



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен  $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$ , десятый член равен  $x+4$ , а двенадцатый член равен  $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $9 : 25$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $150 \times 200$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a > b$ ,
- число  $a - b$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a + b^2 = 820$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$v_1$  - первый член пр-и,  $q$  - ее знаменатель

$$\Rightarrow v_4 = v_1 \cdot q^3 \quad v_{10} = v_1 \cdot q^9 \quad v_{12} = v_1 \cdot q^{11}$$

если хотя бы одно из них = 0, то и ост. члены равны 0, т.е.  $\begin{cases} x = -4 \\ x = 3 \\ x = -\frac{6}{15} \end{cases}$  \* - решение нет  $\Rightarrow$

$$v_1, v_4, v_{10}, v_{12}, q \neq 0$$

тогда  $\left(\frac{v_{12}}{v_{10}}\right)^3 = (q^2)^3 = q^6 = \frac{v_{10}}{v_4}$

необходимое  $\rightarrow$  равно  $\left(\frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4}\right)^3 = \frac{(x+4) \cdot \sqrt{(x-3)^3}}{\sqrt{15x+6}}$

$$(15x+6)^2 = (x+4)^4$$

$$15x+6 = (x+4)^2$$

$$15x+6 - x^2 - 8x - 16 = 0$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$x = 5$$

$$x = 2 - \text{не удовл. ОДЗ}$$

- ответ

ОДЗ. отсюда:

$$x \neq -4$$

$$x \neq -\frac{6}{15}$$

+ из-за \*  $x \neq 3$

$$x \neq 3$$

$$+ \frac{15x+6}{(x-3)^2} > 0$$

$$+ \frac{-\frac{6}{15}}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{1} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}$$

$$\textcircled{2} |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}$$

△  $\textcircled{2}$ : прав. часть  $\in [0; 15]$ ,  $z \in [-15; 15]$   
 △ левую часть. (шаре реш. кем)

1)  $y \leq 20$

$$20-y+70-2y = 90-3y; \quad 0 \leq 90-3y \leq 15$$

$$0 \leq 30-y \leq 5$$

2)  $y \geq 35$

$$0 \leq 3y-90 \leq 15$$

$$0 \leq y-30 \leq 5$$

$y \leq 35$ , не удов. усл.  $y \geq 35 \Rightarrow$  ед. реш.  $y=35$

$25 \leq y$ , что не удов. усл.  $y \leq 20$

3)  $20 \leq y \leq 35$

$$0 \leq 50-y \leq 15$$

$$y \geq 35 \Rightarrow y=35$$

Макс.  $y=35$  - ед. реш.-е где  $y$ . Тогда керем или систему.

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2+z} \\ 15z = \sqrt{225-z^2} \end{cases}$$

\*  $\Rightarrow z=0$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{(x+7)(5-x)}$$

$$x \in [-7; 5]$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+7} &= a, \quad \sqrt{5-x} = b \\ a - b + 6 &= 2ab \Rightarrow 0 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} &> 0 && \text{при } x > -1 \\ &< 0 && \text{при } x \leq -1 \end{aligned}$$

Положа

при  $x \leq -1$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} &= -\sqrt{(\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x})^2} \\ &= -\sqrt{12 - 2\sqrt{(x+7)(5-x)}} \end{aligned}$$

$$\sqrt{2\sqrt{(x+7)(5-x)}} = a, \quad a > 0$$

$$-\sqrt{12-a} = a-6$$

$$\sqrt{12-a} = 6-a, \quad a \leq 6$$

$$12-a = 36 + a^2 - 12a$$

$$a^2 - 11a + 24 = 0$$

$$a = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 96}}{2} *$$

$$\cancel{a=8}$$

$$a=3$$

$$(\sqrt{x+7})(\sqrt{5-x}) = \frac{9}{4}$$

$$35 - 2x - x^2 - \frac{9}{4} = 0$$

$$x^2 + 2x - 32\frac{3}{4} = 0$$

$$x = -1 \pm \sqrt{33\frac{3}{4}} =$$

$$= -1 \pm \frac{\sqrt{135}}{2} = -1 \pm \frac{3\sqrt{15}}{2}$$

$$\text{Ответ: } \left\{ -1 + 2\sqrt{5}; 35; 0 \right\} \cup \left\{ -1 - 2\sqrt{5}; 35; 0 \right\};$$

$$\left\{ -1 + \frac{3\sqrt{15}}{2}; 35; 0 \right\}; \left\{ -1 - \frac{3\sqrt{15}}{2}; 35; 0 \right\}$$

при  $x \geq -1$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} &= \sqrt{(\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x})^2} \\ &= \sqrt{12 - 2\sqrt{(x+7)(5-x)}} \end{aligned}$$

$$\sqrt{12-a} = a-6, \quad a \geq 6$$

$$12-a = 36 + a^2 - 12a$$

$$a=8 \quad \cancel{a=3}$$

$$(\sqrt{x+7})(\sqrt{5-x}) = 16$$

$$35 - 2x - x^2 - 16 = 0$$

$$x^2 + 2x - 19 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+19}}{2} *$$

$$x = -1 \pm 2\sqrt{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$4 \cos^3 x + 3 \cos x - 6 \cos^2 x + 3 = p$$

$$\cos(3x) = \cos(2x+x) =$$

$$= \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x =$$

$$= (2 \cos^2 x - 1) \cos x - 2 \sin^2 x \cos x =$$

$$= 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\} \cos x = a, \quad a \in [-1; 1]$$

$$\Rightarrow f(a) = 4a^3 - 6a^2 + 3a + 3$$

$$f'(a) = 12a^2 - 12a + 3 = 3(4a^2 - 4a + 1) = 3 \cdot (2a - 1)^2$$



$$f'(a) = 0 \text{ только при } a = \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow f(a)$  — возрастающая непрерывная

$$f(-1) = -4 - 6 - 3 + 3 = -10$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 4 \cdot \frac{1}{8} - \frac{6 \cdot \frac{1}{4}}{4} + \frac{3}{2} + 3 = 3 \frac{1}{2}$$

$$f(1) = 4 - 6 + 3 + 3 = 4$$

$\Rightarrow f(a)$  принимает значения от  $-10$  до  $4$

на промежутке  $[-1; 1]$ ,  
принимает каждое ровно 1 раз

$\Rightarrow$  ~~уравнение~~ уравнение имеет решение при  $\forall p \in [-10; 4]$

принимает при каждом  $p$  — единственное решение

$$4a^3 - 6a^2 + 3a + 3 = p$$

$$8a^3 - 12a^2 + 6a - 1 = 2p - 7$$

$$(2a - 1)^3 = 2p - 7$$

$$\Rightarrow 2a - 1 = \sqrt[3]{2p - 7}$$

$$\cos x = \frac{\sqrt[3]{2p - 7} + 1}{2}, \quad p \in [-10; 4]$$

$$x = \pm \arccos \left( \frac{\sqrt[3]{2p - 7} + 1}{2} \right) + 2\pi k \quad \text{где } p \in [-10; 4]$$

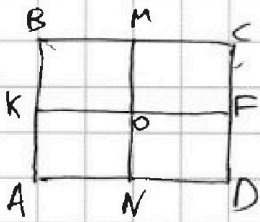


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Выберем 4 клетки  $\in$  BCFK; где сим-ии отн. KF (она идет по границе клеток) однозначно канонично составим клетку  $\cup$  AKFD

$$\Rightarrow \text{кол-во сп-в} = C_{75 \cdot 200}^4 = C_{15000}^4$$

2) Для сим-ии отн. MN (она тоже идет по границе клеток) выберем 4 клетки  $\in$  ABMN, ии однозначно составим клетку  $\cup$  MCDN

$$\Rightarrow \text{кол-во сп-в} = C_{100 \cdot 150}^4 = C_{15000}^4$$

3) Для сим-ии отн. O - проведем диаг. AC; и  $\neq$  сим-ии

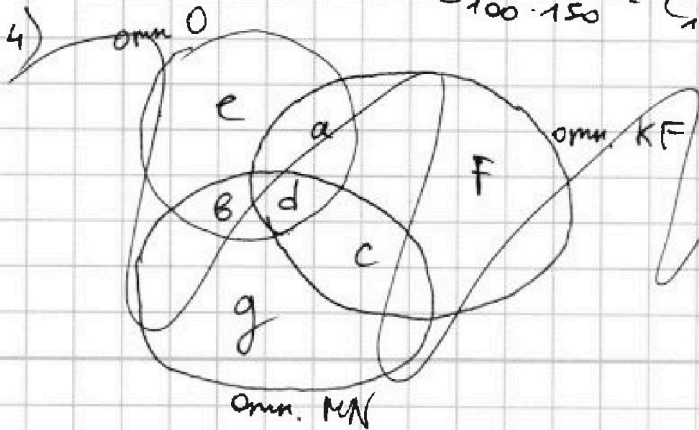
3.1) на AC нем закраш. кт к - тогда в  $\Delta ABC$   $\cup$   $\Delta ACD$  4 кт-кт, ии однозначно состав. клетку  $\cup$   $\Delta ABC$

$$\text{кол-во сп-в} =$$

Заметим,

3) Для сим-ии отн. O - выберем 4 клетки в AKFD, составим канон. одну отн. O - они лежат в KBCF

$$\text{кол-во сп-в} = C_{100 \cdot 150}^4 = C_{15000}^4$$



Посмотрим, когда какие линии пересекаются.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ есть  $\Sigma a, b, c, d, e, f, g.$

~~или~~

$$3 \cdot C_{150000}^4 - (a+b+c) - 2d =$$

$$= 3 \cdot C_{150000}^4 - (a+d) - (b+d) - (c+d) + d$$

~~Найдем недостающие нам значения.~~

~~$(c+d)$  \* ~~нам~~ получим, если выберем~~

Заметим, что

Ответ есть  $3 \cdot C_{150000}^4 - X$ , где  $X$  - события, которые мы посчитали неск-о раз.

Найдем  $X$ .

Заметим, что если клетки симметричны отн.  $O$  и  $MN$ , то они сим-ны и отн.  $KF$ ; аналогично сим-я отн.  $O$  и  $KF$  вылет сим-но отн.  $MN$ , а сим-я отн.  $MN$  и  $KF$  - отн.  $O$ .

Тогда кол-во способов выбрать такие клетки = кол-во ввзят 2 в  $KFMO$ , или однозначно заданные от-е.  
оно равно  $y = C_{75000}^2$

$\Rightarrow X = 2 \cdot C_{75000}^2$  (в каждом случае 1, 2, 3 мы посчитали 1 раз)

$\Rightarrow$  Ответ =  $3 \cdot C_{150000}^4 - 2 \cdot C_{75000}^2 =$

$= \frac{3 \cdot 150000!}{4! \cdot 149996!} - \frac{2 \cdot 75000!}{74998!}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a > b$$

$$a - b \neq 3$$

$$(a - c)(b - c) = p^2$$

$$a + b^2 = 820$$

1)  $\exists a \equiv \frac{k}{3}, b \equiv r$

$$a + b^2 \equiv \frac{820}{3} \equiv 1$$

$\Rightarrow$  если  $r = 1, 2 \Rightarrow b^2 \equiv 1 \pmod{3}, a \equiv 0 \Rightarrow k = 0$

если  $r = 0 \Rightarrow b^2 \equiv 0 \pmod{3}, a \equiv 1 \Rightarrow k = 1$

$\Rightarrow$  или  $a$ , или  $b \equiv 3$

2)  $\Leftarrow (a - c)(b - c)$ ; чтобы око было

$$\begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases}$$

нет, т.к. тогда  $a \leq b$

зам-им, что  $a > b \Rightarrow a - c \leq b - c$ :

$$\begin{cases} a - c = p^2 \\ b - c = 1 \end{cases}$$

~~$$\begin{cases} a - c = p \\ b - c = p \end{cases}$$~~

нет, т.к.  $a = c + b - c$

$$\begin{cases} a - b = p^2 - 1 \\ c = b - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - c = -1 \\ b - c = -p^2 \end{cases}$$

$$\Leftarrow a - b = p^2 - 1$$

$$\begin{cases} a - b = p^2 - 1 \\ c = a + 1 \end{cases}$$

если  $p \geq 3$

если  $\exists p = 3m + k$

если  $k = 1, 2 \Rightarrow p^2 - 1 \equiv 1 - 1 \equiv 0$

но  $a - b \neq 3 \Rightarrow p = 3m$

тогда  $p = 3$

$$\begin{cases} a - b = 8 \\ c = b - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - b = 8 \\ c = a + 1 \end{cases}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a + b^2 = 820$$

$$\begin{cases} a = 820 - b^2 \\ 820 - b^2 - b = 8 \\ c = b - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 820 - b^2 \\ a - b = 8 \\ c = a + 1 \end{cases}$$

$$b^2 + b - 812 = 0$$

$$b = \frac{-1 \pm \sqrt{3249}}{2}$$

$$\begin{cases} a = 36 \\ b = 28 \\ c = 37 \end{cases} \quad \begin{cases} a = -21 \\ b = -29 \\ c = -20 \end{cases}$$

$$b = \frac{-1 \pm 57}{2}$$

$$\begin{cases} b = 28 \\ a = ~~36~~ \\ c = 27 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = -29 \\ a = -21 \\ c = -30 \end{cases}$$

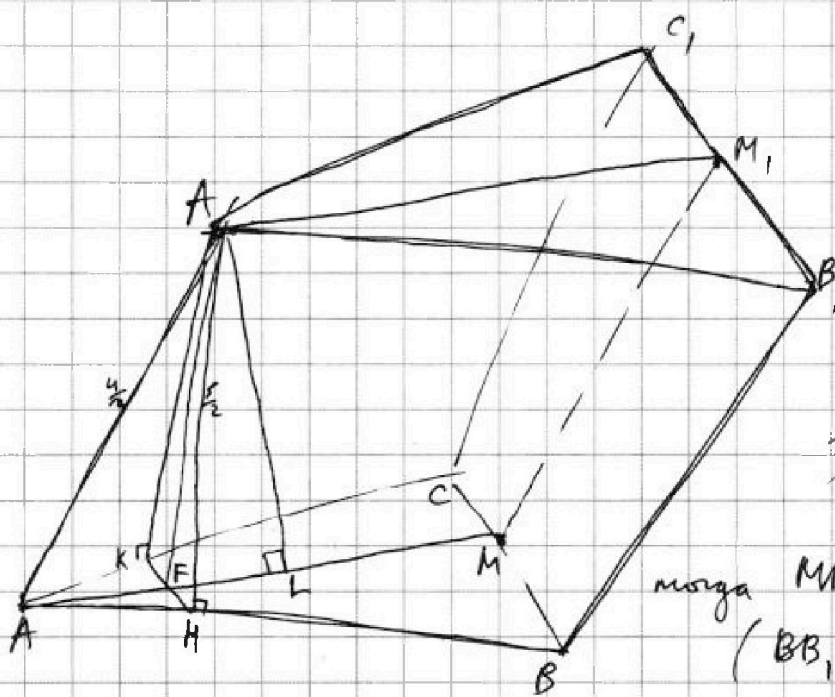


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Шорча QR-кода недопустима!



$$S_{ABB_1A_1} = S_{ACC_1A_1} = 5$$

$$S_{KBB_1C} = 4$$

$$AB = 2$$

$$h_{\text{призмы}} = ?$$

1)  $\square M, M_1$   
- сер.  $BC$  и  $B_1C_1$

тогда  $MM_1 = BB_1$ ,  $MM_1 \parallel BB_1$ ,  
( $BB_1$  и  $CC_1$  - параллелограмм)  
 $\Rightarrow MM_1 = AA_1$ ,  $MM_1 \parallel AA_1$   
(из св-ва призмы и трапезии  
 $\parallel$ -ных пр-ых в пр-ых)

2) тогда  $AA_1, M, M_1$  - параллелограмм

$AM, AM_1$  - высоты равност.  $\triangle ABC, \triangle A_1B_1C_1$

3)  $\square A_1H \perp AB$ ;  $A_1K \perp AC$ ;  $A_1K = A_1H = \frac{S_{ABB_1A_1}}{AB} = \frac{5}{2}$

тогда  $\triangle AA_1H = \triangle AA_1K$  по катету и гипотенузе  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow \angle A_1AH = \angle A_1AK$

4) Проведен  $KH$ ;  $\square KH \perp AM = F$ ; тогда  $KH \parallel BC$   
 $\triangle AKH \sim \triangle ABC$  - равност.  $KF = FH$

$AM \perp KH$

5)  $AF \perp KH$ , т.к.  $F$  - сер.  $KH$ ,  $A_1K = A_1H \Rightarrow AF$  -

6)  $\Rightarrow KH \perp (A, AM)$  по призме.  $\perp$ -ти пр. и пр. тм  
 $\Rightarrow KH \perp MM_1$  (по опред.)  
- высота и медиана



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$7) \Rightarrow MM_1 \perp BC \text{ (т.к. } BC \parallel KH) \Rightarrow BB_1 \perp BC$$

$\Rightarrow MM_1$  — высота  $BCC_1B_1$ ,  $BCC_1B_1$  — прямоугольник

$$MM_1 = \frac{4}{2} = 2 = AA_1$$

8) по т. Пифагора в  $\triangle AA_1M$  найдем  $AK = \frac{3}{2}$

$$\Rightarrow FK = \frac{3}{4}, \quad AF = \sqrt{\frac{9}{4} - \frac{9}{16}} = \frac{3\sqrt{3}}{4}, \quad A_1F = \frac{\sqrt{91}}{4}$$

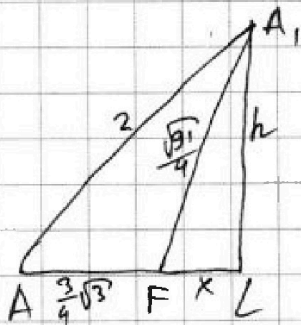
9)  $\angle A_1L \perp AM$  в т.т.  $(AA_1M)$

т.к.  $KH \perp (AA_1M) \Rightarrow KH \perp A_1L$

$\Rightarrow A_1L \perp (ABC)$  (по двум  $\perp$ -мн. пр-ой и  $KH$ -мн.)

$\Rightarrow A_1L$  — иск. высота

10)  $\triangle AA_1L$ ;  $\angle A_1L = h$ ,  $FL = x$



$$\begin{cases} \frac{91}{16} = h^2 + x^2 & (1) \\ 4 = h^2 + \left(\frac{3\sqrt{3}}{4} + x\right)^2 & (2) \end{cases}$$

$$(1-2): \frac{91-16}{16} = \frac{3\sqrt{3}}{4} \cdot \left(2x + \frac{3\sqrt{3}}{4}\right)$$

$$\frac{75}{16} \cdot \frac{4}{3\sqrt{3}} = 2x + \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

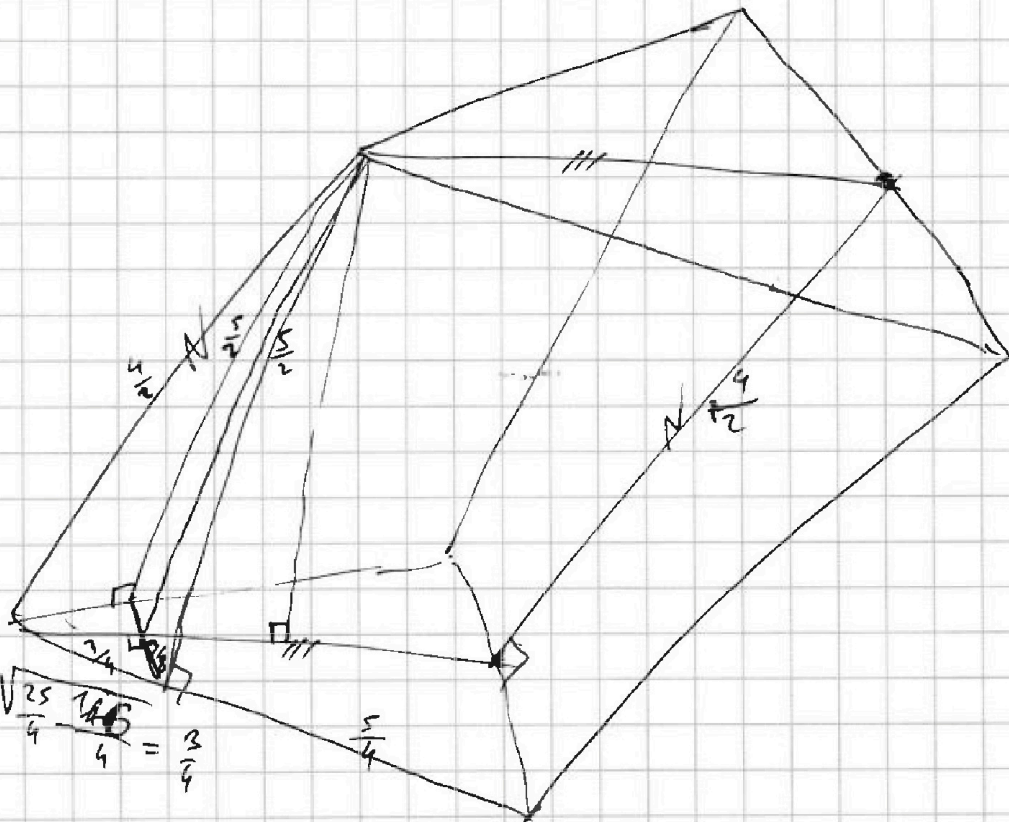
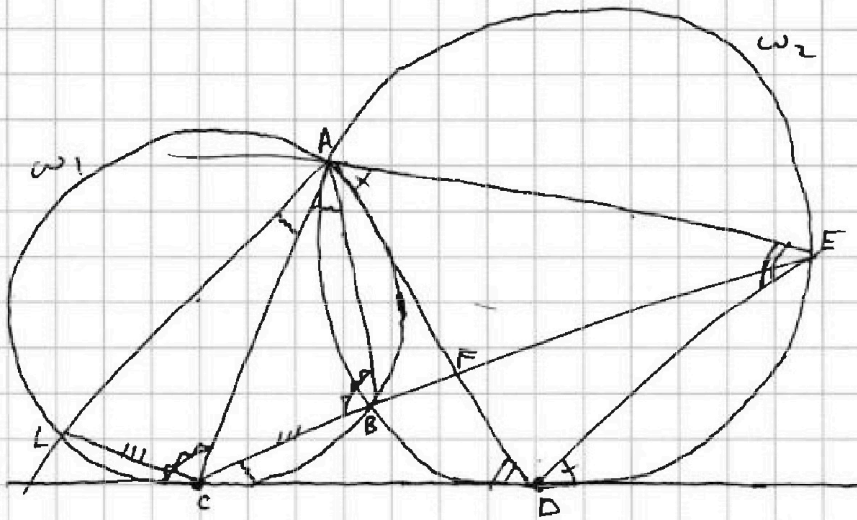


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a > b$

$(a-b) \div 3$

$(a-d)(b-d) = d^2$

$135 = 5 \cdot 27$

$a + b^2 = 820 \equiv 1$

$a = 3k + m$   
 $b = 3n + f$

$v - 2 + 5 \equiv 1$   
 $a + b^2 \equiv 1$

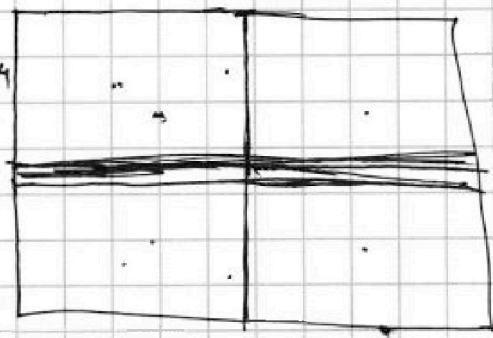
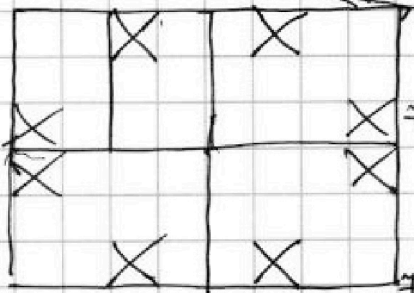
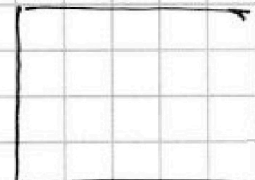
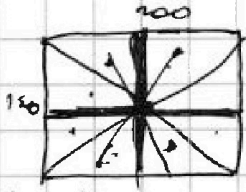
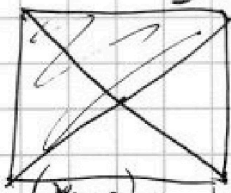
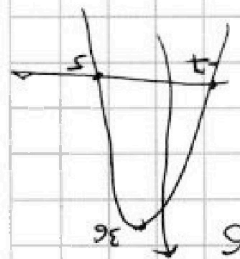
$m + f \equiv 0$   
 $m - f \equiv 1$   
 $m - f \equiv 2$

$m = 2$   
 $f = 1$   
 $m = 0$   
 $f = 1$

elif  $f = 2, f^2 \equiv 1 \Rightarrow m = 0$

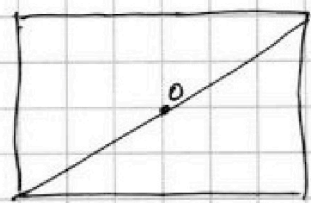
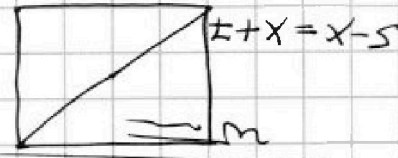
elif  $f = 1, f^2 \equiv 1 \Rightarrow m = 0$

elif  $f = 0, f^2 \equiv 0 \Rightarrow m = 1$



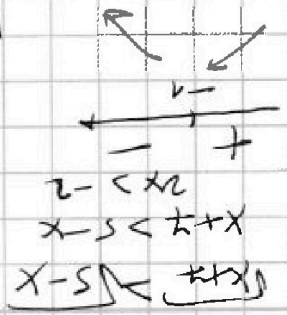
$9 + 9 - 9$

$v - 2 = x, x_2 = -1$



$\frac{x-5}{x} = \frac{x-5}{x}$

$\frac{x-5}{x} = \frac{x-5}{x}$



$9 + 21 - 21$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$q^6 = \left( \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4} \right)^3 = \frac{(x+4)\sqrt{(x-3)^3}}{\sqrt{15x+6}} \quad \begin{matrix} x \neq -4 \\ x \neq -\frac{6}{15} \end{matrix}$$

$$(15x+6)^2 = (x-3)(x+4)^2$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} \\ y \in [-20, 35] \end{cases} \quad \begin{matrix} \leftarrow 15 \\ \rightarrow 15 \end{matrix} \quad z \in [-15, 15]$$

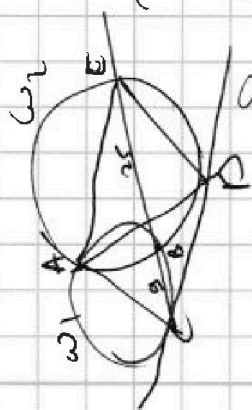
$$1) \quad 20 - y + 70 - 2y = 90 - 3y, \quad y < 20 \quad \begin{matrix} 90 - 3y < 15 \\ 90 - 3y > \frac{90-15}{3} = 25 \end{matrix}$$

$$2) \quad y - 20 + 70 - 2y = 50 - y, \quad y \in [20, 35] \quad \begin{matrix} 50 - y > 25 \\ 50 - y < 15 \end{matrix}$$

$$3) \quad y > 35: \quad 3y - 90 \quad \begin{matrix} 3y - 90 < 15 \\ 3y - 90 > \frac{90-15}{3} = 25 \end{matrix}$$

$$a(1-2b) + \frac{1}{2}(1-2b) = -5\frac{1}{2} \quad \begin{matrix} y < -\frac{75}{3} \\ (2\sqrt{x+7}+1)(1-2\sqrt{5-x}) \end{matrix}$$

$$(a + \frac{1}{2})(1-2b) = -11 \quad 5 \geq x \geq -7$$



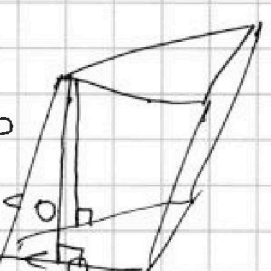
$$a(1-b) + (1-b) = -5 \quad 35 - 2x - x^2 > 0$$

$$(a+1)(1-b) = -5 \quad x^2 + 2x - 35 < 0$$

$$a - b + 6 - 3ab + ab \quad (x-5)(x+7) < 0$$

$$(a \quad x \in [-7, 5])$$

$$a(1-2b) + (6-b) = 0$$





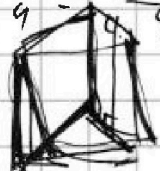
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 3 \frac{1}{4} = \frac{13}{4}$$



$$16a^3 - 24a^2 + 12a + 1 = \frac{13}{4} = 0$$

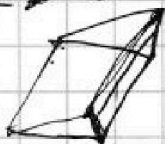
$$16a^3 - 24a^2 + 12a - 1 = 0$$

$$\left(a - \frac{1}{2}\right)(16a^2 - 20a + 2)$$

$$\left(a - \frac{1}{2}\right)(16a^2 + 28a + 2) = 0$$

$$a - b = (p-1)(p+1) \sqrt{\frac{16}{4}}$$

$$4 \cdot \frac{1}{8} - \frac{8}{4} + \frac{3}{2} + 3$$



$$a = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 8}}{8}$$

820

$$\frac{184}{36} 8a^3 - 12a^2 + 6a - 1 = 0$$

$$b_4 = b_1 \cdot q^3$$

$$\left(a - \frac{1}{2}\right)(8a^2 - 8a + 2)$$

$$b_{10} = b_1 \cdot q^9$$

$$b_{12} = b_1 \cdot q^{11}$$

$$\frac{8}{29} \times 29 = 251$$

$$4a^3 - 6a^2 + 3a + (3-p) = 0$$

$$\left(\frac{b_{12}}{b_{10}}\right)^3 = \left(\frac{2}{1}\right)^3 = \frac{b_{10} \cdot q^2}{b_4} = \frac{5}{q}$$

$$p = -10$$

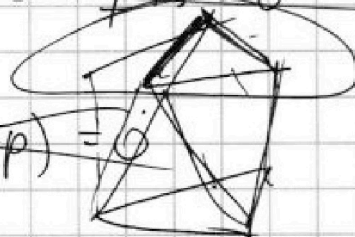
$$\frac{28}{24} = \frac{7}{6}$$

284

$$4 \cos^2 x + 3 \cos x + 6 \cos^2 x + 13 = 0$$

$$\cos x = \frac{91}{4}$$

$$(4a^3 - 4a^2 + 12a) - (2a^3 + 12a - 3 + p) = 0$$

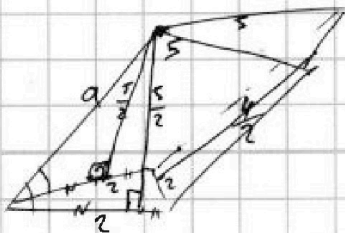


$$\arccos \frac{1}{2} = 60^\circ = -60^\circ$$

$$\frac{1}{2}(8a^3 - 12a^2 + 6a - 1) = p + 3 \frac{1}{2}$$

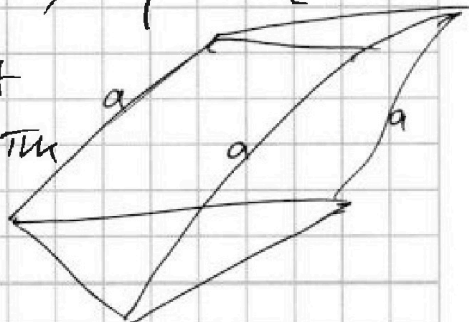
$$(2a-1)^3 = 2p-7$$

$$x = \arccos m + 2\pi k$$



$$\frac{812}{3248}$$

$$\frac{57}{57} = \frac{399}{285}$$



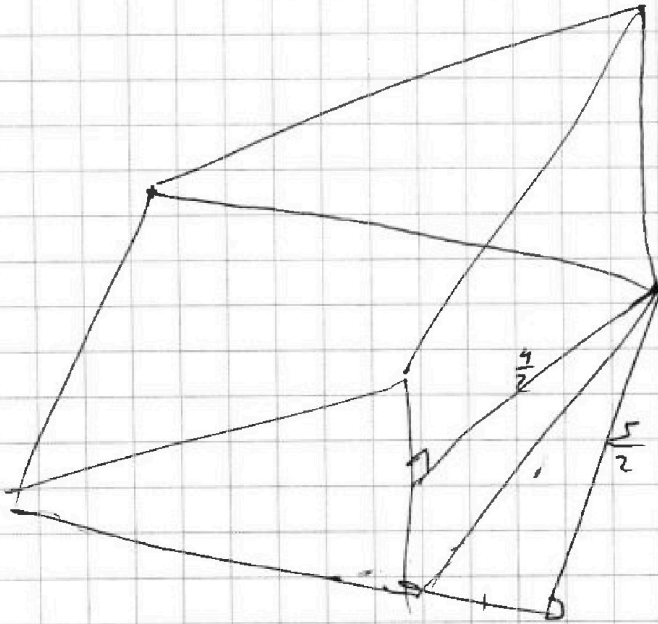


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!







На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

