Rightarrow есть реш. $x_0 = \arccos t_1$

Пусть $p_0 \in (-7, 1)$ и $\exists t_0 \in [-1, 1]$: $f(t_0) = 0$, тогда

$$(t_0 - 1)^3 + (p_0 - 1)t_0^3 = 0 \quad t_0 = 0 \text{ не решение} \Rightarrow p_0 - 1 = \left(\frac{1 - t_0}{t_0}\right)^3,$$

$$\sqrt[3]{p_0 - 1} = \frac{1}{t_0} - 1 \quad \sqrt[3]{p_0 - 1} \in (-2, 0) \quad (\text{Проверка знака нр-ваши})$$

При $t_0 \in (0, 1]$ $\frac{1}{t_0} - 1 \geq 0$ нет корней, при $t_0 \in [-1, 0)$ $\frac{1}{t_0} - 1 \leq -2$

Поэтому в этом случае решений быть не может

Ответ: $p \in (-\infty, -7] \cup [1, +\infty)$

Найдем решение уравнения при p из объединения: $\sqrt[3]{p-1} = \frac{1}{\cos x} - 1$

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} \quad x = \pm \arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1}\right) + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4 Пусть $AD \perp CE = T \Rightarrow \frac{CD}{\sin \angle CTD} = \frac{TC}{\sin \alpha}$, $\alpha = \angle AED$
 $\frac{AE}{\sin \angle CTD} = \frac{5x}{\sin \angle EAT}$, $\frac{ED}{\sin \angle CTD} = \frac{ET}{\sin \angle ADE} = \frac{5x}{\sin \angle ADE}$
 $CT = 2x$,
 $ET = 5x$

$$\frac{ED}{\sin \angle CTD} = \frac{5x}{\sin \angle ADE} \quad \frac{TC}{\sin \alpha} = \frac{2x}{\sin \alpha} = \frac{CD}{\sin \angle CTD}$$

$$\frac{5x}{\sin \angle ADE} \cdot \frac{\sin \alpha}{2x} = \frac{ED}{CD} = \frac{5}{2} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \angle ADE}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{6} \quad a < b, \quad b-a \neq 3, \quad (a-c)(b-c) = p^2, \quad a^2 + b = 710$$

Рассмотрим возможные разложения $(a-c) \cdot (b-c)$ на множители:

$$\pm p \cdot \pm p; \quad \pm 1 \cdot \pm p^2; \quad \pm p^2 \cdot \pm 1 \quad \text{т.к. } a < b \Rightarrow a-c < b-c$$

тогда остается возможность $1, p^2$ и $-p^2, -1$

$$1) \quad a-c=1, \quad b-c=p^2 \Rightarrow b-a+1=p^2 \text{ отсюда } (b-a) \equiv 2 \text{ т.к. } p^2 \equiv 0 \vee 1 \text{ но } 1 \text{ не может быть: по условию } b-a \equiv 1 \vee 2$$

Тогда $p^2 \equiv 3 \Rightarrow p=3$ т.к. простое $\Rightarrow b-a+1=9 \Rightarrow a-b=-8$
воспользуемся $a^2+b=710 \Rightarrow a^2+a-702=0 \Rightarrow a=-27 \vee a=26$
тогда здесь тройки $(-27, -19, -28), (26, 34, 25)$

$$2) \quad a-c=-p^2, \quad b-c=-1 \Rightarrow a-b-1=-p^2 \quad b-a+1=p^2 \text{ Аналог. } p=3$$
$$a=-27 \vee a=26$$

тройки: $(-27, -19, -18), (26, 34, 35)$

$$\text{Ответ: } (-27, -19, -28); (26, 34, 25); (-27, -19, -18); (26, 34, 35)$$

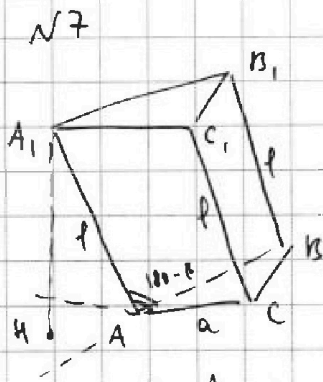


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$|AA_1| = l \quad \angle ACC_1 = \beta, \quad \angle C_1CB = \alpha, \quad \angle A_1AB = \beta$$

$$S_{ABC} = 1 \Rightarrow a = \frac{2}{\sqrt{3}} \quad S_{CC_1B_1B} = 2 = l \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \alpha$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \sqrt{3} \\ \text{Аналог. } \sin \beta = \frac{3\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Можно заметить, что угол $(AA_1), (ABC)$ не зависит от длины l . Высота призмы, опущенная из A_1 попадет на биссектрису $\angle BAC$ (возможно продолжение)

Т.к. образуется триаида с равными тоскими углами

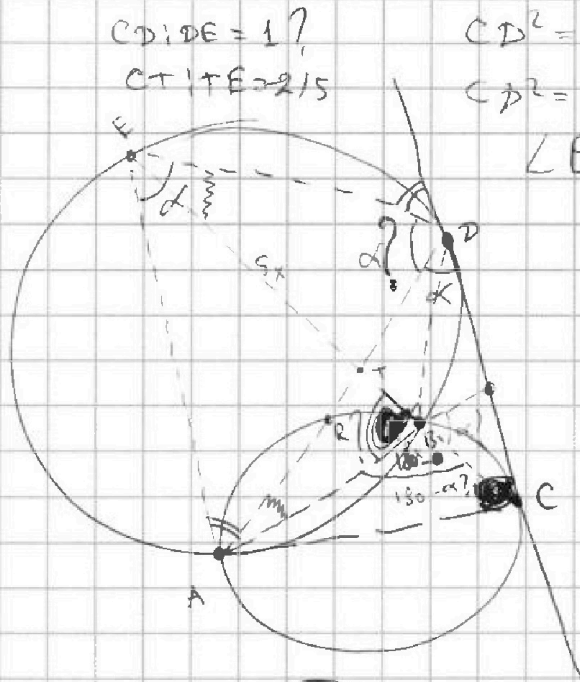


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$CD:DE = 1?$$

$$CT:TE = 2/5$$

$$CD^2 = CE \cdot BE$$

$$CD^2 =$$

$$\sqrt{4y-16x}$$

$$\angle EDA = \angle + \angle c ?$$

$$AD = AE?$$

$$x \geq -5$$

$$x+5 \geq 0$$

$$-x-35 \geq 0$$

$$-x \geq 35$$

$$x \leq -35$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{x-35} + 4$$

$$= 2\sqrt{y-4x-x^2+9}$$

$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}$$

$$1) y \geq 5 \quad y+4+4y-20 = 5y-16 = \sqrt{81-z^2} \quad z^2 = 81 - (5y-16)^2$$

$$x+5 = u \quad \sqrt{u} = \sqrt{v+4}$$

$$1-x-4z = v$$

$$4x-20 = v$$

$$\alpha(1-x-4z) + \beta(4x-20) = y+4-x-4z$$

$$z^2 + (5y-16)^2 = 81$$

$$\frac{1}{25} \left(y - \frac{16}{5} \right)^2$$

$$\frac{z^2}{81} + \frac{\left(y - \frac{16}{5} \right)^2}{25-81} = 1$$

$$\sqrt{y-16x-4x+36} + \sqrt{4x-20} \geq$$

$$\sqrt{5-x-4z}$$

$$|y+4| + 4|y-5| \geq 9$$

$$y-5 = u \quad |u+9| + 4|u|$$

$$|y+4| + |4y-20| \geq$$

$$\frac{2}{\sqrt{6}}$$

$$-\frac{4\sqrt{3}}{6\sqrt{2}} = -\frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$$

$$2) y \in (-4, 5)$$

$$y+4 + 4(5-y) = 24-3y = 9 \quad 3) y \leq -4$$

$$-y-4-4y+20 = -5y+16$$

$$z = \pm 9$$

$$\sqrt{x+5} = \sqrt{x-4z}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{37-x} + 4 = 2\sqrt{4x-x^2-9}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

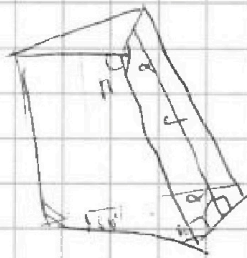
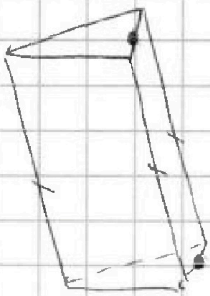
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a < b, b - a \stackrel{3}{=} 1, 2$ $(a-c)(b-c) = p^2$ $a^2 + b = 710$
 $a - c = p^2$ $b - c = 1$ p, p $-p, -p$ $-1, p^2$ $\times 2$
 $a - c < b - c$ \swarrow $1, p^2$ $-p^2, -1$ p^2 $\times 0$
 $1 | a - c = 1$ $b - c = p^2$ $a = c + 1$ $c = a - 1$ $b - a + 1 = p^2 \neq 1$
 $p = 3$ $a - c = 1$ $b - a + 1 = 9$
 $b - 27 = 19$ $b - c = 9$ $b - a = 8$ $a^2 + b = 710$ $\times 27$ $\times 28$
 $a = -27$ $b = -19$ $c = -28$ $a - b = -8$ $a^2 + a = 718$ 162 27
 $a = 26$ $b = 34$ $c = 25$ $a^2 + b = 710$ $a^2 + a - 718 = 0$ 54 1
 $a^2 + a = 702$ $a^2 + a - 702 = 0$
 $(a + 27)(a - 26)$

$2) a - c = -p^2$ $b - c = -1$ $c = b + 1$ $b - a + 1 = p^2$
 $a - b - 1 = -9$ $a - b = -8$ $a - b - 1 = -p^2$ $-p^2 = 3$
 $a^2 + b = 710$ \swarrow $1, -1$ \swarrow $2, 0$ $p = 3$
 $a = -27, 26$ $-27 - c = -9$
 $c = -27 + 9 = -18$
 $26 - c = -9$ $c = 35$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+5} + \sqrt{37-x} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2-9} \quad \sqrt{x+5} + 4 \geq 4$$

$$z=0 \quad \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2}$$

$$2(y-16x-4x^2) + \sqrt{1-x} \quad \sqrt{y-(x+2)^2+4}$$

$$5y-16=9 \quad y=5$$

$$\sqrt{x+5} + 4 = 2\sqrt{9-(x+2)^2} + \sqrt{1-x}$$

$$\sqrt{u} - \sqrt{v} + 4 = 2\sqrt{uv}$$

$$u+v=6$$

$$u^2+v^2=6$$

$$u-v+4=2uv$$

$$2\sqrt{(3-x-2)(3+x+1)}$$

$$(1-x)(x+5)$$

$$(u+v) = 2\sqrt{uv} + \sqrt{v}$$

$$\frac{1}{2}(2\sqrt{u+1}) \quad (2\sqrt{u+1})\sqrt{v} \quad \frac{u^2}{6} = \sin^2 t \quad \frac{\sqrt{v}}{6} = \cos^2 t \quad t \in [0, \frac{\pi}{2}]$$

$$u^2 = 6 \sin^2 t$$

$$u = \sqrt{6} \sin t$$

$$\sqrt{6} \sin t - \sqrt{6} \cos t + 4 = 12 \cos t \sin t$$

$$u^2 = 1 - 2 \cos^2 t$$

$$(\sin t - \cos t)^2$$

$$1 - 2 \sin t \cos t$$

$$4 \cos^2 t + 4 \sin^2 t$$

$$(\sin t - \cos t) = u \quad \sqrt{6} \cdot u$$

$$2 \cos^2 t = 1 - u^2$$

$$12 = 6 - 6u^2$$

$$\sqrt{6} \cdot u + 4 = 6 - 6u^2$$

~~$$x+21 + 8\sqrt{x+5} = \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 2\sqrt{\quad} - 4$$~~

$$y+4 - 4y+20$$

$$-3y+24$$

$$-y-4 - 4y+20$$

$$-5y+16$$

$$6 - 2\sqrt{\quad} = 4uv - 16\sqrt{\quad} + 16$$

$$uv = w$$

$$4w^2 - 14w + 10 = 0$$

$$2w^2 - 7w + 5 = 0$$

$$D = 49 - 40 = 9$$

$$w_1 = \frac{7-3}{4} = 1 \quad w_2 = \frac{5}{2}$$

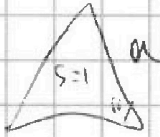


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

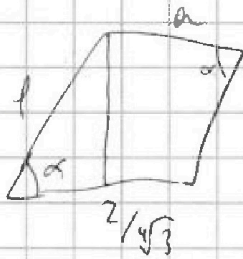
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$S = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 2} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = 1 \quad a^2 = \frac{4}{\sqrt{3}} \Rightarrow a = \frac{2}{\sqrt{3}}$$



$$S = p \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sin \alpha = 2$$

$$1 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sin \beta = 3$$

$$\sin \alpha = \sqrt{3} \quad \sin \beta = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1$
 $p_0 = -7, p_0 = 1$

$(t_2 - 1)^3 + (p_0 - 1)t_2^3 = 0$
 $(p_0 - 1) = \left(\frac{1-t}{t}\right)^3$
 $\sqrt[3]{p_0 - 1} = \left(\frac{1}{t} - 1\right)$
 $t_1 = 0$
 $\frac{1}{t_1} = \sqrt[3]{p_0 - 1} + 1$
 $t_1 = \frac{1}{\sqrt[3]{p_0 - 1} + 1}$

$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$
 $(t-1)^3 + (p_0 - 1)t^3 = 0$

$p_0 \in (-7, 1)$ - корень?
 $\varphi_{p_0}(-7, 1)$

$(t-1)^3 + (p_0 - 1)t^3$
 $p_0 - 1 = \frac{(1-t)^3}{t^3} = \left(\frac{1}{t} - 1\right)^3$

$f(t) = \frac{1}{t} - 1$

$p_0 \in (-7, -1)$
 $p_0 \in (-1, 1)$

$\sqrt[3]{p_0 - 1} \leq -2$
 $p_0 - 1 \leq -8$
 $p_0 \leq -7$

$12 \cos x = 6 \cos 2x + 10$
 $12 \cos^2 x + 4 - 12 \cos x = 0$
 $3t^2 - 3t + 4 = 0$
 ~~$4 \cos 3x$~~

$-4 \cos 3x = 6 \cos 2x + 10$

$\cos 3x = -1$
 $\cos 2x = -1$

$3x = \pi(2k+1)$
 $2x = \pi(2m+1)$

$4k - 6m = -1$
 $4k + 2 = 6m + 3$

$\frac{\pi(2k+1)}{3} = \frac{\pi(2m+1)}{2}$

$2(2k+1)$

$\frac{ED}{CD} = ?$
 $\frac{CT}{TE} = \frac{2}{5}$

$\sqrt[3]{p_0 - 1} = \frac{1}{t} - 1$

$f(t) = \frac{1}{t} - 1$

$p_0 \in (-7, -1)$
 $p_0 \in (-1, 1)$

$\sqrt[3]{p_0 - 1} \leq -2$
 $p_0 - 1 \leq -8$
 $p_0 \leq -7$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x \in \mathbb{R} \exists$ геом. прогр. a_1, \dots, a_n $a_7 = a_1 \cdot q^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$
 $a_1 > 0, x+3 > 0 \Rightarrow x > -3$ $a_1 \cdot q^8 = x+3$ $a_1 \cdot q^{14} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$
 $\sqrt[14]{\frac{1}{(x-6)^3}} \cdot \sqrt[14]{\frac{1}{(x-6)^3}} = \sqrt[14]{\frac{1}{(x-6)^6}} = q^2 = x+3$ $q^2 = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}$ $q^6 = \frac{\sqrt{25x-9}}{(x-6)^3} \cdot \frac{1}{x+3}$
 $\sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot a_1^2 \cdot q^{14} = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot (x+3) = a_1 \cdot \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \cdot \sqrt{x-6} \cdot (x+3) = a_1 \cdot \sqrt{x-6} \cdot (x+3) = a_1 \cdot \sqrt{(x-6)^3}$
 $(x-6)^2 (x+3) = a_1$ $a_1 \cdot q^8 = x+3$ $q^8 = \frac{1}{(x-6)^2}$ $\sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot \frac{1}{(x-6)^2} = \frac{\sqrt{25x-9}}{\sqrt{(x-6)^3}}$
 $q^6 = (q^8)^{3/4} = \frac{1}{(x-6)^{3/2}} = \frac{1}{\sqrt{(x-6)^3}} = \frac{1}{\sqrt{(x-6)^3}} \cdot \frac{1}{x+3} = \frac{\sqrt{25x-9}}{\sqrt{(x-6)^3} \cdot (x+3)}$
 $x^2 + 6x + 9 = 25x - 9$ $x^2 - 19x + 18 = 0$ $(x-18)(x-1) = 0$ $x = 18$
 $x = 1$

$a_7 = \sqrt{(25 \cdot 18 - 9) \cdot 12} = 3\sqrt{(50-1) \cdot 12} = 21\sqrt{12} = 42\sqrt{3}$ $a_1 \cdot q^{14} = \frac{\sqrt{441}}{\sqrt{12^3}} = \frac{21}{12\sqrt{2}}$
 $a_9 = 21$ $\frac{a_9}{a_7} = q^2 = \frac{21}{42\sqrt{3}} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ $q = \frac{1}{\sqrt{12}} \{ \pm \}$
 $q^6 = \frac{1}{12\sqrt{2}}$ $a_7 = a_1 \cdot \frac{1}{12\sqrt{2}} = 42\sqrt{3}$ $a_1 = 42 \cdot 12 \cdot \sqrt{36} = 42 \cdot 12 \cdot 6$

$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}$

$2\sqrt{y-4x-x^2+z} + \sqrt{1-x-4z} \geq$
 $\sqrt{4y-16x-4x^2+4z}$

$4pt^3 - 12t^2 + (2p+12)t - 4 = 0$
 $4pt^3 = 2pt$ $4pt^2 = 2p$ $t^2 = \frac{1}{2}$ $t = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$6p+12-12-4$
 $6p-4$

$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos^2 x + 10$
 $p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 3p+4 \cos x = 12 \cos^2 x + 4$
 $(3p+12)$

$\frac{4p}{2\sqrt{2}} - 6 + \frac{2p+12}{\sqrt{2}} - 4 = 0$
 $8p - 12 - 2p - 12 - 4$
 $-6p - 28$

$\sqrt{-(x+2)^2 + y + z + 4}$

$1) 6p-4 \geq 0 \Rightarrow p \geq \frac{2}{3}$
 $-6p-28 \leq 0 \Rightarrow -6p \leq 28 \Rightarrow p \geq -\frac{14}{3}$

$4pt^3 - 12t^2 + 12t - 4 = 0$
 $pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$
 $(t-1)^3 + p-1t^3 = 0$
 $p-1 = \frac{(1-t)^3}{t^3} = \left(\frac{1}{t}-1\right)^3$

$2) 6p-4 = 0 \Rightarrow p = \frac{2}{3}$ $-6p-28 = 0 \Rightarrow p = -\frac{28}{6} = -\frac{14}{3}$
 $3) 6p-4 > 0 \Rightarrow -6p-28 > 0 \Rightarrow -6p > 28 \Rightarrow p < -\frac{28}{6} = -\frac{14}{3}$
 $4) 6p-4 < 0 \Rightarrow -6p-28 < 0 \Rightarrow p < \frac{2}{3}$ $-6p < 28 \Rightarrow p > -\frac{14}{3}$
 $5) 6p-4 < 0 \Rightarrow -6p-28 > 0 \Rightarrow -6p > 28 \Rightarrow p < -\frac{14}{3}$ $-6p > 28 \Rightarrow p < -\frac{14}{3}$

$p-1, -p-7$ $-(p-1)(p+7) < 0$ $(p-1)(p+7) > 0$ $p \in [1, +\infty) \cup (-7, -1)$