



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен  $\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$ , тринадцатый член равен  $5-x$ , а пятнадцатый член равен  $\sqrt{(13x-35)(x+1)}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} - z + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $3 : 10$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $200 \times 250$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a > b$ ,
- число  $a - b$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a + b^2 = 560$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ b

$$b_7 = b_1 \cdot q^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$b_{13} = b_1 \cdot q^{12} = 5-x$$

$$b_{15} = b_1 \cdot q^{14} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$x \neq -1$$

$$x \neq \frac{35}{13} \text{ т.к. иначе } b_i = 0$$

$$\frac{b_1 \cdot q^{14}}{b_1 \cdot q^6} = \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}} = \sqrt{\frac{(13x-35)(x+1)^4}{13x-35}} = (x+1)^2$$

$$q^8 = (x+1)^2$$

$$q^2 = \sqrt[4]{x+1}$$

$$\frac{b_1 \cdot q^{14}}{b_1 \cdot q^{12}} = \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{5-x} = q^2$$

~~$$\sqrt{(13x-35)(x+1)} = \sqrt{x+1} (5-x) \quad \sqrt{13x-35} = 5-x$$~~

$$13x-35 = x^2 - 10x + 25$$

$$x^2 - 23x + 60 = 0$$

$$\begin{cases} x=3 \\ x=20 \end{cases} \text{ но } x \leq 5$$

$$5-x \geq 0$$

$$x \leq 5$$

$$q^2 = \sqrt[4]{3+1} = \sqrt[4]{4} = 2$$

$$q = \pm \sqrt{2}$$

$$\downarrow$$

$$b_1 = \frac{2}{(\sqrt{2})^{12}} = \frac{2}{2^6} = \frac{1}{32}$$

Проверка:  $b_7 = \sqrt{\frac{13 \cdot 3 - 35}{(3+1)^3}} = \sqrt{\frac{4}{4^3}} = \frac{1}{4} = \frac{1}{32} \cdot (\sqrt{2})^6$

$$b_{13} = 5 - 3 = 2 = \frac{1}{32} \cdot (\sqrt{2})^{12}$$

$$b_{15} = \sqrt{(13 \cdot 3 - 35)(3+1)} = 4 = \frac{1}{32} \cdot (\sqrt{2})^{14}$$

Ответ:  $x=3$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$\textcircled{1} 4 \cos^3 x - 3 \cos x + 3(2 \cos^2 x - 1) + 6 \cos x = p$$

$$\left. \begin{array}{l} \cos x = t \\ -1 \leq t \leq 1 \end{array} \right\}$$

$$4t^3 - 3t + 6t^2 - 3t + 6t = p$$

$$p = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3$$

кол-во реш. = кол-во пересет. графиков

$$y = p \text{ и } y = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3$$

$$y = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3$$

$$y'(t) = 12t^2 + 12t + 3 = 3(2t+1)^2$$

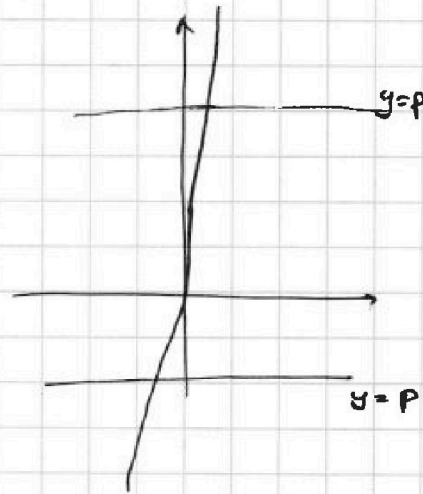
$$y''(t) = 12(2t+1)$$

$t \in [-1; 1]$  функция  $\uparrow$  всегда

$$y(-1) = -4 + 6 - 3 - 3 = -4 \text{ мин.}$$

$$y(1) = 4 + 6 + 3 - 3 = 10 \text{ макс.}$$

$$p \in [-4; 10] \quad 1 \text{ реш.}$$



$\textcircled{2}$  *субституция*  $\left\{ \begin{array}{l} 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 - p = 0 \\ 1 \text{ реш.} \Rightarrow y \text{ ур. есть 1 действ. и 2 комплексных корня} \\ 4(t-x)(t^2+a) = 0 \\ 4t^3 - 4xt^2 + 4ta - 4ax = 0 \end{array} \right.$

$$\begin{cases} -4x = 6 \\ 4a = 3 \\ -4ax = -p - 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1.5 \\ a = \frac{3}{4} \\ p + 3 = 4ax \end{cases}$$

$$\text{но } |\cos| \leq 1$$

$$p = 4 \cdot \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) - 3 = -\frac{9}{2} - 3 = -7.5$$

~~Ответ:  $p \in [-7.5; 10]$~~

Ответ:  $p \in [-4; 10]$



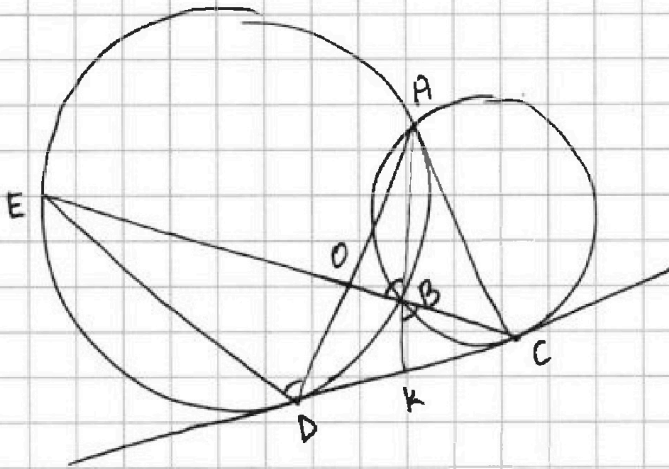


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:  $\omega_1 \cap \omega_2 = A, B$ ,

$CD$  - кас.,  $\frac{CO}{OE} = \frac{3}{10}$

Найти:  $\frac{ED}{CD}$

Решение:

1)  $\triangle CBD \sim \triangle CDE$  по углам  
( $\angle BDC = \frac{1}{2} \cup BD = \angle DEC$ )

$$\frac{CD}{CE} = \frac{CB}{CD} = \frac{BD}{DE}$$

2)  $\frac{ED}{CD} = \frac{BD}{BC}$

3)  $\triangle KBC \sim \triangle AKC$   $\frac{BC}{AC} = \frac{BK}{KC} = \frac{KC}{AK}$

4)  $\triangle KDB \sim \triangle ADK$   $\frac{BD}{AD} = \frac{BK}{KD} = \frac{KD}{AK}$

$$\frac{BC}{BD} = \frac{AC}{AD} \cdot \frac{KC}{KD} = \frac{AC}{AD} \cdot \frac{S_{AKC}}{S_{AKD}} = \frac{AC}{AD} \cdot \frac{AK \cdot AC \cdot \sin \angle KAC}{AK \cdot AD \cdot \sin \angle DAK} =$$

$$= \left(\frac{AC}{AD}\right)^2 \cdot \frac{\sin \angle BAC}{\sin \angle ADC} = \left(\frac{AC}{AD}\right)^2 \cdot \frac{\sin \angle BCD}{\sin \angle BDC} = \left(\frac{AC}{AD}\right)^2 \cdot \frac{BD}{BC}$$

5)  $\left(\frac{BC}{BD}\right)^2 = \left(\frac{AC}{AD}\right)^2$

6)  $\frac{ED}{CD} = \frac{BD}{BC} = \frac{AD}{AC}$

7)  $\frac{DE}{OC} = \frac{ED \cdot \sin \angle EDO}{CD \cdot \sin \angle ODC} = \frac{ED}{CD} \cdot \frac{\sin \angle ACK}{\sin \angle ADC} = \frac{ED}{CD} \cdot \frac{AD}{AC}$

$$\frac{OE}{OC} = \frac{ED}{CD} \cdot \frac{AD}{AC} = \left(\frac{AD}{AC}\right)^2$$

$$\frac{AD}{AC} = \sqrt{\frac{OE}{OC}} = \sqrt{\frac{10}{3}}$$

8)  $\frac{ED}{CD} = \frac{AD}{AC} = \sqrt{\frac{10}{3}} = \frac{\sqrt{30}}{3}$

Ответ:  $\frac{\sqrt{30}}{3}$

$$\angle EDO = \frac{1}{2} \cup AE = \angle EBA = \angle KBC = \angle ACK$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

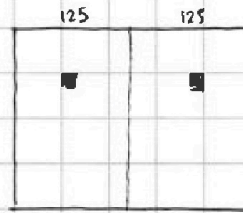
СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

I. отн. вертикал. ср. линии

в левой половине квадрата мы можем выбрать любые ~~2 точки~~ 4 точки, и тогда положение остальных четырех

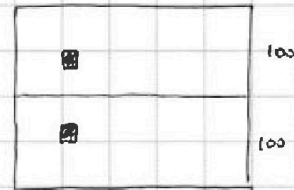
определяется однозначно, всего  $200 \cdot 250 = 50000$  клеток, в левой половине  $25000 \Rightarrow$  способов выбрать 4 клетки  $C_{25000}^4$



II. отн. горизонт. ср. линии

аналогично с I случаем

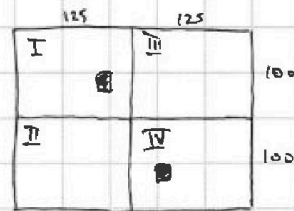
$C_{25000}^4$  способов выбрать 4 кл., остальные однозначно



III. отн. центра

условно поделим доску на 4 равные части, выберем 4 клетки в I и II

четвертях, а ост. 4 ~~будут~~ будут отражаться отн. центра в IV и III четверти  
число способов также  $C_{25000}^4$



Теперь посчитаем число пересечений.

Если картинка из 1 и 2 и. совпадают, т.е.

клетки симметричны отн. горизонтали и вертикали, значит, мы можем выбрать 2

клетки из I четв., а остальные 6 будут отражены отн. или число способов выбрать 2 клетки в первом.  $100 \times 125$  равно  $C_{12500}^2$

Заметим, что в этом случае клетки также симметричны

~~отн. центра~~ отн. центра. Более того, нет таких случаев, когда картинка из 1 и 3 или 2 и 3 совпадают, а в оставшиеся нет

таких картинок, потому что при симметрии отн. центра

$I \leftrightarrow IV$ ,  $II \leftrightarrow III$ , отн. горизонт.  $I \leftrightarrow II$ ,  $III \leftrightarrow IV$ , отн.

вертик.  $I \leftrightarrow III$ ,  $II \leftrightarrow IV$ , и если одновременно

$1+2$ :  $I \leftrightarrow III$ ,  $II \leftrightarrow IV$ ,  $I \leftrightarrow II$ ,  $III \leftrightarrow IV$

$1+3$ :  $I \leftrightarrow III$ ,  $II \leftrightarrow IV$ ,  $I \leftrightarrow IV$ ,  $II \leftrightarrow III$

$3+2$ :  $I \leftrightarrow IV$ ,  $II \leftrightarrow III$ ,  $I \leftrightarrow II$ ,  $III \leftrightarrow IV$

значит, всего способов  $3 \cdot C_{25000}^4 - 2 \cdot C_{12500}^2$

}  $I \leftrightarrow II \leftrightarrow III \leftrightarrow IV$   
и такие случаи мы посчитали трижды а нужно один

Ответ:  $3 \cdot C_{25000}^4 - 2 \cdot C_{12500}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a > b$$

$$a, b, c \in \mathbb{Z}$$

$$a - b \equiv 3$$

$$(a - c)(b - c) = p^2$$

$$a + b^2 = 560$$

$$a = 560 - b^2$$

$$\begin{matrix} (a-c)(b-c) = p^2 \\ \mathbb{Z} \quad \mathbb{Z} \end{matrix}$$

$$\begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases}$$

$$a - b = 1 - p^2$$

но  $p \in \mathbb{Z} \Rightarrow p \geq 1, p^2 \geq 1, 1 - p^2 \leq 0$   
однако  $a > b; (a - b) \geq 0$

$$\begin{cases} a - c = -1 \\ b - c = -p^2 \end{cases}$$

$$a - b = p^2 - 1$$

$\Rightarrow$   
не подходит

$$\begin{cases} a - c = p \\ b - c = p \end{cases}$$

$$a = b \text{ но } (a - b) \equiv 3 \quad \emptyset$$

$$\begin{cases} a - c = -p \\ b - c = -p \end{cases}$$

$$a = b \text{ но } (a - b) \equiv 3 \quad \emptyset$$

$$\begin{cases} a - c = p^2 \\ b - c = 1 \end{cases}$$

$$a - b = p^2 - 1$$

$$\begin{cases} a - c = -p^2 \\ b - c = 1 - 1 \end{cases}$$

$$a - b = 1 - p^2$$

$$a - b = \cancel{p^2} p^2 - 1$$

$$\begin{cases} p^2 \equiv 0 \pmod{3} \\ p^2 \equiv 1 \pmod{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = a + 1 \\ c = b - 1 \end{cases} \begin{cases} \cancel{p^2} - 1 \equiv 1 \pmod{3} \\ \cancel{p^2} \equiv 0 \pmod{3} \end{cases}$$

но тогда  $a - b \equiv 0 \pmod{3}$ ,  
и  $(a - b) \equiv 3$ , что  
противоречит усл.

$$p^2 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p:3 \text{ но } p\text{-простое}$$

$$p = \pm 3 \quad p^2 = 9$$

$$a - b = 8$$

$$560 - b^2 - b = 8$$

$$b^2 + b - 552 = 0$$

$$\begin{cases} b = 23 \\ b = -24 \end{cases}$$

$$a = b + 8 = 31$$

$$a = b + 8 = -16$$

$$\begin{cases} c = \cancel{32} 32 \\ c = 22 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = \cancel{-15} -15 \\ c = -25 \end{cases}$$

Ответ:  $(31; 23; 32), (31; 23; 22), (-16; -24; -15), (-16; -24; -25)$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: призма  $ABCA_1B_1C_1$ ,  $\triangle ABC$  - р/с,  $S_1 = 4$ ,  $S_2 = 4$ ,  $S_3 = 3$ ,  $a \neq 1$

Найти:  $h$

Решение:

1)  $AL \perp AB$  ( $ABB_1$ )

$AT \perp AC$  ( $ACC_1$ )

$A_1A_1' \perp (ABC)$

2)  $A_1L \cdot AB = S_1$

$A_1L = \frac{4}{a} = 4$

3)  $A_1T = \frac{S_2}{AC} = \frac{4}{1} = 4$

4)  $A_1L \perp AB$ ,  $A_1'L$  - проекция  $\Rightarrow$  по т. о 3 перпендикулярах  $A_1'L \perp AB$   
Аналогично  $A_1'T \perp AC$

5)  $A_1'L = \sqrt{A_1L^2 - h^2} = \sqrt{16 - h^2} = \sqrt{A_1T^2 - h^2} = A_1'T$

6)  $A_1'$  р/у от  $AB$  и  $AC \Rightarrow$  лежат на бисс.

7) Пусть  $B' \rightarrow B_1$ ,  $C' \rightarrow C_1$  в  $(ABC)$

Пл. к.  $(ABC) \parallel (A_1B_1C_1) \Rightarrow \triangle A_1B_1C_1 = \triangle A_1B'C_1$  (паралл. перенос)

8)  $B_1N \perp BC$ ,  $MB_1 \perp AB$

9)  $B_1N = \sqrt{B_1M^2 - h^2} = \sqrt{\left(\frac{S_3}{a}\right)^2 - h^2} = \sqrt{3^2 - h^2} = \sqrt{9 - h^2}$   
 $\rightarrow MB_1 = \rho(A_1B_1; AB) = A_1T = \sqrt{16 - h^2}$

10)  $AA_1' = AH_1 - A_1'H_1 = AH_1 - AH = HH_1 = \rho(BC; B_1C_1) = B_1N = \sqrt{9 - h^2}$

11)  $\triangle ALA_1' \sim \triangle ABH$  по углам ( $\angle LAH$  - общий,  $\angle ALA_1' = 90^\circ = \angle AHB$ ).

$\frac{A_1'L}{BH} = \frac{AA_1'}{AB}$

$\frac{\sqrt{16 - h^2}}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{9 - h^2}}{1}$

$2\sqrt{16 - h^2} = \sqrt{9 - h^2}$

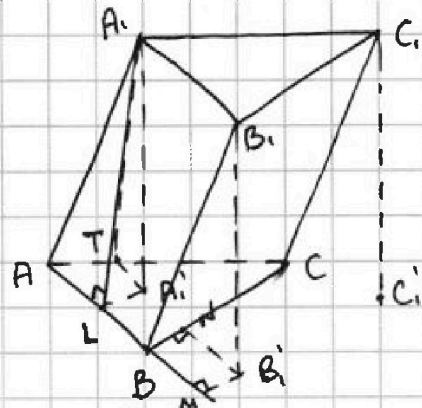
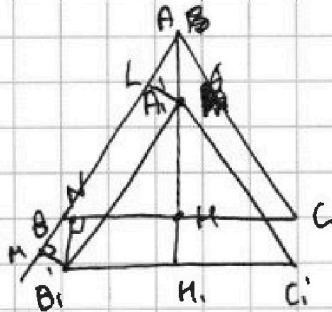
$4(16 - h^2) = 9 - h^2$

$64 - 4h^2 = 9 - h^2$

$55 = 3h^2$

$h = \sqrt{\frac{55}{3}} = \frac{\sqrt{165}}{3}$

Ответ:  $\frac{\sqrt{165}}{3}$







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

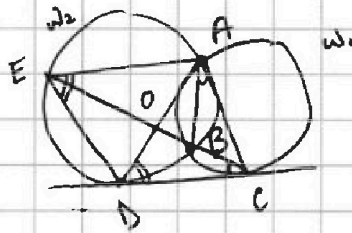
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_2 = b_1 q^2$$

$$b_{13} = b_1 q^{12}$$

$$b_{15} = b_1 q^{14}$$

↖



$$\frac{OE}{OB} = \frac{OB}{OD} = ?$$

$$\frac{\sqrt{(13-35)(x+1)}}{\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}} = 9^8$$

$$(x+1)^2 = 9^2$$

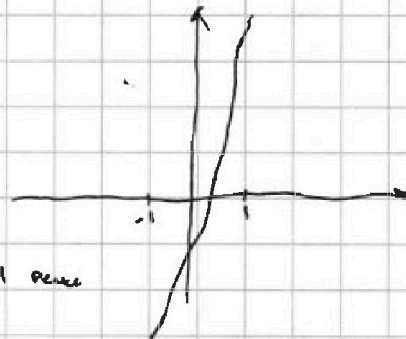
$$\frac{35}{17}$$

$$x+1 > 0$$

$$13x-35 > 0$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-2} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+2} \\ |y+1| + 3|y-2| = \sqrt{169-2^2} \end{cases}$$



$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

≥ 1 реше

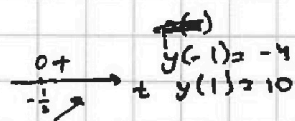
$$4t^3 - 3t + 6t + 3(2t^2 - 1) = p$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p$$

$$y = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - p - 3 = 0$$

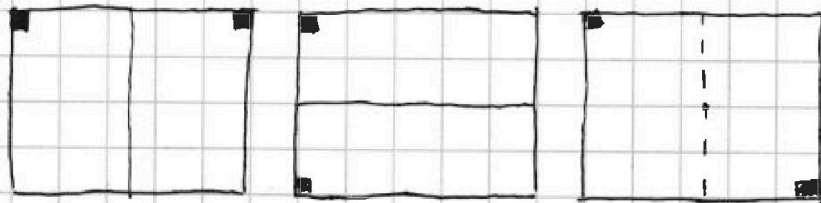
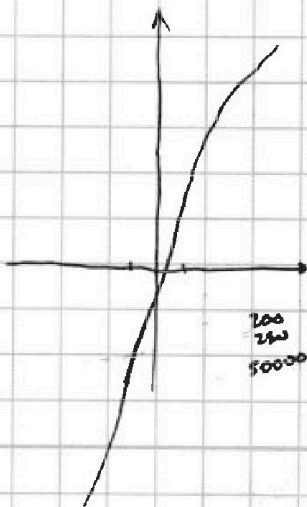
$$y' = 12t^2 + 12t + 3 = 3(2t+1)^2$$



$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = \cos 3x + \cos x + 3 \cos 2x = 5 \cos x = 2 \cos 2x \cos x + 2 \cos x + 3 \cos 2x + 3 \cos x = 2 \cos x (\cos 2x + 1) + 3 \cos x + 3 \cos 2x = 2 \cos x (2 \cos^2 x + 1) + 3 \cos x + 3 \cos 2x = 2 \cos^3 x + 2 \cos x + 3 \cos x + 3 \cos 2x = 2 \cos^3 x + 5 \cos x + 3 \cos 2x$$

$$2 \cos^3 x + 5 \cos x + 3 \cos 2x$$

$$2 \cos 2x \cos x + 3 \cos 2x + 5 \cos x$$



↑  
4 клетки

C<sub>25000</sub><sup>4</sup>

↑  
4 клетки

C<sub>25000</sub><sup>4</sup>

3 · C<sub>25000</sub><sup>4</sup>

~~2~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a > b$$

$$\frac{a-b}{a-b} \text{ is}$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a \cdot b^2 = 560$$

a	b	b <sup>2</sup>	a+b <sup>2</sup>
0	0	0	0
0	1	1	1
0	2	4	4
1	0	0	1
1	1	1	2
4	2	4	8
2	0	0	2
2	1	1	3
2	2	4	6

$$\begin{cases} a \equiv 2 \\ b \equiv 3 \end{cases} \begin{cases} a = 3k+2 \\ b = 3m \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \equiv 1 \\ b \equiv 2 \end{cases} \begin{cases} a = 3k+1 \\ b = 3m+2 \end{cases}$$

$$ab - ac - bc + c^2 = p^2$$

$$\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c=p \\ b-c=p \end{cases}$$

$$\begin{cases} p^2-1 = b-a \\ p^2-1 = b^2-c^2 \end{cases} -560$$

$$a=b \quad (p-1)(p+1) =$$

$$560$$

$$\begin{array}{r} 20 \ 28 \\ 21 \end{array}$$

$$560 = 2^4 \cdot 5 \cdot 7$$

$$\begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p^2-1 = a-b \\ p^2-1 = 560-b-b^2 \end{cases}$$

$$9k^2-1 = a-b$$

$$(p-1)(p+1) \text{ is}$$

$$p = 3k$$

$$\Downarrow$$

$$p = 3$$

$$9k^2-1 = 560-b-b^2$$

$$9k^2 = 561-b-b^2$$

$$k$$

$$561 = 3 \cdot 11 \cdot 17$$

$$\begin{array}{r} 561 \ 3 \\ 187 \ 11 \\ 17 \end{array}$$

$$a-b=8$$

$$560-b-b^2=8$$

$$b^2+b-552=0$$

$$\begin{array}{r} 552 \ 2 \ 23 \\ 226 \ 2 \ 24 \\ 138 \ 2 \ 25 \\ 69 \ 3 \ 26 \\ 23 \end{array}$$

$$b^2+b-552=0$$

$$b = -27$$

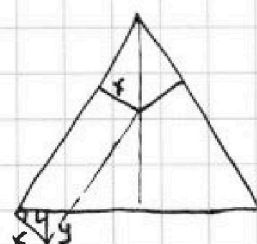
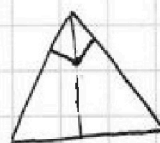
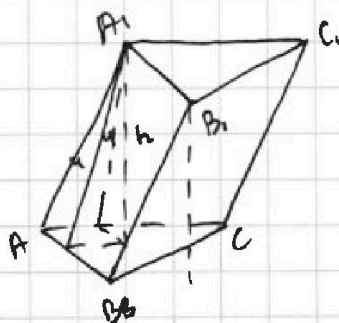
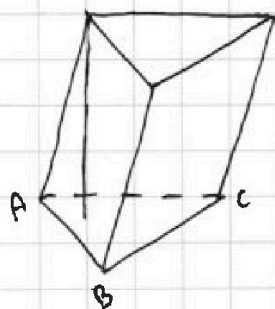
$$b = 23$$

$$a=1$$

$$S_1=4$$

$$S_2=4$$

$$S_3=3$$



$$\frac{y}{\frac{y}{2}} = \frac{x}{1}$$

$$2y = x\sqrt{3}$$

$$2\sqrt{9-h^2} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{16-h^2}$$

$$4(9-h^2) = 3(16-h^2)$$

$$36-4h^2 = 48-3h^2$$

$$36-4h^2 = 48-3h^2$$

$$\sqrt{16-h^2} = \sqrt{3} \sqrt{9-h^2}$$

$$16-h^2 = 3(9-h^2)$$

$$16-h^2 = 27-3h^2$$

$$2h^2 = 11$$

$$h^2 = \frac{11}{2}$$

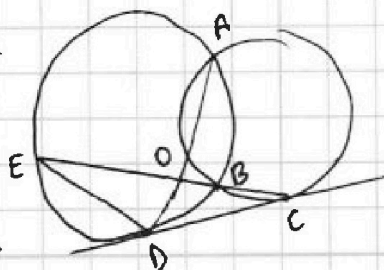
$$\frac{CO}{CE} = \frac{BO}{CB} = \frac{AO}{AB}$$

$$\frac{CO}{BO} = \frac{BO}{AO}$$

$$\frac{CO}{DE} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{EO}{CO} = ?$$

$$AO \cdot OD = EO \cdot OB$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$2 \cos 2x \cos x + 3 \cos 2x + 5 \cos x = p$$

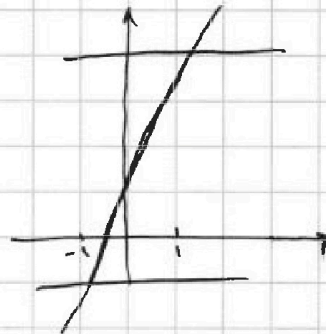
$$4t^3 - 3t + 3 \cdot 6t^2 - 3 + 6t$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p$$

$$p \in [-4; 10]$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = 0$$

	4	6	3	-3
$\frac{1}{2}$	4	3	2	
$-\frac{1}{2}$	4	4	1	
$\frac{3}{2}$	4	9		
$\frac{3}{2}$	4	12	21	
$-\frac{3}{2}$	4	0	3	



$\cos x$

$$4(t-x)(t^2+a) = 0$$

$$4t^3 + 4ta - 4xt^2 - 4xa = 0$$

$$-4x = 6$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

$$4t^3 + 6t^2 + 6a + 4ta = 0$$

4

3

$$a = \frac{3}{4}$$

$$4(t - \frac{3}{2}) (3t^3 + 12t^2 + 6t + 9)$$

	3	12	6	9
$-\frac{3}{2}$	3	0	6	



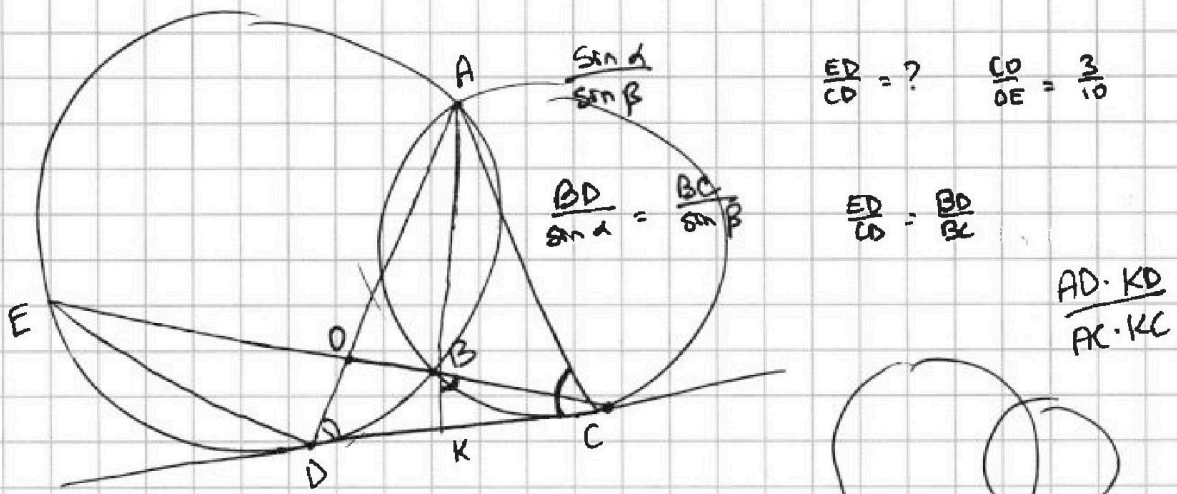


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

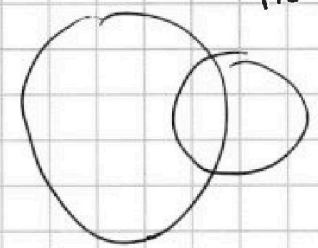
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

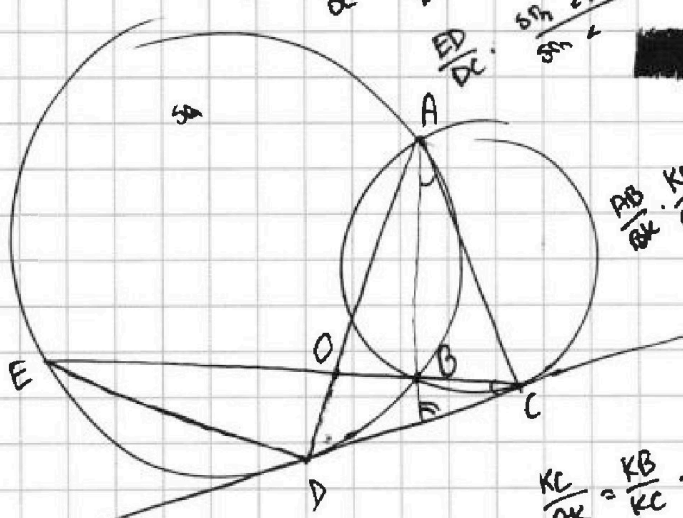
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



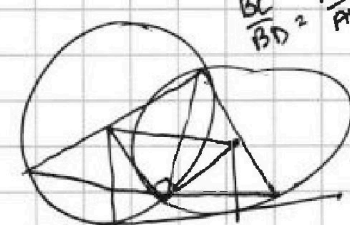
$\frac{BC}{CD} = \frac{BD}{ED} = \frac{CD}{CE}$   
 $\frac{OE}{OC} = \frac{ED \sin \alpha}{DC \sin \beta}$   
 $\frac{ED}{DC} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{AC}{CK}$   
 $\frac{AD}{DK} = \frac{AB}{BD}$



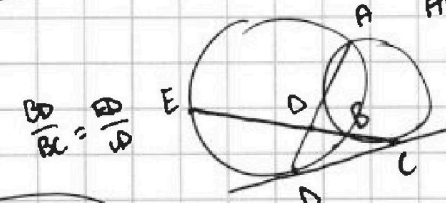
$\frac{BC}{AC} = \frac{BK}{KC} = \frac{KC}{AK}$   
 $\frac{BD}{AD} = \frac{BK}{KB} = \frac{KB}{AK}$   
 $\frac{BC}{BD} = \frac{AC}{AB} = \frac{KC}{KB}$



$\frac{AB}{BK} \cdot \frac{KC}{CB} = \frac{DO}{OB}$



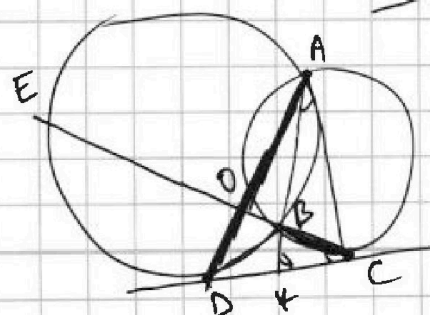
$\frac{CD}{OA} = \frac{BK}{AB} \cdot \frac{CD}{KC} =$



$\frac{EB}{BE} = \frac{ED}{DB}$

$\frac{KD}{AK} = \frac{KB}{BK} = \frac{BD}{AD}$

$\frac{BC}{AC} \cdot \frac{CD}{AB} = \frac{BD}{AD} \cdot \frac{CD}{AB}$



$\frac{BC \cdot CD}{AC \cdot AB}$

