



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



6. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен $\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}$, двенадцатый член равен $2 - x$, а восемнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}$.

7. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Прогрессия a_n , $2q \neq 1$ - геометрическая:

$$a_{10} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$a_{12} = a_{10} \cdot q^2 = 2-x$$

$$a_{18} = a_{10} \cdot q^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$$\underbrace{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}_{a_{10}} \cdot q^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

1) $x = -\frac{34}{25}$: $a_{10} = a_{18} = 0$; $a_{12} \neq 0$. Тогда $q = 0$

~~$a_n = 0$~~ , но $a_{10} \cdot q^2 \neq 0$

Т.е. $x = -\frac{34}{25}$ - не адв. рещ.

2) $x \neq -\frac{34}{25}$: $\sqrt{|3x+2|} \cdot q^8 = \frac{1}{\sqrt{|3x+2|^3}}$ $(\Leftrightarrow) q^2 = \frac{1}{\sqrt{|3x+2|}}$

$$a_{10} \cdot q^2 = 2-x \Leftrightarrow \frac{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}{\sqrt{|3x+2|}} = 2-x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{|25x+34|} = 2-x \quad |25x+34| = 4-4x+x^2$$

1) $x \leq -\frac{34}{25}$: $4-4x+x^2 + 25x+34 = 0 \Leftrightarrow x^2+21x+38=0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -19 \end{cases} \quad / \quad \# \quad -2 < -\frac{34}{25}, \text{ все корни не подходят}$$

2) $-\frac{2}{3} \leq x \leq 2$: $x^2-4x+4 - 25x-34 = x^2-29x-30=0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 30 \end{cases} \quad \text{нет корней}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Итак, $\begin{cases} x = -2 \\ x = -19 \end{cases}$

$$q^2 = \frac{1}{\sqrt{13x+21}} \quad / \text{напрямик} \quad q = \frac{1}{\sqrt{13x+21}}$$

тогда и $a_{12} \cdot q^6 = a_{18}$; $a_{10}; a_{12}; a_{18}; q^2 \in \mathbb{R}$

Ответ: $\begin{cases} x = -2 \\ x = -19 \end{cases}$

при данных x выполняется:

$$\begin{cases} a_{10} \cdot q^8 = a_{18} \\ a_{10} \cdot q^2 = a_{12} \end{cases}$$

т.е. такая геом. прогр. существует



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \Rightarrow |y+2| + 2|y-18| \leq 20$$

1) $y \leq -2$: $-y-2 + 36-2y \leq 20 \Leftrightarrow 3y \geq 14$ *не приемлемо*
 $3y$ $y \in (-\infty; -2]$

2) $-2 < y \leq 18$
 $y+2 + 36-2y \leq 20 \Leftrightarrow y \geq 18$ / $y=18$

3) $y > 18$: $y+2+2y-36 \leq 20 \Leftrightarrow 3y \leq 54 \Leftrightarrow y \leq 18$ / не приемлемо
 тогда $y=18$; $z=0$ подставим:

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2} = 2\sqrt{(x+6)(3-x)} \quad / -6 \leq x \leq 3 /$$

$$\underbrace{\sqrt{x+6}}_t + \underbrace{(x+6) + (3-x)}_t - 2\sqrt{(x+6)(3-x)} - 2 = 0$$

$$t + t^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=-2 \end{cases}$$

1) $\sqrt{x+6} = \sqrt{3-x} + 1 \Leftrightarrow x+6 = 3-x+1+2\sqrt{3-x} \Leftrightarrow x+2 = 2\sqrt{3-x} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x^2+2x+1 = 3-x \Leftrightarrow x^2+3x-2=0 \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

2) $\sqrt{x+6} = \sqrt{3-x} - 2 \Leftrightarrow x+6 = 3-x+4+4\sqrt{3-x} \Leftrightarrow 2x-1 = 4\sqrt{3-x} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 4x^2-4x+1 = \frac{16 \cdot 3 - 16x}{4} \Leftrightarrow 4x^2-17+12x=0 \Leftrightarrow x = \frac{-12 \pm \sqrt{144+896}}{8} =$$

$$= -\frac{3 \pm \sqrt{224+56}}{2} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{14}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

проверим ОДЗ: $-6 \leq x \leq 3$

$$0 > \frac{-3 - \sqrt{17}}{2} > \frac{-3 - 5}{2} > -6$$

$$0 < \frac{-3 + \sqrt{17}}{2} < \frac{-3 + 5}{2} < 3$$

$$0 > \frac{-3 - \sqrt{56}}{2} > \frac{-3 - 8}{2} > -6$$

$$0 < \frac{-3 + \sqrt{56}}{2} < \frac{-3 + 8}{2} < 3$$

Все корни подходят;

$$\text{Ответ: } \begin{cases} x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} \\ x = \frac{-3 \pm \sqrt{56}}{2} \\ y = 18 \\ z = 0 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \frac{15^5}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} =$$

$$3 \cdot 5$$

$$p \cdot (\cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x) + 6 \cdot \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$\cancel{(p+6) \cos x}$$

$$p \cdot \cos 2x \cdot \cos x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 - \sin 2x \cdot \sin x = 0$$

$$a = \cos 2x; \cos x = b$$

$$p a b + 6 a + 3(p+4) b + 10 = \sin 2x \cdot \sin x$$

$$(3(p+4) b + 18) \left(\frac{b}{3} + 1 \right) - 12 b - 8 = \dots$$

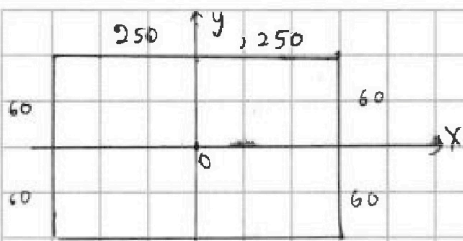


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\exists S_0, S_{0x}, S_{0y}$ - множ-ва наборов, обладающих соответствующей симметрией.

ΔS_0 : ровно 4 клетки находятся в верхней половине ($y > 0$)

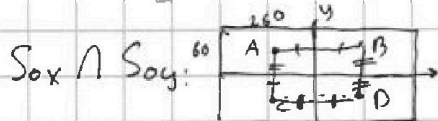
т.к. $S_0: (x; y) \leftrightarrow (-x; -y)$

S_{0x} : ровно 4 в верхней половине, т.к. $S_{0x}: (x; y) \leftrightarrow (x; -y)$

S_{0y} : ровно 4 в левой полов., т.к. $S_{0y}: (x; y) \leftrightarrow (-x; y)$

Тогда $|S_0| = |S_{0x}| = |S_{0y}| = C_{30000}^4$ - к-во способов выбрать 4 клетки из соотв. половины

4 клетки из соотв. половины



$S_{0x} \cap S_{0y}$:

возьмем произв. клетки A, C набора:

тогда B, D \in набору, тогда D \in набору

$(x; y); (-x; y); (x; -y); (-x; -y)$

A B C D

полученный прямоугол. обладает

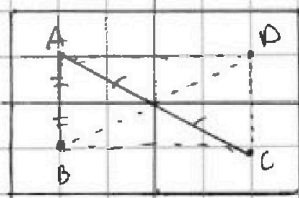
общими симметриями и однозначно задается левой верхней клеткой

тогда в набору набору $S_{0x} \cap S_{0y}$ - 2 таких прямоугольника,

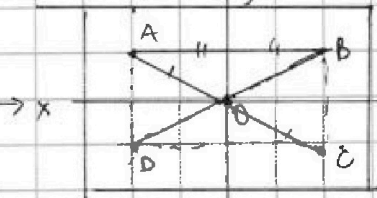
$$|S_{0x} \cap S_{0y}| = 60 \cdot 250 \cdot (60 \cdot 250 - 1) = 15000 \cdot 14999 \cdot \frac{1}{2}$$

аналогично, найдем, что $S_{0x} \cap S_0; S_{0y} \cap S_0$ - тоже ~~задают~~

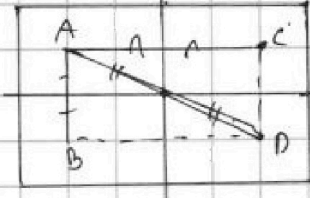
являются обобщением 2-х χ прямоугольников; также и $S_{0x} \cap S_{0y} \cap S_0$



$S_{0x} \cap S_0$



$S_{0y} \cap S_0$



$S_{0x} \cap S_{0y} \cap S_0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{тогда } |S_0 \cup S_{0x} \cup S_{0y}| = |S_0| + |S_{0x}| + |S_{0y}| - |S_0 \cap S_{0x}| - |S_0 \cap S_{0y}| - |S_{0x} \cap S_{0y}| + |S_{0x} \cap S_{0y} \cap S_0| = 3 \cdot C_{30000}^4 - \frac{2 \cdot 15000 \cdot 14999}{2}$$

$$= 3 \cdot C_{30000}^4 - 15000 \cdot 14999$$

Ответ: $3 C_{30000}^4 - 15000 \cdot 14999$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a-c)(b-c) = p^2 \quad \text{т.к. } p\text{-простое } \cancel{\text{не } p^2} : \begin{cases} a-c = b-c = p \\ a-c = p^2; b-c = 1 \\ a-c = 1 \quad b-c = p^2 \end{cases}$$

по ОТА

Заметим, что в 1 случае $a = b$, во 2 - $a > b$ т.к. $p^2 > 1$
но $a < b$. т.е. $\begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases}$

$$b-a = p^2 - 1 \not\equiv 3 \pmod{3} \quad \text{по МТФ } p^2 \quad \text{по МТФ } a^2 \equiv 1 \pmod{3} \quad \forall a: \\ p^2 \not\equiv 1 \quad \forall a \not\equiv 3 \quad \text{mod}(a, 3) = 1$$

тогда т.к. p -простое, $p = \pm 3$; $p^2 = 9$

Итак,

$$\begin{cases} a = 1 + c \\ b = 9 + c \end{cases} \quad a^2 + b = c^2 + 1 + 2c + 9 + c = 1000$$

$$c^2 + 3c - 990 = 0 \quad (=) \quad \begin{cases} c = 30 \\ c = -33 \end{cases}$$

$$c = 30; a = 31; b = 39$$

$$c = -33; a = -32; b = -24$$

Ответ: $(31; 39; 30)$
 $(-32; -24; -33)$

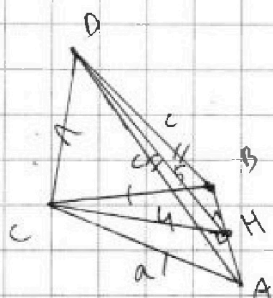


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AB = a$$

$$S_{CDB} = S_{CDA} = 6$$

$$S_{ABD} = 5$$

$$S_{ABC} = 4 = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$a^2 = \frac{16}{\sqrt{3}}$$

$$S_{CDB} = S_{CDA} \Leftrightarrow CD \cdot CA \cdot \sin d_1 = CD \cdot CB \cdot \sin d_2 \quad (\Leftrightarrow)$$

$$\Leftrightarrow \sin d_1 = \sin d_2, \quad d_1, d_2 < 180$$

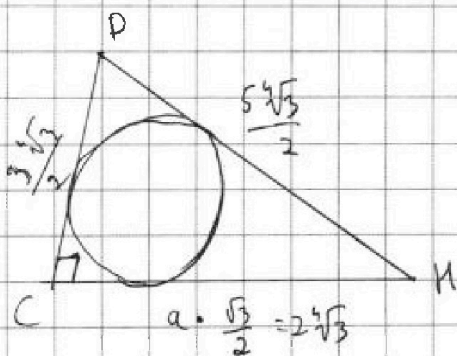
$$\text{т.е. } d_1 = d_2 = d$$

$$\text{тогда } \triangle CDA = \triangle CDB, \Rightarrow AD = BD$$

Из соображений симметрии впис. сфера касается ABC и ABD

в точках $E \in CH$ и $F \in DH$ соот.

$$\exists DA = DB = c$$



$$S_{ABD} = \frac{DH \cdot AB}{2} = \frac{a \cdot \sqrt{c^2 - \frac{a^2}{4}}}{2} =$$

$$= \frac{4 \sqrt{c^2 - \frac{4}{\sqrt{3}}}}{\sqrt{3} \cdot 2} = 5$$

$$c^2 - \frac{4}{\sqrt{3}} = \left(\frac{5\sqrt{3}}{2} \right)^2 = \frac{25\sqrt{3}}{4}$$

$$DH = \sqrt{c^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$CH = a \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot 2} = 2\sqrt{3}$$

$$r \text{ впис. сферы} = r \text{ впис. окр. } \triangle CDE = \frac{S_{CDE}}{P}$$

$$\angle DCH = 90^\circ; \quad S_{CDE} = \frac{2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{2}\sqrt{3} = \frac{3}{2}\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$P_{\text{срн}} = (5+4+3) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$$

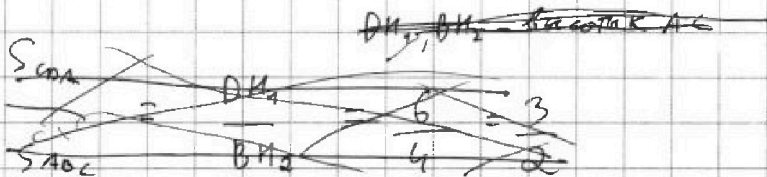
$$r_{\text{вмк.ср.}} = \frac{3\sqrt{3}}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$V = \frac{1}{3} r_{\text{вмк.ср.}} \cdot S_{\text{осн}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (6+5+4) =$$

$$\frac{1 \cdot \sqrt{3} \cdot 21}{3 \cdot 4} = \frac{7\sqrt{3}}{4}$$

21

$$\text{Отв: } \frac{7\sqrt{3}}{4}$$



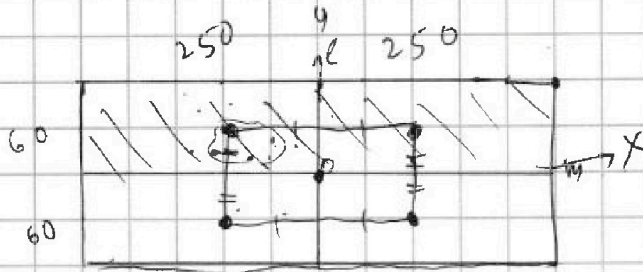


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

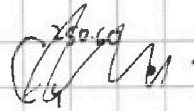
СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



500 x 20

25 x 6



S_0, S_e, S_m

$60 \cdot 500$
4

S_0 : ^{найти 4} попарно не сит, т.е. от 4
сим. отн. 0 ~~данных 4x~~

S_0 : попарно 4 6 верх мол. т.к. $60 \cdot 500$
они попарно не сит. отн.
0, т.е. \forall их $\exists!$ нарав
нижен.

$30 \cdot 500 =$
 -15000

м-цу верх и низ
~~3 отн. отн. 6~~ биенция

~~$600 \cdot 500 = 300000$~~

S_e : попарно 4 6 $120 \cdot 250$;

биенция

$S_e \cap S_m$:

трехугол., ^{однозначно} _(мб)
защито верх. клеткой.

S_m : попарно 4 6 $500 \cdot 60$

$|S_e \cap S_m| = (60 \cdot 250) \cdot (60 \cdot 250 - 1)$

$S_e \cap S_3$ тоже ?



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

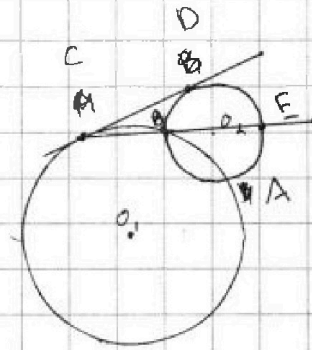
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = -2: q^2 = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$$

$$x = -19: q^2 = \frac{1}{\sqrt{57-2}} = \frac{1}{\sqrt{55}}$$

$$a_{10} = \sqrt{16}$$



при данных x:

$$a_{10} \cdot q^8 = a_{18}$$

$$a_{10} \cdot q^2 = a_{12}$$

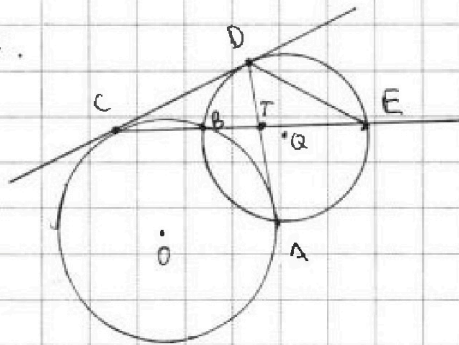
$$\frac{EO}{CO}$$

$$40^2 = AC \cdot AE = \frac{7}{20} AE^2$$

$$\frac{OT}{TE} = \frac{7}{20}$$

$$\frac{AC}{40} = k$$

найди k.



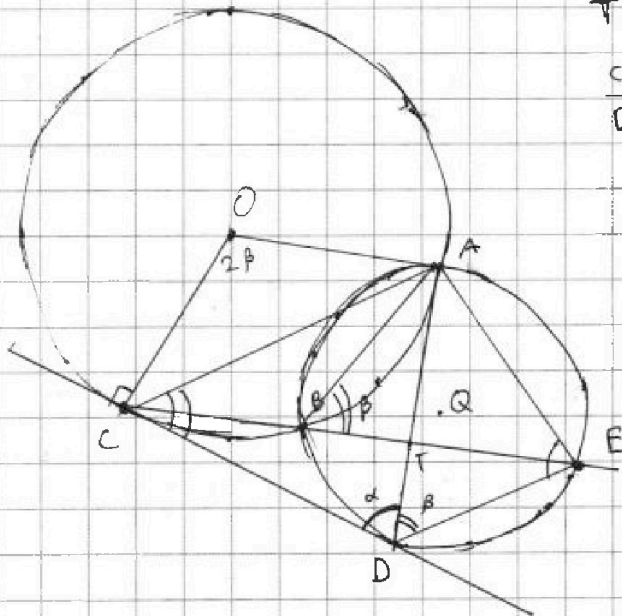


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$T = CE \cap AD$$

$$\frac{CT}{TE} = \frac{7}{20}$$

$$\frac{CD}{DE} = ?$$

$$\angle ADE = \beta \Rightarrow \angle ABE = \beta$$

(опр. кн. \overline{AE})

$$\angle CBA = 180^\circ - \beta \Rightarrow$$

$$\angle COA = 2\beta \Rightarrow \overline{AC} = 2\beta$$

$$\angle ACD = \beta$$

(как \angle м-гу хордой и касательной)

$$\angle ADC = \alpha \Rightarrow \angle AED = \alpha \quad (\angle ADC - \angle \text{м-гу хордой и кас.})$$

$$\triangle CAD \sim \triangle DAE \text{ по 2 углам ; } \& \cdot AT - \text{вис. угла } \angle CAE$$

$$\frac{CD}{DE} \neq \frac{AC}{AE} = \frac{CT}{TE} = \frac{7}{20} \text{ (посл. вы вис.)}$$

$$\frac{AC}{AD} = \frac{AD}{AE} \quad (\Rightarrow) AD^2 = AC \cdot AE = \frac{7}{20} AE^2$$

$$\frac{AD}{AE} = \sqrt{\frac{7}{20}} \quad ; \quad \frac{CD}{DE} = \frac{AD}{AE} = \sqrt{\frac{7}{20}} \quad ; \quad \frac{ED}{CD} = \sqrt{\frac{20}{7}} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{\frac{20}{7}} = \frac{2\sqrt{35}}{7} = \frac{2\sqrt{35}}{7}$$

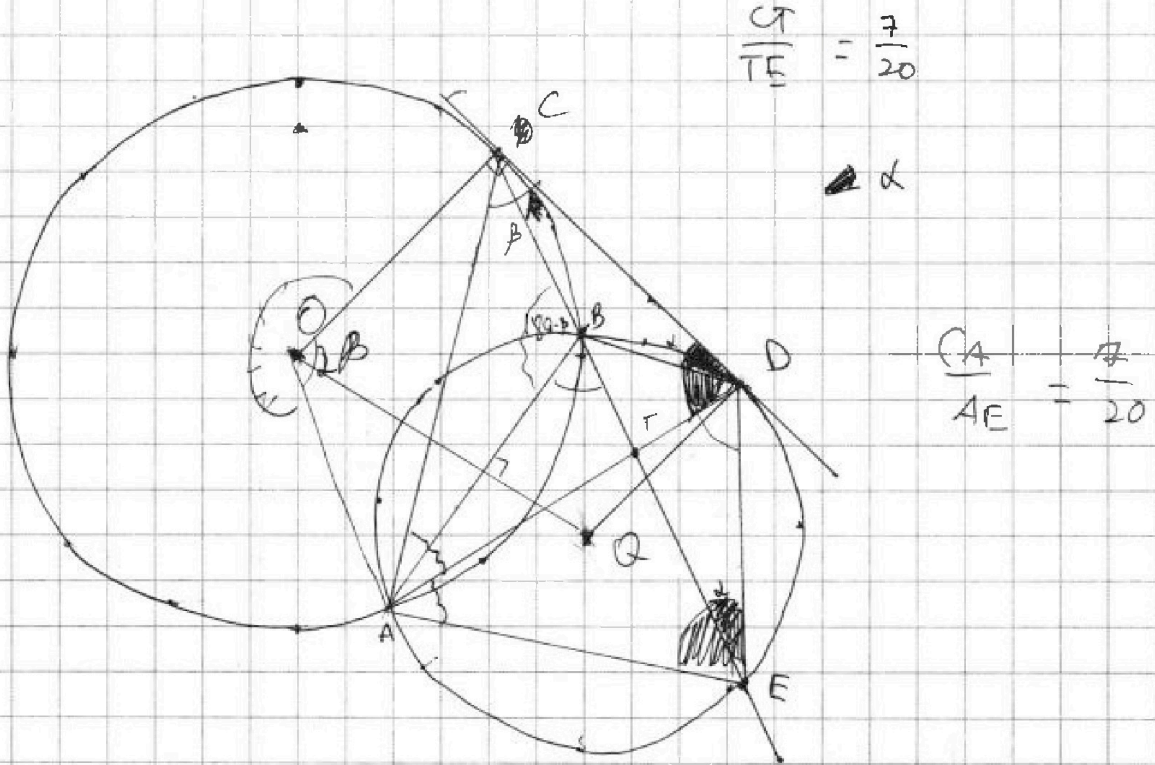


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

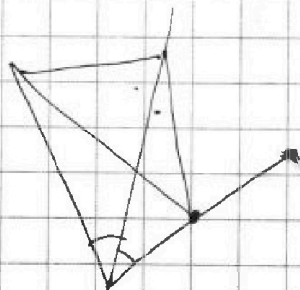


$$\frac{CT}{TE} = \frac{7}{20}$$

α

$$\frac{CA}{AE} = \frac{7}{20}$$

$$\frac{CT}{TE} = \frac{S_{\triangle CDT}}{S_{\triangle CDE}} = \frac{CD \cdot \sin \alpha}{DE \cdot \sin \beta} \quad \frac{CD}{DE} = \frac{CA}{AE} = \frac{7}{20}$$



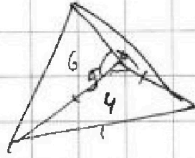


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



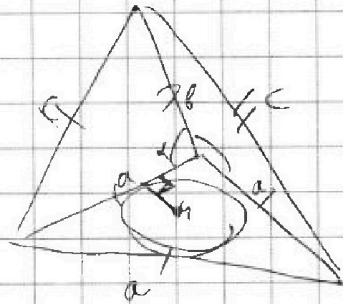
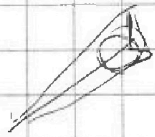
$$S = 9:$$

$$S = \frac{a^2 \cdot \sin 60^\circ}{2} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = 9$$

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h_{\text{выс}}$$

$$a^2 = \frac{16}{\sqrt{3}}$$

$$a = \sqrt[4]{\frac{16}{\sqrt{3}}} = 4$$



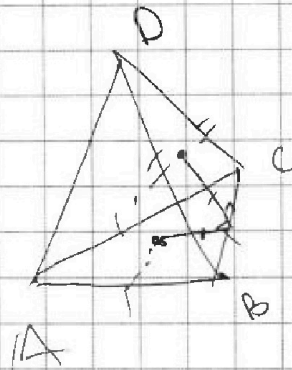
$$ab \cdot \sin \alpha = 12$$

$$\frac{\sqrt{c^2 - \frac{a^2}{4}} \cdot a^2}{4} = 10$$

$$\sqrt{c^2 - \frac{4}{\sqrt{3}}} \cdot \frac{16}{\sqrt{3}} = 10$$

$$c^2 - \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{100 \cdot 3}{16 \cdot \frac{16}{4}}$$

$$c^2 = \frac{75}{64} + \frac{4}{\sqrt{3}}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

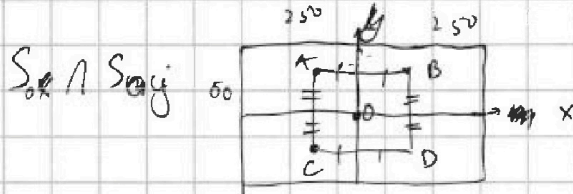
СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

S_0, S_0, S_{0x} и два набора с соотв. симметрией
 ΔS_0 сим. отн. $O S_0$ ровно 4 клетки в верхней половине
 (60·500), т.к. взаимноперпен. соответствия (бинарны)
 4 клетки в пол. $\exists!$ клетка u ниж. пол. сим. отн.
 / ~~напротив~~ $u > 0$ и 4х клеток, $u < 0$ сим. отн. /

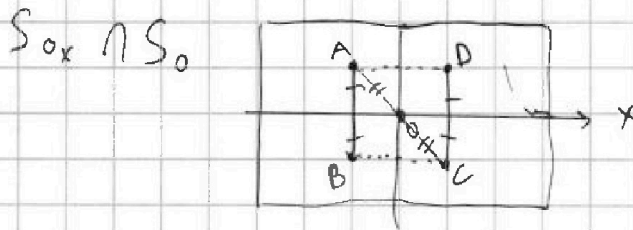
ΔS_e : ровно 4 кл. в $120 \cdot 250$, аналог. распуху.

ΔS_m : ровно 4 в $500 \cdot 60$, аналогично.



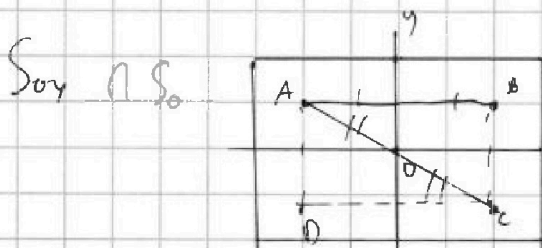
факт точки A из набора:
 тогда $B, C \in$ набору,
 тогда $D \in$ набору
 получили \square , удовлетв.

$$(60 \cdot 250) (60 \cdot 250 - 1) = 15000 \cdot (15000 - 1)$$



$A \in$ наб. $\Rightarrow B, C \in$ наб. \Rightarrow
 $\Rightarrow D \in$ наб.
 получили сим. \square .

аналогично, ~~10^3~~
 $15000(15000-1)$



аналогично, $15000(15000-1)$

$S_{0x} \cap S_{0y} \cap S_0$ — тоже 2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\exists a_n.$

\mathbb{R}

$$a_{10} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot q^2 = (2-x)$$

$$a_2 = 2-x$$

$$a_{18} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} = (2-x) \cdot q^6$$

$$-\frac{34}{25} - \frac{2}{3}$$

$$\begin{cases} x \geq -\frac{2}{3} \\ x \leq -\frac{34}{25} \end{cases}$$

$$\sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot q^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

1) $x = \frac{34}{25}$ — нет; т.к. $a_{10} = a_{18} = 0$; $a_{12} \neq 0$

2) $\sqrt{(3x+2)^4} = |3x+2|^2 = 9x^2 + 4 + 12x$

$$(3x+2)^2 \cdot q^8 = 1$$

$$q^2 = \frac{1}{\sqrt{3x+2}}$$

$$\frac{1}{q^2} = \sqrt{3x+2}$$

$$q^8 = \frac{1}{(3x+2)^2}$$

$$q = \pm \frac{1}{\sqrt[4]{|3x+2|}}$$

$$a_{10} \cdot q^2 = a_2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}{\sqrt{3x+2}} = 2-x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

② $\sqrt{x+6}$

$$z^2 \leq 400$$

$$D = 21 - 38$$

$$|z| \leq 20$$

$$551 - 9 \cdot 38 =$$

$$= 551.$$

$$|y+2| + 2|y-18| \leq 20$$

$$y < -2$$

$$y < -2$$

$$21 + 1 - 20 + 34$$

$$-y-2 - 2y-36 \leq 20$$

$$y+2+2y-36 \geq -20$$

$$y+38-42$$

$$-3y \leq 58$$

$$3y \geq 18$$

$$-2$$

$$y+3$$

$$+4$$

$$\begin{matrix} y \geq 6 \\ y \leq -2 \end{matrix}$$

$$-2 < y \leq 18:$$

$$y+2+36-2y \leq 20$$

$$-y \leq 20-38 = -18$$

$$y \geq 18$$

$$/ y = 18$$

$$y \geq 18:$$

$$3y+2-36 \leq 20$$

$$3y \leq 20+34 = 54$$

$$y \leq 18$$

$$\underline{y = 18}$$

$$20 \neq \sqrt{400 - z^2}; z = 0.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

77

$$q^8 \cdot a_{10} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} = a_{18} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

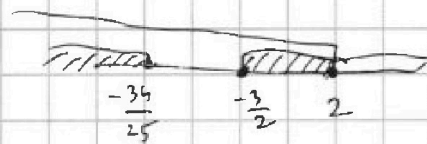
1) $x = -\frac{34}{25} \Leftrightarrow a_{11} = a_{10} = 0$; $\frac{a_{10} \cdot q^2}{0} = a_{12} = 2 + \frac{34}{25} \neq 0$
не авт. рещ.

OD3:
 $\begin{cases} x \leq -\frac{34}{25} \\ x \geq -\frac{2}{3} \\ x \leq 2 \end{cases}$

2) $x \neq -\frac{34}{25}$:

$$q^8 \sqrt{|3x+2|} = \sqrt{\frac{1}{|3x+2|^3}} \Leftrightarrow q^8 = \sqrt{\frac{1}{|3x+2|^4}} \Leftrightarrow q^8 = \frac{1}{|3x+2|^2}$$

$$q^2 = \sqrt[4]{\frac{1}{(3x+2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{|3x+2|}}$$



$$a_{10} \cdot q^2 = \sqrt{\frac{(25x+34)(3x+2)}{|3x+2|}} = 2-x \quad (\Leftrightarrow)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{|25x+34|} = 2-x$$

$$|25x+34| = 4 + x^2 - 4x$$

1) $-\frac{2}{3} \leq x \leq 2$

$$25x+34 = 4+x^2-4x$$

$$x^2 - 29x - 30 = 0$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = 30 \end{cases} \quad \emptyset$$

4-1:

2) $x \leq -\frac{34}{25}$

$$-34 - 25x = 4 + x^2 - 4x$$

$$x^2 + 21x + 38 = 0$$

$$x = \frac{-21 \pm \sqrt{21^2 - 4 \cdot 38}}{2}$$

4-17- D ∈ ∅



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6}$$

$$y = 18$$

$$z = 0$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2}$$

\uparrow \uparrow \uparrow
 g g g

$\overset{||}{(x+6)(3-x)}$

$$\begin{cases} x = -2 \\ -10 \end{cases}$$

$$-6 \leq x \leq 3$$

$$y^2 = \frac{1}{\sqrt{44}} = \frac{1}{2}$$

$$a - b + 7 = 2ab$$

$$\begin{cases} x+6 = 3-x \\ y = 4,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 = \frac{1}{\sqrt{3 \cdot 19 + 2}} = \frac{1}{\sqrt{59x+6+99+19\sqrt{x+6}}} = \frac{1}{(3-x)(4(x+6)+1+4\sqrt{x+6})} \end{cases}$$

57

$$a^2 + b^2 - 2ab$$

$$x+6 + 3-x = 9$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + (x+6) + (3-x) - 2\sqrt{(x+6)(3-x)} = 2$$

$\overset{||}{(\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x})^2}$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$\begin{cases} t = 1 \\ t = -2 \end{cases}$$

$$\sqrt{x+6} = \sqrt{3-x} + 1$$

$$x+6 = 3-x+1 + 2\sqrt{3-x}$$

$$2x + 2 = 2\sqrt{3-x}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$C_4^{30000} + C$$

$$S_0 + S_{0x} + S_{0y} - S_0 \cap S_{0x} - S_0 \cap S_{0y} - S_{0x} \cap S_{0y} + S_{0x} \cap S_{0y} \cap S_{0z} =$$

$$= 3 \cdot C_4^{30000} - 3 \cdot 15000 \cdot 14999 + 4 \cdot 15000 \cdot 14999 =$$

$$= 3 \cdot C_4^{30000} - 2 \cdot 15000 \cdot 14999$$

$$a < b$$

$$b - a : 3$$

$$(a-c)(b-c) = p^2 \quad \wedge$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$(a-c) = (b-c) = p \quad - \text{и.к. } b = a$$

$$(a-c) = 1, (b-c) = p^2$$

$$(b-c) = 1 \leq (a-c) = p^2$$

не поух.
и.к. все

$$b - a = p^2 - 1 \neq 3$$

$$c + b$$

$$c^2 + 3c + 10 = 1000$$

$$c; p+c;$$

$$a = b$$

$$(c; c+1 = a; c+p^2 = b)$$

$$b = c + p^2$$

$$a = c + 1$$

$$p^2 \equiv 1 \pmod{3} \quad \forall p \neq 3$$

но не 3

$$\text{т.е. } p = 3$$

$$c^2 + 3c + 9990 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x+1 = \sqrt{3-x}$$

$$x^2 + 2x + 1 = 3 - x$$

$$x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+8}}{2}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$16 \cdot 47 = (x - c_1)(x - c_2)$$

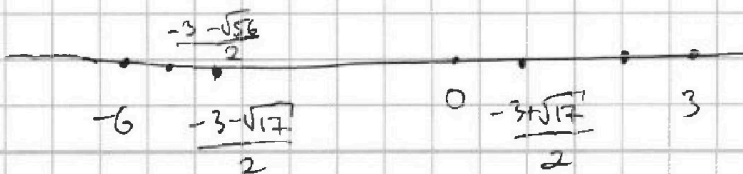
$$\begin{array}{r} 47 \\ \times 16 \\ \hline 282 \\ 47 \\ \hline 752 \end{array}$$

$$144 + 752 = 896 \quad \begin{array}{r} 16 \overline{) 224} \\ 16 \quad \hline 224 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\frac{-3 \pm \sqrt{56}}{2}$$

$$-6 \leq x \leq 3$$



$$\frac{-3 - \sqrt{56}}{2} > \frac{-3 - 8}{2} = -\frac{11}{2}$$

$$4x^2 + 1 - 4x = 16 \cdot 3 - 16x$$

" 48

$$4x^2 - 47 + 12x = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 9990 = 9(1 + 4 \cdot 1110) =$$

$$= 9 \cdot 4441$$

$$30? \cdot 9000$$

$$304^2 = 92416 \quad 306^2 = 93636$$

$$896 = 4 \cdot 4 \cdot 56$$

$$\begin{array}{r} 7 \cdot 8 = \\ 4 \cdot 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 50 + 6 \\ 56 \end{array}$$