



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен  $\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$ , тринадцатый член равен  $5-x$ , а пятнадцатый член равен  $\sqrt{(13x-35)(x+1)}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} - z + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $3 : 10$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $200 \times 250$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a > b$ ,
- число  $a - b$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a + b^2 = 560$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть  $a$  - первый член геом. прогрессии;  $q$  - ее знаменатель. Тогда если такая прогрессия существует  $b_i = a \cdot q^{i-1}$  где  $b_i$  -  $i$ -ый член геом. прогрессии.  
По условию (мы работаем в О.О.З.)

$$b_7 = a q^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$b_{13} = a q^{12} = 5 - x$$

$$b_{15} = a q^{14} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$\begin{aligned} b_{11} &= \sqrt{b_7 \cdot b_{15}} = \sqrt{a^2 q^{20}} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3} \cdot \sqrt{(13x-35)(x+1)}} \\ &= \sqrt{\frac{13x-35}{x+1}} \end{aligned}$$

$$b_9 = \sqrt{b_7 \cdot b_{11}} = a \cdot q^8 = \sqrt{\frac{13x-35}{x+1} \cdot \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^2}} = \frac{\sqrt{13x-35}}{x+1}$$

$$\text{Тогда } q^2 = \frac{b_9}{b_7} = \frac{a q^8}{a q^6} = \frac{\frac{\sqrt{13x-35}}{x+1}}{\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}} = \frac{\sqrt{(x+1)^3}}{x+1} = \sqrt{x+1}$$

$$q = \sqrt[4]{(x+1)}$$

По условию

$$b_{15} = a \cdot q^{12} = b_7 \cdot q^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot (x+1) \cdot \sqrt{x+1} = 5 - x$$

$$13x - 35 = 5 - x$$

$$14x = 40$$

$$x = \frac{40}{14}$$

Проверим при  $x = \frac{40}{14}$

Заметим, что этот  $x$  удовлетворяет

условию (О.О.З.) соответствует, а тк при

вычислении  $x$  мы пользовались формулой из условия и "подставляем" / ищем  $x$  / проверим

ответ:  $\frac{40}{14}$  При этом условием не



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда знаменатель этой дроби  
 $q = \sqrt[4]{\frac{40}{14} + 1}$   
мы так собираем по известности.  
Ответ:  $\frac{40}{14}$   
Она подсказывает, что



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Раскроем <sup>меньше</sup> ~~минус~~ <sup>работаем на ОДЗ</sup> ~~выражение~~.

Заметим, что так правая часть  $\sqrt{169 - z^2}$ ,

$z^2 > 0$ , то  $\sqrt{169 - z^2} \leq 13$  всегда.

1) ~~Рассуж.~~ Если  $y \geq 12$ , то

$y + 1 + 3y - 36 = 4y - 35$ , так  $y \geq 12$ , то

$4y - 35 \geq 48 - 35 = 13$  - минимальное значение левой части, но  $\sqrt{169 - z^2} \leq 13$ . Тогда для

б точности ~~равен~~  $13$

$y = 12$   $z = 0$ . Возьмем  $b$  больше

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{x+3}\sqrt{4-x}$$

Пусть  $a = \sqrt{x+3}$ ;  $b = \sqrt{4-x}$ ;  $a \geq 0$ ;  $b \geq 0$

Тогда уравнение  $\circ$  или  $x_0$  - верно  $\circ$

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$5 = 2ab - a + b$$

Возьмем  $\circ$   $b$  квадрат, корни ~~исходного уравнения~~

$$25 = 4a^2b^2 + a^2 + b^2 - 4a^2b + 4ab^2 - 2ab$$

$$a^2 + b^2 = 1 + 3 + 4 - x = 2$$

$$9 = 2a^2b^2 + ~~4a^2b^2~~ - 2a^2b + 2ab^2 - 2ab$$

$$9 = 2ab(2ab - a + 2b - 1)$$

Заметим, что  $\circ$   $b$  корни ~~перезаписано~~ ~~или~~

$$\text{верно } a - b = 2ab - 5$$

$$\rightarrow 2a + 2b = 10 - 4ab$$

Заметим, корни

исходного уравнения (Возьмем  $\circ$   $b$  ~~будут~~ ~~линия~~)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$g = ab(2ab + 10 - 4ab - 1)$$

$$g = ab(-2ab + 9)$$

Заменим  $ab = t$ ;  $t > 0$

$$0 = -2t^2 + 9t - 9$$

$$2t^2 - 9t + 9 = 0$$

$$D = 81 - 72 = 9$$

$$t_1 = \frac{9+3}{4} = 3$$

$$t_2 = \frac{9-3}{4} = 1,5$$

$$ab = 3$$

или

$$ab = 1,5$$

$$\sqrt{12+x-x^2} = 3$$

$$\sqrt{12+x-x^2} = 1,5$$

$$3+x-x^2 = 0$$

$$12+x-x^2 = 2,25$$

$$x^2 - x - 3 = 0 \quad D = 13$$

$$9,75+x-x^2 = 0$$

$$x_1 = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$$

$$x^2 - x - 9,75 = 0 \quad D = 1+39 = 40$$

$$x_2 = \frac{1-\sqrt{13}}{2} \quad \text{но } x > -3$$

$$x_3 = \frac{1+\sqrt{40}}{2} < 4$$

$$x_1 = \frac{1+\sqrt{13}}{2} < \frac{1+\sqrt{16}}{2} < 4$$

$$x_4 = \frac{1-\sqrt{40}}{2} > \frac{1-\sqrt{16}}{2} > -3$$

$$x_2 = \frac{1-\sqrt{13}}{2} > \frac{1-\sqrt{16}}{2} > -3$$

$$x_3, x_4 \in X$$

$$x_1, x_2 \in \text{O.D.}$$

Проверим.  $x_1 = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$

$$\sqrt{3,5 + \frac{\sqrt{13}}{2}} - \sqrt{3,5 - \frac{\sqrt{13}}{2}} = 2 \cdot 3 + 5$$

Видно, что все члены четны.

Видно

$$3,5 + \frac{\sqrt{13}}{2} + 3,5 - \frac{\sqrt{13}}{2} - 2\sqrt{3,5 + \frac{\sqrt{13}}{2}} \sqrt{3,5 - \frac{\sqrt{13}}{2}} = 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-2 \sqrt{\frac{(7+\sqrt{13})(7-\sqrt{13})}{4}} = -6 \quad \checkmark \text{ корнем}$$

Проверим  $x_2 = \frac{1-\sqrt{13}}{2}$

$$\sqrt{3,5 - \frac{\sqrt{13}}{2}} - \sqrt{3,5 + \frac{\sqrt{13}}{2}} = 6$$

Заметим, что радикалы  $x$  не могут

Проверим  $x_3 = \frac{1+\sqrt{40}}{2}$

$$\sqrt{3,5 + \frac{\sqrt{40}}{2}} - \sqrt{3,5 - \frac{\sqrt{40}}{2}} = 3 - 5 = -2$$

Заметим, что левая часть меньше нуля, а правая часть

$$\sqrt{3,5 - \frac{\sqrt{40}}{2}} - \sqrt{3,5 + \frac{\sqrt{40}}{2}} = -2$$

Возведем в квадрат

$$3,5 - \frac{\sqrt{40}}{2} + 3,5 + \frac{\sqrt{40}}{2} - 2 \sqrt{3,5 - \frac{\sqrt{40}}{2}} \cdot \sqrt{3,5 + \frac{\sqrt{40}}{2}} = 4$$

$$-2 \sqrt{\frac{(7-\sqrt{40})(7+\sqrt{40})}{4}} = -3 \quad \checkmark \text{ корнем}$$

при  $y \geq 12$  только эти решения:

2) если  $y < 12$ ,  $y \geq 1$

$$y + 1 + 3y + 36 = 37 - 2y > 13 \text{ при таких}$$

$y$  нет решений, так как  $\sqrt{169 - 2^2} \in \mathbb{Z}$  нет решения

если  $y < 1$

3)  $-y - 1 - 3y + 36 = -4y + 36 \geq 13$  при

любом  $y$  нет решения



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит  $x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}$  или  $x = \frac{1 - \sqrt{40}}{2}$   
Ответ:  $\frac{1 + \sqrt{13}}{2}$ ;  $\frac{1 - \sqrt{40}}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

Заметим

$$4\cos^3 x - 3\cos^2 x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = p$$

Рассмотрим какие значения может принимать левая часть.

$$\text{Заметим } \cos x = t \quad -1 \leq t \leq 1$$

$$4t^3 + 3t + 6t^2 - 3 = f(t) \quad \text{Обозначим за функцию}$$

Продифференцируем, чтобы найти ~~на~~  
возрастание/убывание функции на

$$\text{интервале } -1 \leq t \leq 1$$

$$12t^2 + 3 + 12t = f'(t)$$

$$3((2t+1)^2) = 0$$

$$2t+1$$

$$t = -\frac{1}{2}$$

Производная имеет корень только  
один раз при  $t = -\frac{1}{2}$ . Значит функция

возрастает на отрезке  $[-1, -\frac{1}{2}]$ . Функция  
убывает на отрезке  $[-\frac{1}{2}, 1]$ . Функция  
принимает во значениях от  $f(-1)$  до  $f(1)$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Такая она принимает значения от  $f(-1) = -4$   
 $f(1) = 10$  и т.к.  $\cos x$  принимает все  
 значения от  $-1$  до  $1$ , то  
 $4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3$  принимает  
 значения от  $[-4; 10]$ . А значит, если  
 заданное уравнение имеет хотя бы 1  
 решение, то  $p \in [-4; 10]$   
 Ответ: а) при  $p \in [-4; 10]$   
 б) наименьшее значение. Пусть это  $x_0$ .

Пусть

$$4t^3 + 3t + 6t^2 - 3p = (t - x_0)(t^2 + at + b)$$

$$t^3 + \frac{3}{4}t + \frac{3}{2}t^2 - \left(\frac{3+p}{4}\right) = t^3 + at^2 + bt - x_0t^2 - x_0at - x_0b$$

$$\begin{cases} a - x_0 = \frac{3}{2} \\ b - x_0a = \frac{3+p}{4} \\ +x_0b = \frac{3+p}{4} \end{cases}$$

Тогда  $a = \frac{3}{2} + x_0$

$$b - x_0\left(\frac{3}{2} + x_0\right) = \frac{3+p}{4}$$

$$b = \frac{3}{2}x_0 + x_0^2 + \frac{3+p}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a-c)(b-c) = p^2. \text{ Отсюда тк } a, b, c \in \mathbb{Z}$$

$$1) a-c = p \quad b-c = p$$

$$a = c+p \quad b = c+p, \text{ но } a > b \text{ не верно}$$

$$2) a-c = -p \quad b-c = -p$$

$$a = c-p \quad b = c-p, \text{ но } a > b \text{ не верно}$$

$$3) a-c = 1 \quad b-c = p^2$$

$$a = c+1 \quad b = c+p^2, p \geq 2, \text{ но } a > b \text{ не верно}$$

$$4) a-c = -p^2 \quad b-c = -1$$

$$a = c-p^2 \quad b = c-1, \text{ но } a > b \text{ не верно}$$

$$5) a-c = p^2 \quad b-c = 1$$

$$a = p^2 + c \quad b = c+1$$

еще  $p \neq 3$ , то  $a-b = p^2 - 1 \equiv 0 \pmod{3}$ , тк  $p^2 \equiv 1 \pmod{3}$   
по м. Г. Ферма  $((p, 3) = 1)$  Прот  
увариш

Тогда  $p = 3$

$$a = c+9 \quad b = c+1. \text{ Попробуем по условию}$$

$$c+9 - (c+1)^2 = 560$$

$$c^2 + 3c + 10 = 560$$

$$c^2 + 3c - 550 = 0$$

$$D = 26209 = 47^2$$

$$c_1 = \frac{-3+47}{2} = 21$$

$$c_2 = \frac{-3-47}{2} = -25$$

Тогда  $a_1 = 21; a_2 = 30; b_1 = 22$  - нецелым

$(a = -25; a_2 = -17); b = -24$  - нецелым.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b) a - c = -1$$

$$b - c = -p^2$$

$$a = c - 1$$

$$b = c - p^2$$

Заметим, что при  $p \neq 3$   $a - b \equiv p^2 - 1 \equiv 0 \pmod{3}$

Где-то.

по м.т. 90-ем  
(p, 3) = 1

Тогда  $p = 3$

$$a = c - 1$$

$$b = c - 9 \quad \text{Решим}$$

$$c - 1 + c^2 - 18c + 81 = 560$$

$$c^2 - 17c = 480$$

$$D = 2209$$

$$c_1 = \frac{17 + 47}{2} = 32$$

$$c_2 = \frac{17 - 47}{2} = -15$$

Тогда  $c_1 = 32$ ;  $a_1 = 31$ ;  $b_1 = 23$  - подходит условие

$$c_2 = -15; a_2 = -16; b_2 = -24$$

✶ & мы можем рассмотреть все случаи, но дальше прекратим

$$\text{Ответ: } c_1 = 32; a_1 = 31; b_1 = 23$$

$$c_2 = -15; a_2 = -16; b_2 = -24$$

$$c_3 = 21; a_3 = 30; b_3 = 22$$

$$c_4 = -25; a_4 = -17; b_4 = -24$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(x) = 2\sqrt{x+3}\sqrt{4-x} - \sqrt{x+3} + \sqrt{4-x} \quad 12+x-x^2$$

$$f'(x) = \frac{2 \cdot (2x+1)}{2\sqrt{12+x-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{x+3}} + \frac{1}{2\sqrt{4-x}}$$

$$-4x+2 - \sqrt{x+4} + \sqrt{x+3} = 0$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{x+4} = 4x-2$$

$$5 = 2\sqrt{x+3}\sqrt{4-x} + \sqrt{4-x} + \sqrt{x+3}$$

$$25 = 4(12+x-x^2) + 4-x - x-3$$

$$+ 2(x+3)\sqrt{x(4-x)} + 2(4-x)\sqrt{x+3}$$

$$-24 = 4x - 4x^2 - x - x$$

$$-24 = 2x - 4x^2 - 2(x+3)\sqrt{x}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{x+3}\sqrt{4-x}$$

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$5 = 2ab - a + b$$

$$25 = 4a^2b^2 + a^2 + b^2 - 4a^2b + 4b^2a - 2ab$$

$$18 = 4a^2b^2 - 4a^2b + 4b^2a - 2ab$$

$$9 = 2a^2b^2 - 2a^2b + 2b^2a - ab$$

$$9 = ab(2ab - 2a + b + 1)$$

$$9 = ab(2a+b) \quad a+b = 2ab - 5$$

$$2a - 2b = 4ab - 10$$

$$-4ab + 10 = -1$$

81-

$$ab(4ab + 9) = 9$$

$$-4x^2 + 9x - 9 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Посчитаем количество центральных раскрасок. Возьмем четверть поля. Обязательно, что каждая из этих раскрасок

Посчитаем количество раскрасок относительно осей симметрии ~~и~~ ширины 100. Выберем 4 клетки, которые закрасим на одной половине, остальные закрасятся симметрично. Значит раскрасок  $\binom{4}{2} = 6$ .

Аналогично для осей симметрии ширины. Теперь посчитаем количество раскрасок симметричных или от одной оси симметрии ширины, или от второй  $2 \binom{4}{1} = 8$ . Заметим, что мы дважды учли раскраски симметричные обеим осям симметрии ширины. Посчитаем их. Выделим четверть ширины. Заметим, что каждая из этих раскрасок симметрична  $\binom{2}{1} = 2$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

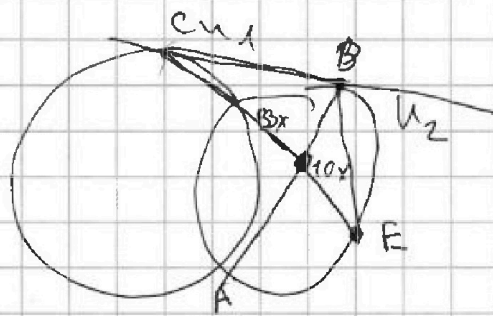
- 1  
  2  
  3  
  4  
  5  
  6  
  7

СТРАНИЦА  
из

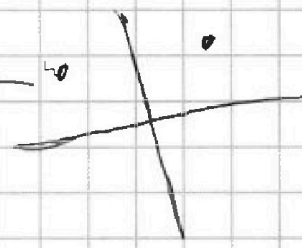
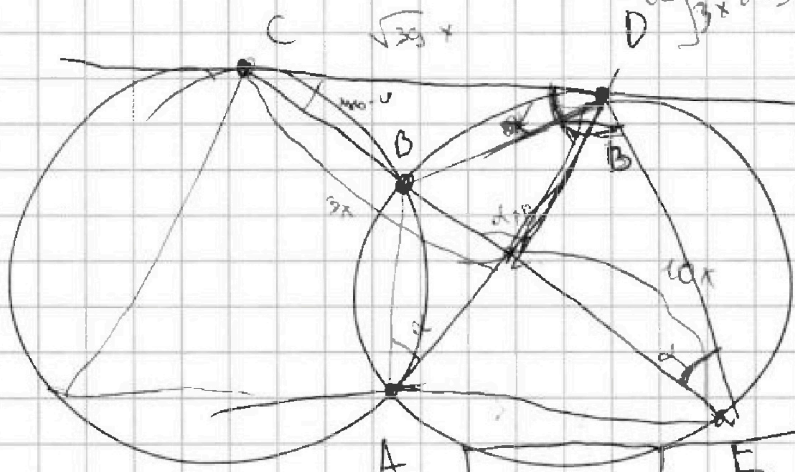
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Чертова 3  $5 = \sqrt{x+3} (\sqrt{u-x} + 1) + \sqrt{u-x} (\sqrt{x+3} - 1)$

$$4t^2 + 6t^2 + 3t - 3 - p = 0$$



$CE = CB = CD = \sqrt{39}x = (1)$   
 $DE = 3x = 13x$



$$\sqrt{x+3} - \sqrt{u-x} = 2\sqrt{x+3} \sqrt{u-x}$$

$$2\sqrt{x+3} \sqrt{u-x}$$

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$\frac{a^2 + b^2 + 25}{a + b} = 2ab$$

$$-2ab - 10b + 20a$$

$$\frac{1}{(x+3)(u-x)} - \frac{1}{\sqrt{x+3}} + \frac{1}{\sqrt{u-x}}$$

16

$$3/2 - 2ab - 10b + 20a = \sqrt{8} + 4x - 4x^2$$

$$5 = 2\sqrt{x+3} \sqrt{u-x} - \sqrt{x+3} + \sqrt{u-x}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = a q^b \quad -1 -3 + 6 = 3 \quad q^b = \frac{5-x}{(x+1)^3} \quad 4 + 3 + 6 = 13$$

$$5-x = a q^{12}$$

$$a q^{14} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$a q^{10} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)}} \cdot 11-6 \cdot a q^6$$

$$\frac{13x-35}{(x+1)^{15}} = \sqrt[15]{13x-35}$$

$$y^2$$

$$4t^3 + 6t^2 + 6t - 3$$

$$12t^2 + 12t + 6 = 0$$

$$2t^2 + 2t + 1 = 0$$

$$4t^2 + 4t + 1 = 0$$

$$\sqrt{a \cdot q^6 \cdot a q^{10}} = a q^8 = \sqrt{\frac{(13x-35)}{(x+1)^2}} = \frac{\sqrt{13x-35}}{x+1}$$

$$5-x = a q^{12} = a q^{12}$$

$$5-x = a(x+1)^3$$

$$a_{13} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot q^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot (x+1) \sqrt{x+1}$$

To do: доказать, что  $\frac{40}{14}$  не делится.

$$i \sin 3x + \cos 3x = (\cos x + i \sin x)^3 = \cos^3 x + 3i \sin x \cos^2 x - 3 \sin^2 x \cos x -$$

$$\cos 3x = \cos^3 x - 3 \sin^2 x \cos x$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos^2 x - 3 + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 6 \cos x - 3 = p$$

To do





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

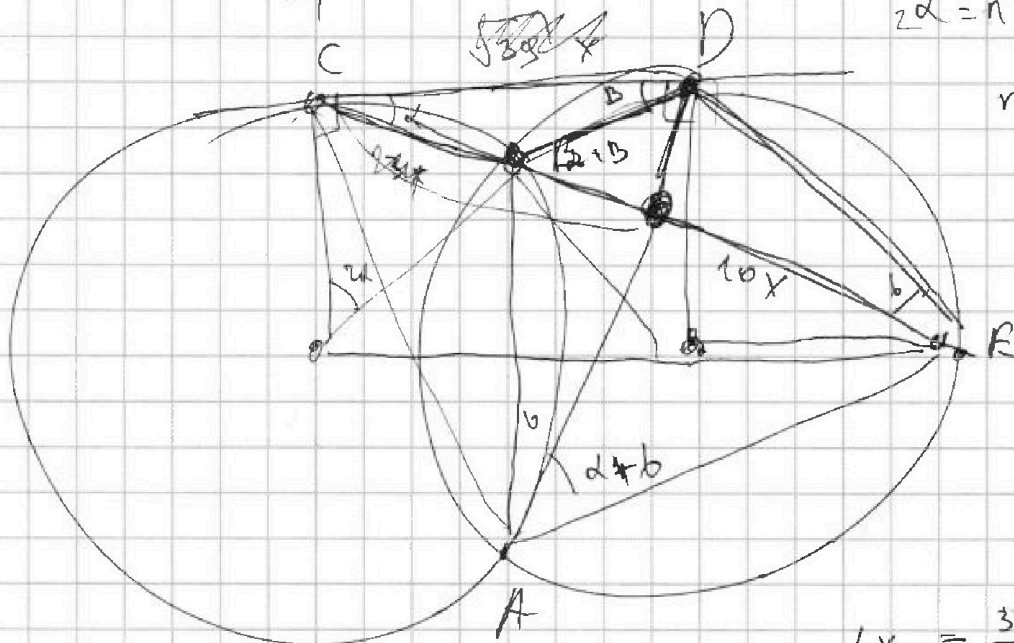
- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда знаем членов этой прогрессии  
 $q = \sqrt{\frac{40}{74} + 1}$   
 Ответ:  $\frac{40}{74}$   
 $a = \frac{b^2}{b^2}$  (вычитается)

$2\alpha = \pi - \angle E - \angle D$   
 $n$



$4t^3 + 3t + 6t^2 - 3 = p$

$6x_0 = \frac{3+p}{4}$

$t^3 + \frac{3}{4}t + \frac{3}{2}t^2 - \left(\frac{3+p}{4}\right)$

$(t - x_0)(t^2 + at + b)$

$t^3 + at^2 + bt - x_0t^2 - x_0at + x_0$

$-x_0t^2 - x_0at + x_0b$

$a - x_0 = \frac{3}{4} \quad a = \frac{3}{4} + x_0$

$b - x_0a = \frac{3}{2}$

$x_0b = \frac{3+p}{4}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  
  2  
  3  
  4  
  5  
  6  
  7

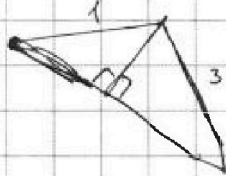
СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

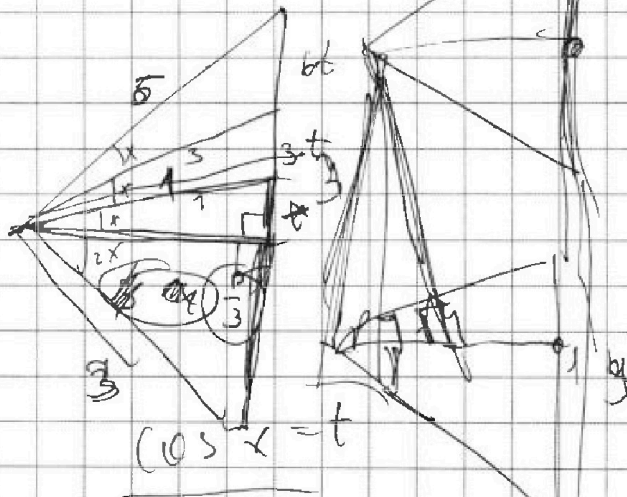
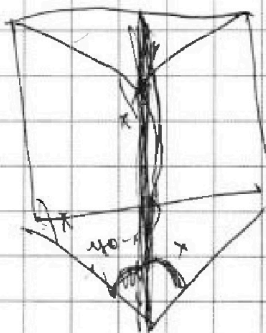
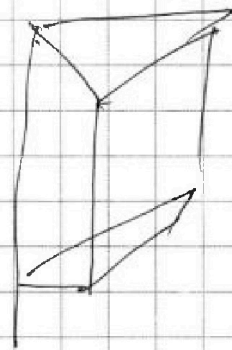
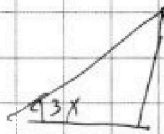
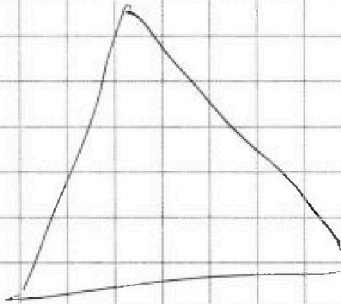
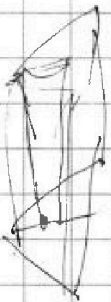
$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3 = p$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3 = p$$

$$\cos x (4 \cos^2 x + 6 \cos x + 3) = (p+3)$$



$$36 - 10t^2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a > b$$

$$a - b \neq 3$$

$$c^2 + 3c - 550 = 0$$

$$(a-c)(b-c) - \text{какая}$$

$$D = 9 + 2200$$

$$\underline{2209}$$

Заметим, что

$$a - c = p$$

$$b - c = p - 5$$

$$\sqrt{y-x} = -\sqrt{x+3+5}$$

$$\text{т.к. } a > b \rightarrow$$

Пусть

$$a = p^2$$

$$b = 1$$

$$\begin{array}{r} 43 \\ -43 \\ \hline 129 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 43 \\ -43 \\ \hline 129 \end{array}$$

$$a = -p^2$$

$$b = -1$$

$$\begin{array}{r} 129 \\ -129 \\ \hline 1849 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 129 \\ -129 \\ \hline 1849 \end{array}$$

$$a = 1$$

$$b = p^2$$

$$\begin{array}{r} 16249 \\ -16249 \\ \hline 1849 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1849 \\ -1849 \\ \hline 47 \end{array}$$

$$a = -1$$

$$b = -p^2$$

$$\begin{array}{r} 1849 \\ -1849 \\ \hline 47 \end{array}$$



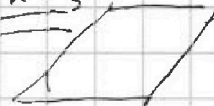
$$p^2 + c + c^2 + 2c + 1$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 480 \\ 4 \\ \hline 1920 \\ 289 \\ \hline 2209 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 17 \\ -17 \\ \hline 119 \\ 17 \\ \hline 289 \end{array}$$

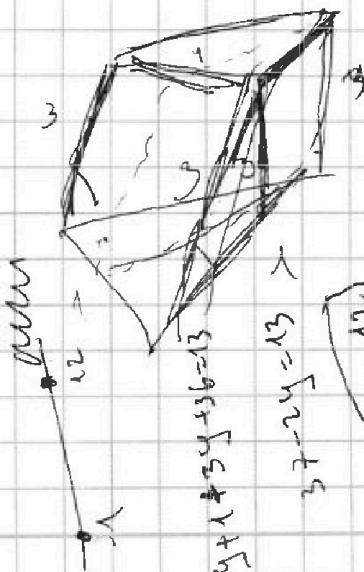
$$\begin{array}{r} 3 \\ 47 \\ -47 \\ \hline 329 \\ 18 \\ \hline 2209 \end{array}$$

$$\sin A = \frac{4}{5}$$



$$y + 1 + 3y - p \rightarrow 13$$

$$4y + 1 + 3y - p \rightarrow 13$$



$$y + 1 + 3y + 36 = 13$$

$$37 - 2y = 13$$

$$y = 12$$

$$-y - 1 + 3y + 36 = 13$$



$$a - b + 5 = 2ab$$

$$a = \frac{b+5}{2b-1}$$

$$a(2b-1) = b+5$$

$$a = \frac{b+5}{2b-1}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что при повороте симметрично относительно одной из двух центральных линий. Мы считаем симметрично относительно центра. Заметим, что для подсчета кол-во таких раскрасок мы считаем ~~только~~ ~~только~~  
~~только~~ раскраски симметрично одной из ~~двух~~ ~~двух~~ средних линий, другой ч ~~используем~~ (если раскраска симметрична относительно двух средних линий) (~~то~~ ~~то~~ Воспользуемся ~~тем~~ ~~тем~~, что если раскраска симметрична относительно двух средних линий, то она симметрична относительно центра, это очевидно!)

Така подсчитаем кол-во способ расставить около средине линии стороны ширины 200. Очевидно, что нам надо выбрать 4 метки из одной половины поля, а остальные посчитаются симметрично. ~~теперь~~ раскраска

$$C^4_{100-250}$$

Кол-во способ расставить около стороны ширины 250 считается аналогично

$$C^4_{100+250}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$5 = 2ab - a + b \quad \wedge^2$$

$$25 = 4a^2b^2 + \underbrace{a^2 + b^2} - 4a^2b + 4ab^2 - 2ab$$

$$g = 2a^2b^2 - 2a^2b + 2ab^2 - ab$$

$$g = ab(2ab - 2a + 2b - 1)$$

$$a - b = 2ab + 5$$

$$\begin{aligned} -a + b &= 5 - 2ab \\ \text{" } 10 - 4ab \end{aligned}$$

$$36 + 3 = 39$$

$$g = ab(-2ab + g)$$

$$\sqrt{\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2} + 3\right) \left(4 - \frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)}$$

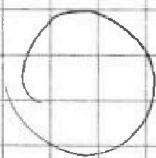
$$\sqrt{12 + \left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right) - \left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)^2}$$

$$\frac{1 + 2\sqrt{13} + 13}{2}$$

$$3,5 + \sqrt{13}$$

$$-\sqrt{4 - \frac{1+\sqrt{13}}{2}}$$

$$+ \sqrt{\frac{1 + \sqrt{13}}{2} + 3} + 5$$



$$3,5 + \sqrt{\quad}$$

$$3,5 + \sqrt{\quad}$$