



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$, тринадцатый член равен $5-x$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{(13x-35)(x+1)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+5}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\{b_n\}$ - геом. прогрессия, q - знаменатель:

$$\left\{ \begin{array}{l} b_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \\ b_{13} = 5-x = q^6 b_7 \\ b_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} = q^8 b_7 \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} b_{13} = q^6 b_7 \\ b_{15} = q^8 b_7 \end{array} \right\} \quad \text{ОДЗ: } \left\{ \begin{array}{l} \frac{13x-35}{(x+1)^3} \geq 0 \\ (x+1)(13x-35) \geq 0 \\ x+1 \neq 0 \end{array} \right.$$

$$\text{ОДЗ: } \left\{ \begin{array}{l} x \geq \frac{35}{13} \\ x < -1 \end{array} \right.$$

Все преобразования на ОДЗ.

$$\frac{b_{15}}{b_7} = q^8 = \sqrt{(13x-35)(x+1)} \cdot \sqrt{\frac{(x+1)^3}{13x-35}} = \sqrt{(x+1)^4} = (x+1)^2 \Rightarrow q^2 = \sqrt{|x+1|}$$

(если $b_7 = 0$, то $x = \frac{35}{13}$ и $b_{13} \neq 0$,
не если $b_7 \neq 0$, то $b_{13} = 0 \Rightarrow b_7 \neq 0$)

$$b_{13} = 5-x = b_7 \cdot q^6 = b_7 \cdot (q^2)^3 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot (\sqrt{|x+1|})^3 =$$

$$= \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3} \cdot |x+1|^3} = 5-x$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{13x-35}{(x+1)^3} |x+1|^3 = 25-10x+x^2 \\ 5-x \geq 0 \end{array} \right.$$

$$1) \quad x > -1 \quad \left\{ \begin{array}{l} 13x-35 = 25-10x+x^2 \\ x \leq 5 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x^2-23x+60=0 \\ x \leq 5 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x=20 > 5 \\ x=3 < 5 \\ x \leq 5 \end{array} \right.$$

$$5 > 3 > \frac{35}{13} > -1$$

т.е. $x=3$ - ОДЗ

2) ~~$x < -1$~~

$$2) \quad x < -1 \quad \left\{ \begin{array}{l} 13x-35 = -x^2+10x-25 \\ 5-x \geq 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2+13x-10=0 \\ 5-x \geq 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x=-5 < -1 \text{ - ОДЗ.} \\ x=2 > -1 \text{ - немыс.} \\ x \leq 5 \end{array} \right. \quad \text{ОДЗ: } x=-5$$

Омб.: Проверим:

$x=3 \quad b_7 = \frac{1}{4}; \quad b_{13} = 2; \quad b_{15} = 4$
 $q = \sqrt{2}$ - прогрессия

Омб.: при $\left(\begin{array}{l} x=3 \\ x=-5 \end{array} \right)$

$x=-5 \quad b_7 = \frac{5}{4}; \quad b_{13} = 10; \quad b_{15} = 20 \quad q = \sqrt{2}$
- прогрессия



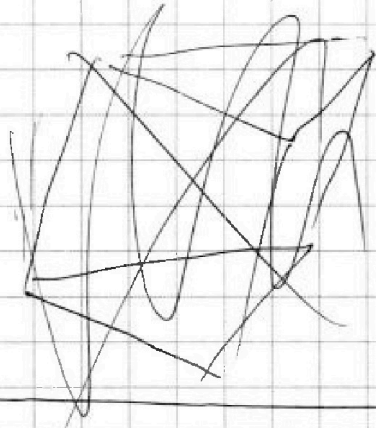
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-2} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z} \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2} \end{cases}$$

~~5:~~ $x+3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3$
 $4-x-2 \geq 0$
 $4-z \geq 0, x \geq -3$
 $\sqrt{169-z^2}$ $z \leq 7$

$$x-x^2 \leq -3+9=6$$
$$x_6 = \frac{1}{2} > -3$$

при $x < x_6$ $x-x^2 \uparrow$

$$y+x-x^2+z \leq y+13$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$$\sqrt{x+5} = \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}$$

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-2^2}$$~~

$$t = \cos x \in [-1; 1]$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = 2t^2 - 1$$

$$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x = 4t^3 - 3t$$

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p \quad \text{— имеет } \geq 1 \text{ реш.}$$

$$(1) \quad 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p \quad \text{— имеет } \geq 1 \text{ решение } t_0 \in [-1; 1]$$

~~$$f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3$$~~

~~$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3 = 3(2t+1)^2 \geq 0 \Rightarrow t = -\frac{1}{2} \text{ — кор. мин.}$$~~

~~$$f'(1) \geq 0$$~~

~~$$f(1) = 0 \text{ — с.т.т.}$$~~

$\Rightarrow f \uparrow \Leftrightarrow f(t) = p$
 Система имеет
 хотя бы один
 корень $t_0 \in [-1; 1]$
 при $f(1) \leq p \leq f(1) = 10$
 $-4 = f(-1) \leq p \leq f(1) = 10$

А так же

$$(1) \Leftrightarrow \left(3\sqrt{2}t + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^3 - 3 - \frac{1}{2} = p$$

$$f(t) = \left(3\sqrt{4}t + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^3 - \frac{7}{2} = p$$

н.р. $\uparrow \Rightarrow \geq 1$ корень $t_0 \in [-1; 1]$
 при $f(-1) \leq p \leq f(1)$ т.е. $p \in [-4; 10]$

$$\begin{cases} a^3 = 4 \\ 3a^2b = 6 \\ 3ab^2 = 3 \\ b^3 + c = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^3 = 4 \\ b = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ c = -\frac{7}{2} \end{cases}$$

$$3\sqrt{4}t = \sqrt[3]{p + \frac{7}{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$t = \sqrt[3]{\frac{p}{4} + \frac{7}{8}} - \frac{1}{2} = \cos x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{при } p = 10 \quad \cancel{f=1} \quad \cos x = 1 \quad x = \cancel{\frac{\pi}{2}} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{при } p = -4 \quad \cos x = -1 \quad x = +\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{при } p \in (-4; 10) \quad x = \pm \arccos\left(\sqrt{\frac{2p+2}{8}} - \frac{1}{2}\right) =$$
$$x = \pm \arccos\left(\left(\sqrt{2p+7} - 1\right) \cdot \frac{1}{2}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: \therefore 1 корень при $p \in [-4; 10]$

$$\text{при } p = 10 \quad x = \cancel{\frac{\pi}{2}} + 2\pi k \quad x = 2\pi k$$

$$\text{при } p = -4 \quad x = +\pi + 2\pi k \quad x = \pi + 2\pi k$$

$k \in \mathbb{Z}$.

$$\text{при } p \in (-4; 10) \quad x = \pm \arccos\left(\frac{\sqrt{2p+7} - 1}{2}\right) + 2\pi k$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В A, B, C учитывается D по одному разу.

Тогда кол-во способов раскрасить доску: $A+B+C-2D =$

$$= 3 C_{25000}^4 - 2 \cdot C_{12500}^2$$

Отв.: $3 C_{25000}^4 - 2 C_{12500}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a-c)(b-c)$$

$$a > b \Rightarrow a-c > b-c$$

$$(a-c)(b-c) = p^2, \text{ где } p \neq p\text{-простое}$$

$$1) \begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases} \text{ т.к. } p \neq 2$$

$$a-b = p^2 - 1 \quad /3$$

$$1) p \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow p^2 - 1 \equiv 0 \pmod{3} \quad - \text{не воз.}$$

$$2) p \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow p^2 - 1 \equiv 4 - 1 \equiv 0 \pmod{3} \quad - \text{не воз.}$$

$$3) p \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p^2 - 1 \equiv 0 - 1 \equiv -1 \pmod{3} \neq 0 \quad - \text{воз.}$$

$$\Rightarrow p \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p = 3$$

$$\begin{cases} a-c = 9 \\ b-c = 1 \\ a-b = 808 \\ a+b^2 = 560 \end{cases}$$

$$b(b+1) = b^2 + b = 560 - 8 = 552 = 2^3 \cdot 3 \cdot 23$$

$$b^2 + b = 460$$

$$b + b + 1 = 460$$

$$\text{реш. вып.: } \begin{cases} b+1 = 24 \\ b = 23 \\ b+1 = -23 \\ b = -24 \end{cases}$$

$$b^2 + b = 560 - 8 = 552 = 4 \cdot 13 \cdot 11$$

$$b(b+1) = 4 \cdot 13 \cdot 11 = 44 \cdot 13 = 1 \cdot 552 = 52 \cdot 11$$

$b \in \mathbb{Z}$ - реш. мат. не представимо в виде $2^{2k} \cdot \text{gen. произведение простых}$

$$b = 23 \Rightarrow a = 31 \Rightarrow c = 22 \quad (31, 23, 22)$$

$$2) \begin{cases} a-c = -1 \\ b-c = -p^2 \end{cases}$$

$$a-b = p^2 - 1 \Rightarrow p = 3$$

анал. н. 1

$$\begin{cases} a+b^2 = 560 \\ a+b = 8 \end{cases}$$

$$b(b+1) = 552 \quad - \text{реш. 6 значений } b \text{ (аналог. н. 1)}$$

$$3) \begin{cases} a-c = p \\ b-c = p \\ a-b = 0 \end{cases} \quad /3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b = 23 \Rightarrow a = 31 \Rightarrow c = 22$$

$$(31; 23; 22)$$

$$b = -24 \Rightarrow a = -16 \Rightarrow c = 25$$

~~27~~
~~25~~
c = -25

$$(-16; -24; 25)$$

$$2) \begin{cases} a - c = -1 \\ b - c = -p^2 \end{cases} \text{ т.е. } p^2 = 2$$

$$a - b = p^2 - 1 \Rightarrow p = 3$$

аналог. н. 1

$$\begin{cases} a + b^2 = 560 \\ a - b = 8 \end{cases} \Rightarrow b(b+1) = 2^3 \cdot 3 \cdot 23$$

$$\begin{cases} b = 23 \\ b = -24 \end{cases}$$

$$b = 23 \Rightarrow a = 31 \Rightarrow c = 32$$

$$(31; 23; 32)$$

$$b = -24 \Rightarrow a = -16 \Rightarrow c = -15$$

$$(-16; -24; -15)$$

$$3) \begin{cases} a - c = p \\ b - c = p \end{cases} \Rightarrow a - b = 0 ; 3 - \text{не мож.}$$

$$4) \begin{cases} a - c = -p \\ b - c = -p \end{cases} \Rightarrow a - b = 0 ; 3 - \text{не мож.}$$

Ответ: $(31; 23; 22); (-16; -24; 25); (31; 23; 32); (-16; -24; -15)$

-15

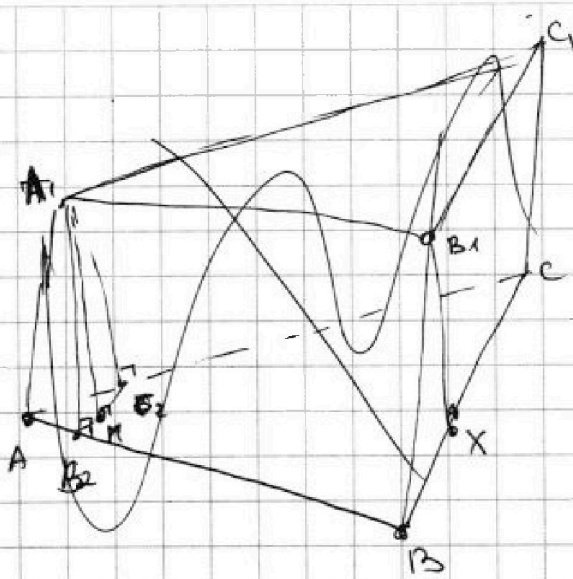


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

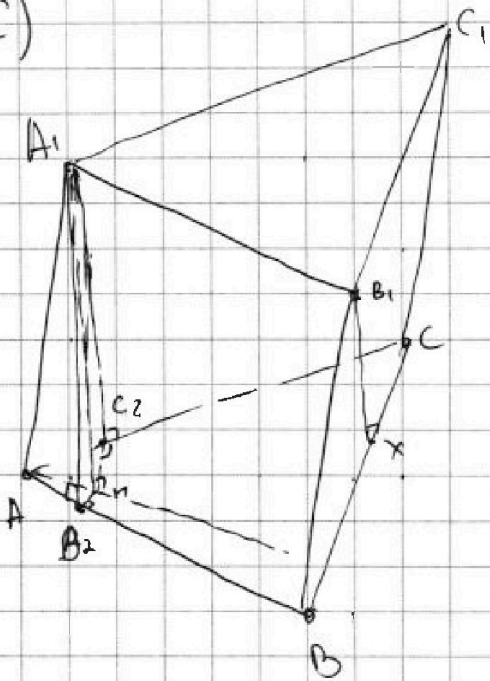
СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$S_{A_1B_1C_1} = S_{A_1B_1C_1} = 4$
 $S_{B_1C_1C} = 3$
 $ABC, A_1B_1C_1$ — основания
 $A_1B_2 \perp AB$
 $S_{A_1B_1C_1} = A_1B_2 \cdot AB = A_1B_2 = 4$
 $A_1C_2 \perp AC$
 $S_{A_1C_1C} = A_1C_2 \cdot AC = A_1C_2 = 4$
 $B_1X \perp BC$
 $S_{B_1C_1C} = B_1X \cdot BC = B_1X = 3$
 $A_1C_2 = A_1B_2 = 4$

I)



$A_1H \perp (ABC), H \in (ABC)$
 По теореме Пифагора: $AB_2 = \sqrt{AA_1^2 - A_1B_2^2} = \sqrt{AA_1^2 - A_1C_2^2} = AC_2$
 $B_2H = \sqrt{A_1B_2^2 - A_1H^2} = \sqrt{A_1C_2^2 - A_1H^2} = C_2H$

$A_1H \perp (ABC)$
 $A_1C_2 \perp AC$
 $H C_2 = \Pi_P(A_1C_2)_{ABC}$

$\left. \begin{matrix} A_1H \perp (ABC) \\ A_1B_2 \perp AB \\ HB_2 = \Pi_{P_{ABC}}(A_1B_2) \end{matrix} \right\} \Rightarrow HB_2 \perp AB$

$\left. \begin{matrix} A_1H \perp (ABC) \\ A_1C_2 \perp AC \\ HC_2 = \Pi_P(A_1C_2)_{ABC} \end{matrix} \right\} \Rightarrow HC_2 \perp AC$

$\left. \begin{matrix} \angle AC_2H = \angle AB_2H \\ AC_2H = AB_2H \\ AC_2H = B_2H \end{matrix} \right\} \Rightarrow \Delta AC_2H = \Delta AB_2H \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle C_2AH = \angle B_2AH \Rightarrow AH$

\Rightarrow I) AH — бис-са $\angle BAC$

II) AH — бис-са ΔABC
 $\Delta ABC - p/c$

$\left. \begin{matrix} AH \perp BC \\ AH \perp BC \\ (\text{т.к. } AH \perp (ABC)) \end{matrix} \right\} \Rightarrow BC \perp (AHA_1) \Rightarrow BC \perp AA_1 \Rightarrow BC \perp AB_1 (\text{т.к. } AB_1 \perp AA_1)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

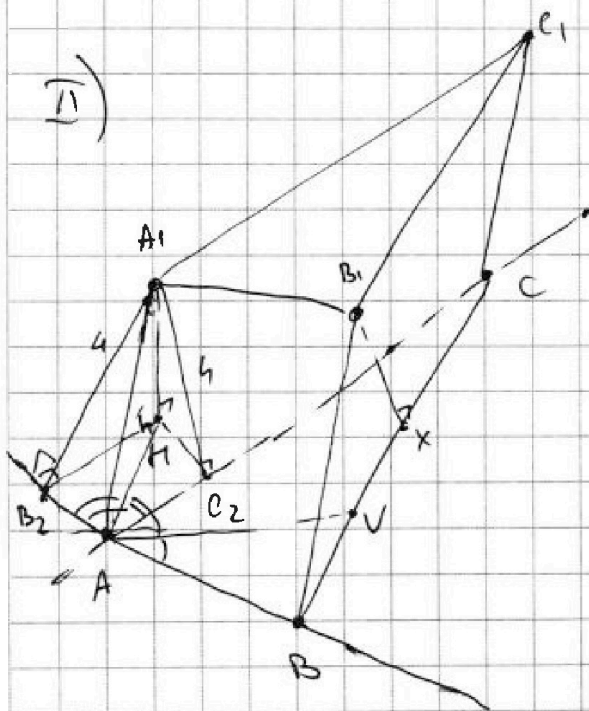
СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left. \begin{array}{l} BB_1 \perp BC \\ B_1K \perp BC \end{array} \right\} \Rightarrow BB_1 \times \in B_1 \Rightarrow BB_1 = 3 = AA_1 \quad (\text{т.к. } AA_1 \perp BB_1) \\ \text{т.к. призма}$$

Тогда в $\triangle AB_2A_1$ катет $A_1B_2 = 4 \Rightarrow$ гипотенузы $AA_1 = 3$.

Такого быть не может. Значит A лежит на внешней бис-се



т.ч. о. $C_2 \in [AC]$
 B_2 лежит на AB за пределами AB

\exists AV-бис-са $\triangle ABC$
Тогда $AH \perp AV$, т.ч.
 $\angle CAH + \angle CAV = \frac{1}{2}(\angle CAB_2 + \angle CAB) =$
 $= \frac{1}{2} \cdot 180^\circ = 90^\circ$

$\left. \begin{array}{l} AV \perp AH \\ AV \perp BC \quad (\text{т.ч. бис-са } AV) \\ AV, BC, AH \in (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow AH \parallel BC$

$$\left. \begin{array}{l} AH \parallel BC \\ AA_1 \parallel BB_1 \end{array} \right\} \Rightarrow (AA_1H) \parallel (BB_1C)$$

$$\left. \begin{array}{l} AH \parallel BC \\ AA_1 \perp AH \\ BB_1 \perp BB_1 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} A_1H \perp AH \\ B_1X \perp BC \\ AH \parallel BC \\ A_1H, AH \subset (AA_1H) \\ B_1X, BC \subset (BB_1C) \\ (AA_1H) \parallel (BB_1C) \end{array} \right\} \Rightarrow A_1H \parallel B_1X$$

$$\left. \begin{array}{l} A_1H \parallel B_1X \\ A_1, B_1 \in (A_1B_1C_1) \\ H, X \in (ABC) \\ (ABC) \parallel (A_1B_1C_1) \end{array} \right\} \Rightarrow A_1H = B_1X = 3 \Rightarrow \text{высота призмы } h = A_1H = 3.$$

Отв.: $h = 3$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

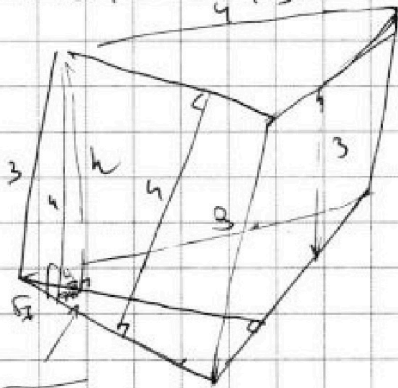
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 16 = \frac{1}{4} + 9$$

$$x^2 = \frac{1}{4} < 0$$

$$x^2 + 64 = \frac{1}{4} + 36$$

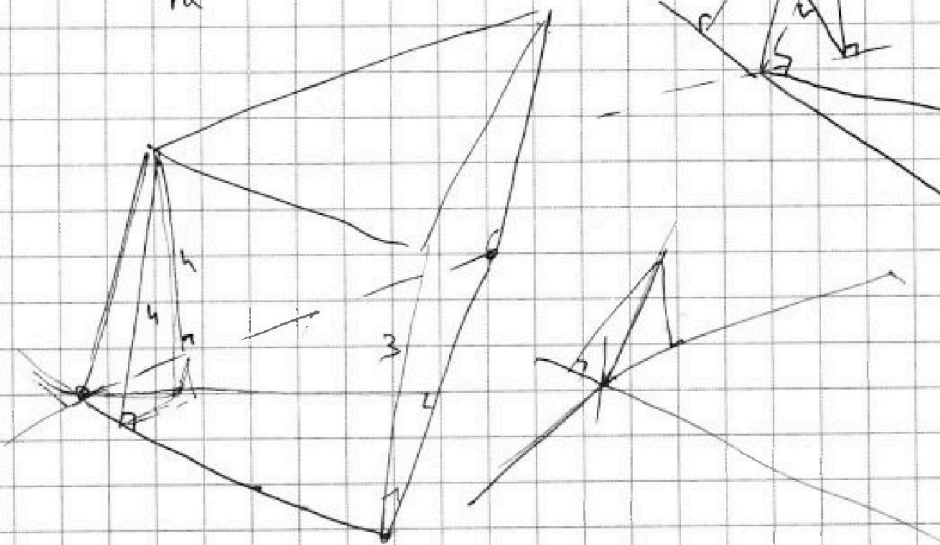
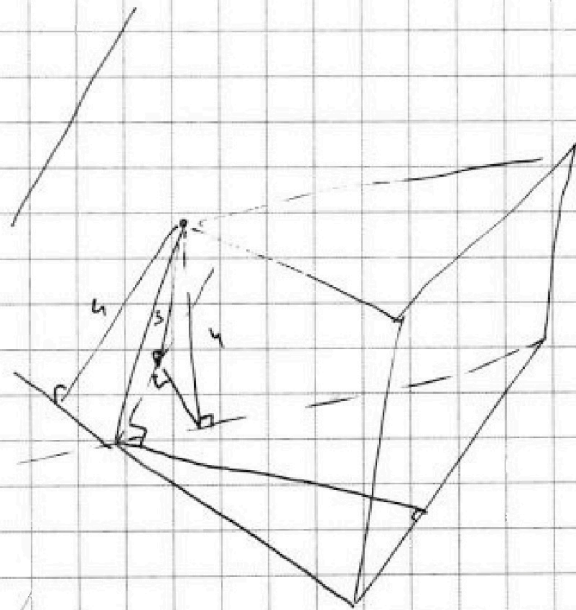
$$16 - 9 = 7$$



$$\sqrt{16 - h^2}$$

h

$$9 - h^2 = 16 - h^2 + 7$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2$$

$$15$$

→

$$\sqrt{\frac{39-35}{4^2}} = \sqrt{\frac{4}{4^2}} = \frac{1}{10} \quad \frac{-65-35}{-4^2} = \frac{100}{4^2} = \frac{25}{4^2}$$

$$\left(\frac{5}{4}\right)$$

$$4 \cdot 4$$

$$4^2 = 16 \quad \sqrt{16} = 4$$

$$100 \cdot 4 = 400$$

$$200$$

$$25 \cdot 4 \cdot 4 = 400$$

$$5 \cdot 4 = 20$$

$$x \geq -3$$

$$4 \rightarrow x+2 \geq 2-3$$

$$z \leq 7$$

$$\sqrt{20} \quad 20 \cdot \frac{5}{4} = 400 \cdot 20$$

$$\sqrt{2}$$

$$\cos(2x+x) = \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x = (2\cos^2 x - 1)\cos x - 2\cos x \sin x$$

$$= 2\cos^3 x - \cos x - 2\cos x \sin x$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = p$$

$$f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p$$

$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3 = 0$$

$$4t^2 + 4t + 1 = 0$$

$$t = -\frac{1}{2}$$

$$t = -\frac{1}{2}$$

$$f'(t) > 0$$

$$-4 + 6 - 3 - 3 = 10$$

$$\text{при } p \in [f(-1/2); f(1)] = [-4; 10]$$

$$\cos(2x+x) = \cos 3x$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\frac{AD}{CE} = ?$

$\frac{CK}{KE} = \frac{3}{10}$
 $\frac{CA}{AB} = \frac{3}{10}$

$CD^2 = CB \cdot CE$

$\frac{CD}{CB} = CE$

$\frac{ED}{AB} = \frac{EX}{XA}$

$\frac{CD}{DE} = \frac{AC}{AD} = \frac{AD}{AE}$

$\left(\frac{CD}{DE}\right)^2 = \frac{AC}{AD} \cdot \frac{AD}{AE}$

$180^\circ - (1 - \alpha + \beta - \gamma)$

$\cos(3x) = \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x =$
 $= 2\cos^2 x - \cos x - 2\sin^2 x \cdot \cos x =$
 $= 2\cos^3 x - \cos x - 2\cos x + 2\cos^3 x$

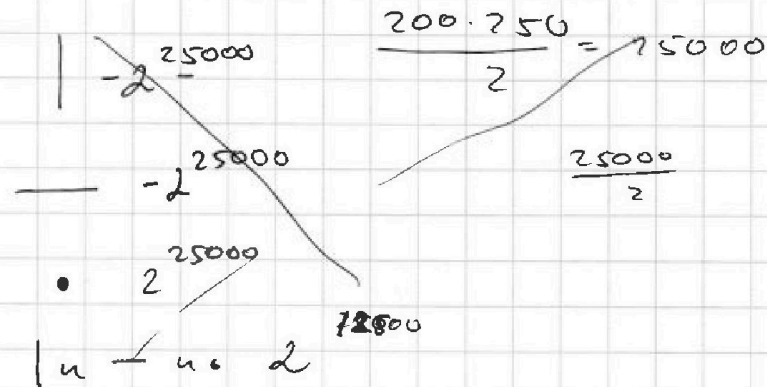
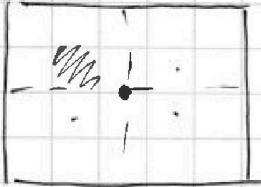


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 & | \quad C_{25000}^4 \\
 & - \quad C_{25000}^2 \\
 & \bullet \quad C_{25000}^2 \\
 & | u - u = C_{12500}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{всего: } & 3 C_{25000}^4 - 2 \cdot C_{12500}^2 \\
 & = 25000!
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 552 | 4 \\
 138 \\
 \hline
 22
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 138 | 2 \\
 69 \\
 \hline
 23
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 7^2 \\
 \hline
 49
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 138 | 2 \\
 69 \\
 \hline
 23
 \end{array}$$

$$23 \cdot 3 \cdot 3$$

$$p = 3$$

$$a - c = p = b - c$$

$$\begin{array}{r}
 552 | 4 \\
 143 \\
 \hline
 11
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 8.3 \quad ?) \quad a - c = -1 \\
 \quad \quad \quad b - c = p^2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 12 \\
 22 \\
 \hline
 34
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 23 \\
 + 23 \\
 \hline
 46
 \end{array}$$

$$3 \cdot 17 = 11$$

$$\begin{array}{l}
 a - c = p^2 \\
 b - c = 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 561 | 3 \\
 187 \\
 \hline
 189
 \end{array}$$

$$a - b = p^2 - 1 \quad | 3$$

$$a + b^2 = 560$$

$$b^2 + b = 560 - p^2 + 1$$

$$561 - p^2$$

$$b(b+1) =$$