



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен  $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2}}$ , десятый член равен  $x+4$ , а двенадцатый член равен  $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $9 : 25$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $150 \times 200$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a > b$ ,
- число  $a - b$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a + b^2 = 820$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{II. } 15x + 6 \leq 0.$$

$$\begin{cases} x^2 + 3x + 22 = 0. \\ x \geq -4. \end{cases} \quad \begin{cases} \begin{cases} x = -1 \\ x = -22 \end{cases} \leftarrow \text{не} \\ x \geq -4 \end{cases} \Leftrightarrow x = -1.$$

Ответ:  $\begin{cases} x = 5 \\ x = -1 \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

b - первый знак. проог.  $\approx$

a - знак. проог.

~~Знаменатель, это если один элемент, по и все 0, а такое быть не может~~

$$bq^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}; bq^9 = x+4; bq^{11} = \sqrt{(15x+6)(x-3)^4}$$

$$q^{11} = \frac{bq^{11}}{bq^3} = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)^4}}{\sqrt{15x+6}} \Rightarrow q^8 = (x-3)^2 \Leftrightarrow q^2 = \sqrt{|x-3|}$$

ОДЗ:  ~~$x-3 \geq 0$~~   ~~$15x+6 \geq 0$~~

$$(15x+6)(x-3) \geq 0, x \neq 3$$

$$(x + \frac{2}{5})(x-3) \geq 0, x \neq 3$$

$$x \in (-\infty, -\frac{2}{5}] \cup [3; +\infty)$$

$$\text{Т.к. } q^2 = \sqrt{|x-3|} \Rightarrow q^6 = \sqrt{|(x-3)^3|}$$

$$\frac{bq^9}{bq^3} = q^6 = \frac{(x+4)\sqrt{|x-3|^3}}{\sqrt{|15x+6|}} = \frac{(x+4) \cdot q^6}{\sqrt{|15x+6|}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x+4}{\sqrt{|15x+6|}} = \sqrt{|x-3|} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+4)^2 = |15x+6| \\ x+4 \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 15x+6 \geq 0 \\ x^2 - 7x + 10 = 0 \\ x+4 \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 7x + 10 = 0 \\ x+4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=2 \\ x+4 \geq 0 \end{cases} \leftarrow \text{не подходит по ОДЗ}$$

$$\Rightarrow x=5$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{-3 + 2\sqrt{15}}{2} \\ b = \frac{\sqrt{15} + 3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 + \sqrt{5} \\ b = \sqrt{5} - 1 \end{cases} \quad \text{и} \quad x = 5 - 2\sqrt{15}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 - \frac{3}{2}\sqrt{15} \\ x = 2\sqrt{5} - 1 \end{cases}$$

Ответы:

$$\begin{cases} x = -1 - \frac{3}{2}\sqrt{15} \\ y = 35 \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x = 2\sqrt{5} - 1 \\ y = 35 \\ z = 0 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Оценим выражение  $\sqrt{225 - z^2}$ .  
 ~~$\sqrt{225 - z^2}$~~  тк  $15^2 = 225$ , то  $\sqrt{225 - z^2} = \sqrt{15^2 - z^2}$   
 $\Rightarrow \sqrt{15^2 - z^2} \leq \sqrt{15^2} = 15 \Rightarrow |y - 20| + 2|y - 35|$   
 $\leq 15$ . ~~Расскроем~~  $|y - 20| + 2|y - 35| =$   
 $= |y - 20| + |y - 35| + |y - 35|$ . Заметим,  
 что  $|y - 20| + |y - 35| \geq |(y - 20) - (y - 35)| = 15$ .  
 $\Rightarrow |y - 20| + 2|y - 35| \geq 15 + |y - 35| \Rightarrow$   
 $y = 35 \Rightarrow |y - 20| + 2|y - 35| = 15 \Rightarrow \sqrt{225 - z^2}$   
 $\Rightarrow z^2 = 0 \Rightarrow z = 0$ .

2.  $\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$  (тк  $y, z$  могут  
 произвольно определяться).

$\sqrt{x+7} = a \geq 0 \Rightarrow ab = \sqrt{(x+7)(5-x)} = \sqrt{35-2x-x^2}$   
 $\sqrt{5-x} = b \geq 0$   
 $\begin{cases} a - b + 6 = 2ab \\ a^2 + b^2 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 2b + a^2 + b^2 - 4ab = 0 \\ a^2 + b^2 = 12 \end{cases}$   
 $\Leftrightarrow \begin{cases} (a-b)^2 + (a-b)^2 = 2ab \\ a^2 + b^2 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-b)(a+b) = 2ab \\ a^2 + b^2 = 12 \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b-a-6 = -2ab \\ a^2+b^2=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (b-a)+6 = (b-a)^2 \text{ (приведем к виду } a^2+b^2) \\ a^2+b^2=12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (b-a)^2 - (b-a) - 6 = 0 \in \mathbb{K} \text{ в } \text{ур. } 0^{\circ} \text{ и } (b-a) \\ a^2+b^2=12 \end{cases} \quad D=25.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b-a=3 \\ b-a=-2 \\ a^2+b^2=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=a+3 \\ b=a-2 \\ a^2+b^2=12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+(a+3)^2=12 \\ b=a+3 \\ a^2+(a-2)^2=12 \\ b=a-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+6a+3=0 \\ b=a+3 \\ 2a^2-4a-8=0 \\ b=a-2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \pm 2\sqrt{3} \\ b = a+3 \\ a = -3 - 2\sqrt{3} \leftarrow \text{не подходит, } a < 0 \\ a = 1 + \sqrt{5} \\ a = 1 - \sqrt{5} \\ b = a-2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \pm 2\sqrt{5} \\ b = a+3 \\ a = 1 \pm \sqrt{5} \\ a = 1 - \sqrt{5} \\ b = a-2 \end{cases} \leftarrow \text{не подходит, } a < 0.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 6 \cos^3 x = 3 \cos 2x + p.$$

$$\cos 3x + 6 \cos^3 x - 3 \cos 2x = 4 \cos^3 x + 3 \cos x - 6 \cos^2 x + 3 = p.$$

$$\cos x = t; \quad t \in [-1; 1].$$

$$f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3.$$

$$f'(t) = 12t^2 - 12t + 3 = 12\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0 \Rightarrow f \uparrow$$

$$\Rightarrow f(t) \uparrow. \Rightarrow f(t) \in [f(-1); f(1)]$$

$$f(-1) = -10.$$

$$f(1) = 4. \Rightarrow p \text{ принимает все значения от } -10$$

$$p \in [-10; 4].$$

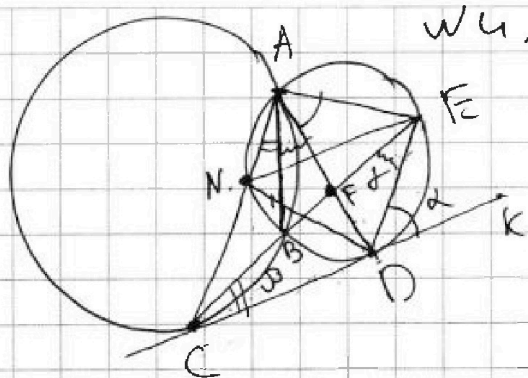


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



или  $\frac{CF}{FE} = \frac{9}{25}$ .

$\angle EDK = \angle EAD$  тк. угол между кас. и хордой.

Аналогично  $\angle BCD = \angle BAC$ , а  $\angle BAF = \angle BEF$  тк. впис.  $\Rightarrow \angle \beta + \gamma = \alpha$  тк.

$\alpha$  - внешний в  $\triangle KDE \Rightarrow AD$  - дуга.

$\angle EAC$ .  $N$  - точка пер.  $AC$  с  $\omega_2$  (огл. от  $A$ )

тогда  $\angle NEB = \angle BAN$  (тк. впис.)  $= \angle BCD \Rightarrow$

$NE \parallel CD$ . А еще  $ND = DE$  тк.  $AD$  - дуга  $\Rightarrow$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{ND}{CD}, \text{ по тт } \sin \triangle CND. \frac{CD}{\sin \angle CND} = \frac{ND}{\sin \angle NCD}$$

$$\Rightarrow \frac{CD}{ND} = \frac{\sin \angle DNC}{\sin \angle NCD} = \frac{\sin \angle DNK}{\sin \angle ANE}$$

$$(\text{из } \triangle NE \parallel CD) = \frac{\sin \angle AED}{\sin \angle ADE} \text{ (из впис.)} = \frac{AD}{AE}$$

$$= \frac{\sin \angle ADC}{\sin \angle ADE} \text{ (тк. } \angle AED = \angle ADC \text{ из угла между кас. и хордой)}$$

$$= \frac{CD}{ED} = \frac{\sin \gamma}{\sin \beta} \text{ (тк. теор. синусов)}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \angle ADC}{\sin \angle ADE} = \frac{\sin \gamma}{\sin \beta}$$



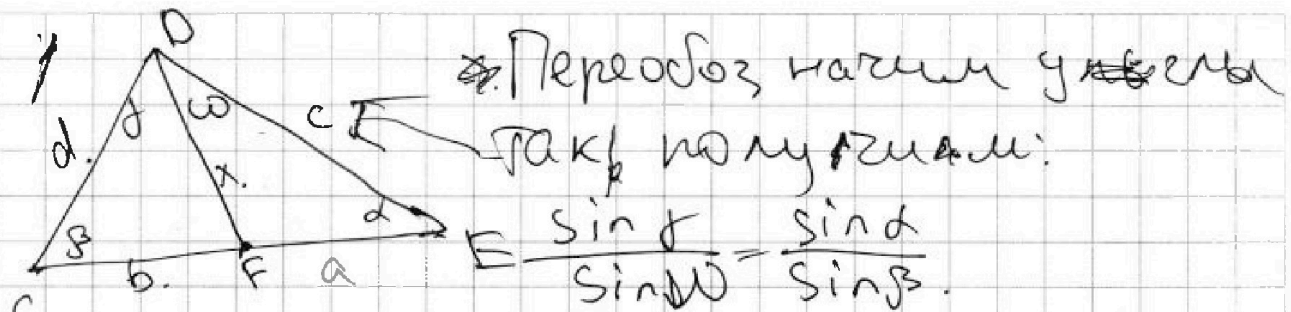
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Запишем несколько Th sin:

$$\frac{a}{\sin \omega} = \frac{x}{\sin \alpha} \Rightarrow x = \frac{a \cdot \sin \alpha}{\sin \omega} (\triangle ADFE)$$

$$\frac{b}{\sin \gamma} = \frac{x}{\sin \beta} \Rightarrow x = \frac{b \cdot \sin \beta}{\sin \gamma} (\triangle DFC) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a \cdot \sin \alpha}{\sin \omega} = \frac{b \cdot \sin \beta}{\sin \gamma} \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{\sin \beta \cdot \sin \omega}{\sin \alpha \cdot \sin \gamma}$$

$$= \left( \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \right)^2; \quad \frac{a}{b} \text{ из упр. } \frac{2\sqrt{5}}{9} \Rightarrow \sin \alpha$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{DE}{DC} = \frac{5}{3}$$

Ответ:  $\frac{5}{3}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Посчитаем кол-во способов с повторениями.  
~~Возьмем~~ Возьмем 1 клеточку, поставим ее в одну из 30000 вар. потом рассмотрим клеточку, сим. данной. Для нее есть 3 вар. постановки (в завис. от выбора сим.). ~~Котогда рассмотрим другие 2 кл, сим. к с, а тогда~~ Рассмотрим след. клетку: для нее есть 29998 вар, куда ее постав. А сим. ей, есть только 1 способ. Тк. ~~харак~~ вид сим. мы уже выбрали. Рассмотрим след. клетку: способ ее поставить 29996, ~~сим~~ сим. ей 1. Рассмотрим послед. 2 клетки. Там все аналог. Тогда результат:  $3 \cdot 30000 \cdot 29998 \cdot 29996 \cdot 29994$ . Но заметим, что это еще  $\geq 2$  сим, мы сим-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Там несколько раз. ~~но~~ пойдем теперь, то есть есть 2 оси сим, то есть и третья. Тогда, в нашем пред. ответе 3 раза у каждого <sup>варианта</sup> ~~варианта~~ с 3 осями сим. рассмотрим угловый прямоугол:  $75 \times 100$  и рач должно зайти или в ~~него~~ него 2 клетки ( $7500 \cdot 7499$  способов). Остальные клетки восста~~т~~ навмываются однократно. Тогда ~~это~~ это бы полуз прав ответ нужно из кол-ва. спос. с повторениями вычесть удвоенное кол-во. вар. с 3 осями сим.

Ответ:  $2 \cdot 90000 \cdot 79998 \cdot 29996 \cdot 29994 - 2 \cdot 7500 \cdot 7499$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a-c)(b-c) = p^2 \text{ и } 6.$$

I.  $p=3 \Rightarrow a-c=1$  или  $a-c=9$ ,  $b-c=9$  или  $a-c=-9$ ,  $b-c=1$ . (из первого условия).

Р. 1  $a-c=1, b-c=9.$

$$a=c+1, b=c+9.$$

$$(c+1) + (c+9)^2 = c^2 + 19c + 82 = 820.$$

$$c^2 + 19c + 41 = 410$$

$$c^2 + 19c - 369 = 0.$$

$$c = \frac{-19 \pm \sqrt{3941}}{2}$$

$$2. a=c-9.$$

$$b=c-1.$$

$$(c-9) + (c-1)^2 = c^2 - c - 10 = 820.$$

$$c^2 - c - 830 = 0.$$

$$c = \frac{1 \pm \sqrt{3321}}{2}$$

$$c^2 + 19c - 738 = 0.$$

$$c = \frac{-19 \pm \sqrt{361 + 4 \cdot 738}}{2}$$

$$2. a=c-9.$$

$$b=c-1.$$

$$(c-9) + (c-1)^2 =$$

$$= c^2 - c - 10 = 820.$$

II  $p \neq 3 \Rightarrow a-c \not\equiv 3; b-c \not\equiv 3$

$a, b, c$  имеют разн. остатки по mod 3.

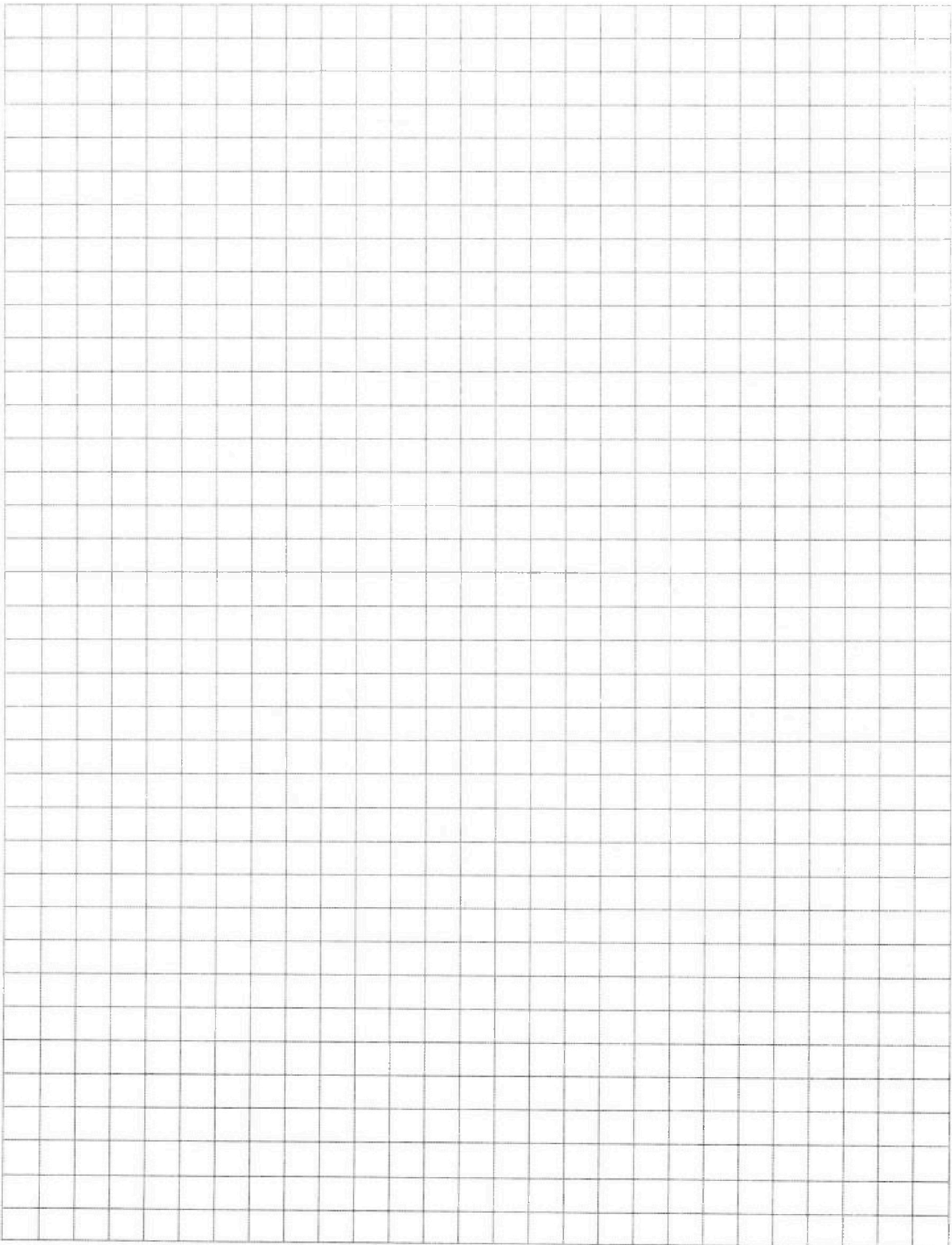


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



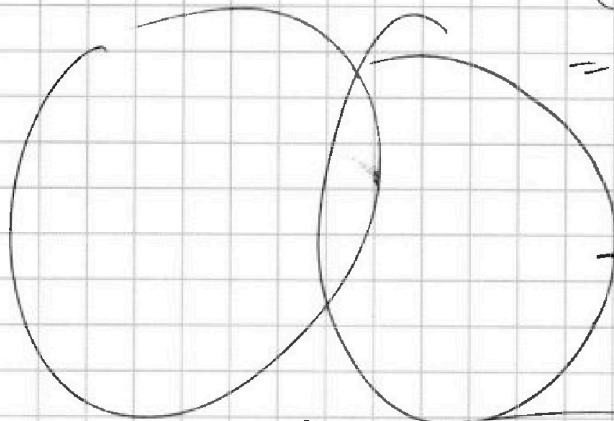


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} (1+\sqrt{5})^2 - 7 &= \\ &= 1+5+2\sqrt{5}-7 = \\ &= 2\sqrt{5}-1 \\ &= \cancel{(\sqrt{5}-1)^2} - 5 = \\ &= 5 - (\sqrt{5}-1)^2 = \cancel{2\sqrt{5}-1} \end{aligned}$$

$$4(2\sqrt{3}-3)^2 = 12+9-12\sqrt{3} - 7 = 14-12\sqrt{3}$$

$$2\sqrt{3} \cdot 12 = 5-x \quad \cancel{6} = \frac{3}{2}\sqrt{15} - 7 =$$

$$x = 7$$

$$5 - (6 + \frac{3}{2}\sqrt{15}) = 6 \pm \frac{3}{2}\sqrt{15}$$

$$= -1 - \frac{3}{2}\sqrt{15}$$

$$36 + 24 = 60 = (2\sqrt{15})^2$$

$$-3 \pm \frac{3}{2}\sqrt{15}$$

$$\sqrt{15} \cdot 15 = 5-x$$

$$x = -10$$

$$\left(\frac{\sqrt{15}+3}{2}\right)^2 = \frac{15+9+6\sqrt{15}}{4} =$$

$$= 12 \pm 3\sqrt{15}$$

$$\cancel{5 + \frac{3}{2}\sqrt{15}} \cdot 5 - 3\sqrt{15}$$

$$4(\sqrt{15}-3)^2 = 7 = 15+9-6\sqrt{15} - 7 =$$

$$\cancel{17 - 6\sqrt{15}} \cdot 17 - 6\sqrt{15}$$

$$1 + \cancel{2} \cdot 4 \cdot 830$$

$$\begin{array}{r} + 83 \\ + 83 \\ \hline 166 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 166 \\ + 166 \\ \hline 332 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+7)(x-5) \geq 0$$

$$(x+7)(5-x) + \frac{5-x}{3} \geq 0$$

$$(3x+22)(5-x) \geq 0$$

$$(x+7\frac{1}{3})(5-x) \geq 0$$

$$x \in [-7\frac{1}{3}; 5]$$

$$\frac{D}{4} = \frac{25 + 369}{4} = 394$$

$$\frac{D}{4} = \frac{9 + 3}{4} = 3$$

$$-3 \pm 2\sqrt{3}$$

$$z = 0, 20 - 19 - 19 = 380 - 19 = 361$$

$$a - b + 6 = 2\sqrt{ab}$$

$$a - b + \frac{a^2 + b^2}{2} = 2ab$$

$$(a-b)$$

$$a - b + 18 = (a+b)^2$$

$$b - a = 3$$

$$-2ab = -3$$

$$ab = \frac{3}{2}$$

$$b = a + 3$$

$$a(a+3) = \frac{3}{2}$$

$$(t-3)(t+2)$$

$$b - a - 6 = -2ab$$

$$b - a + 6 = (b-a)^2$$

$$t^2 - 2t - 6 = 0$$

$$D = 4 + 24 = 28$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{7}}{2}; \boxed{3-2}$$



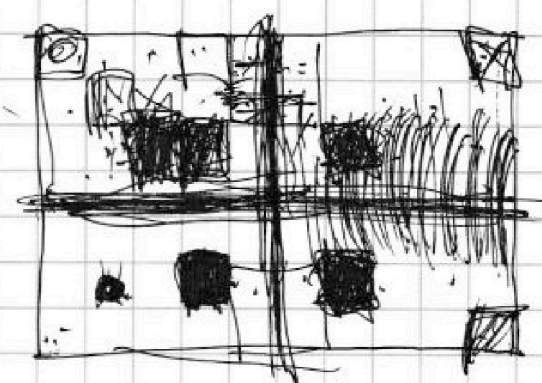
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

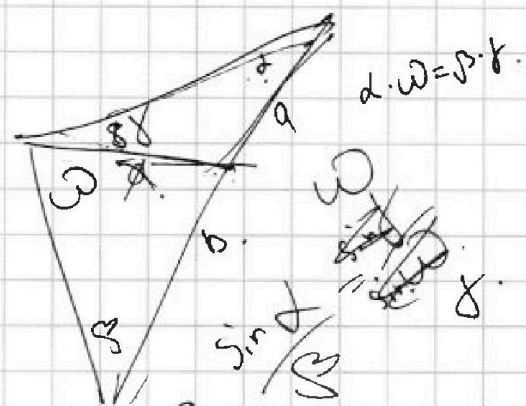
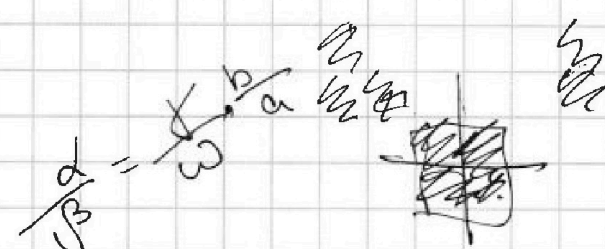
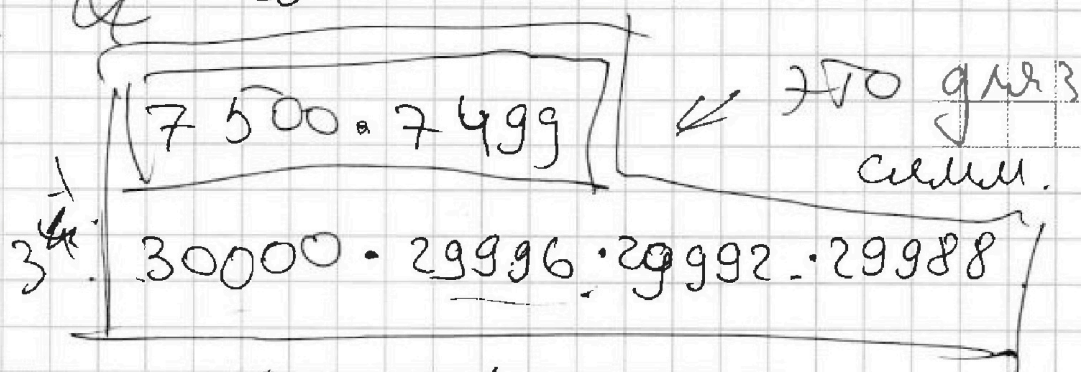
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$\frac{a \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{b \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{S_1 \cdot c}{S_2 \cdot a}$~~



75 \* 100  
150 \* 200 =  
30000.

4.  $\alpha$   $2\alpha$



$x^2 + 8x + 16 = -15x - 6$

$x^2 (x+1)(x+27)$

$\frac{d}{a} = \frac{\beta \cdot b}{\omega}$

$\frac{d}{a} = \frac{\beta \cdot b}{\omega} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{x} = \frac{\sin \omega}{b}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$D = 49 - 40 = 9.$$

$$\frac{7 \pm 3}{2} = 5$$

$$\frac{7-3}{2} = 2. \leftarrow \text{это не корень}$$

$$\frac{36}{(-1)^3} < 0.$$

Ответ:  $x = 5$  ✓

$$(x-5)(x-2) = 0$$

$$\frac{\sin x + \beta}{\sin \alpha + x} = \frac{ED}{CD}$$

$$\frac{CF}{FE} = \frac{9}{25}$$

$$CB \cdot CE = CD^2$$

$$\alpha = \beta = \gamma$$

$$\frac{ED}{\sin \beta} = \frac{CD}{\sin \gamma} \Rightarrow \frac{ED}{CD} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}$$

$$\frac{a+b}{c} = \frac{9}{25}$$

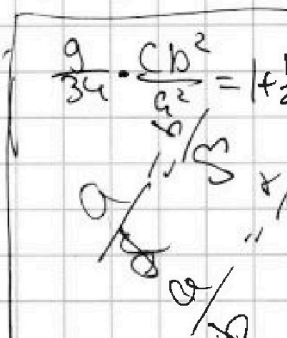
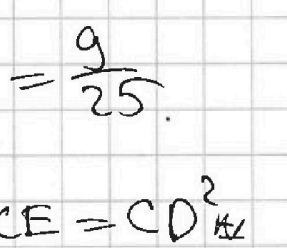
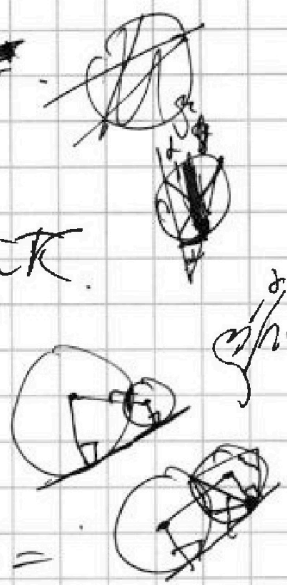
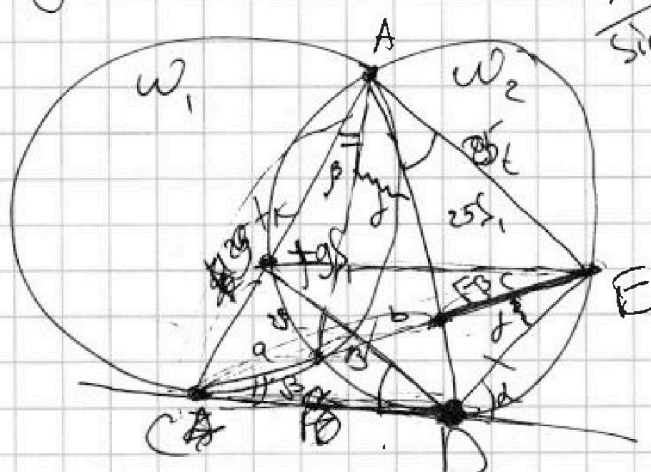
$$25(a+b) = 9c$$

$$a(a+b+c) = CD^2$$

$$= \frac{25a^2 + 34ab}{25a^2 + 34ab} = CD^2$$

$$ab + a \left( \frac{25(a+b)}{9} \right) = \frac{9ab + 25a^2 + 25ab}{9} = CD^2$$

$$34a^2 + 34ab = 9CD^2$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}$$

$$|y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-x^2}$$

$$225 = 25^2 = (20+5)^2 = 40$$

$$15(40+5)^2 = 10^2 \quad (10+5)15 = 150 + 75 = 225$$

$$\sqrt{225-x^2} = \sqrt{(5-x)(15+x)}$$

$$(x+7)(5-x-3z) = 5x-x^2-3xz+35-7x-21z$$

$$= 1-2x-x^2-3xz-21z+35$$

$$a \rightarrow a-b+6$$

$$12-3z = 9(4-z)$$

$$2\sqrt{y+7+1-(x+1)^2}$$

$$b \cdot a^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

$$b \cdot a^9 = x+4$$

$$b \cdot a^{11} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$\frac{15x+6}{b \cdot a^3} = a^6 = \frac{x+4 \cdot \sqrt{(x-3)^3}}{\sqrt{15x+6}}$$

$$\frac{x+4}{\sqrt{15x+6}} = 1 \quad \begin{cases} (x+4)^2 = 15x+6 \\ x+4 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2-7x+10=0 \\ x+4 \geq 0 \end{cases}$$

$$\frac{b \cdot a^3}{b \cdot a^3} = \frac{b \cdot a^4}{b \cdot a^3} = a = \sqrt{(x-3)^4} = (x-3)^2$$

$$a^6 = a^4 = (x-3)^2$$

$$a = \sqrt{|x-3|}$$

$$a^2 = \sqrt{|x-3|}$$

$$a^6 = \sqrt{|x-3|^3}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$$



$$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cancel{1 - 2\sin^2 \alpha} = \boxed{2\cos^2 \alpha - 1}$$

$$\begin{aligned} \cos(3\alpha) &= \cos(2\alpha + \alpha) = \cos 2\alpha \cdot \cos \alpha - \sin 2\alpha \cdot \sin \alpha = \\ &= 2\cos^2 \alpha - \cos \alpha - 2\sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha = \\ &= 2\cos^3 \alpha - \cos \alpha - 2(1 - \cos^2 \alpha) \cdot \cos \alpha = \\ &= \cancel{2\cos^3 \alpha} - \cos \alpha - 2\cos \alpha + 2\cos^3 \alpha = \\ &= 4\cos^3 \alpha - 3\cos \alpha. \end{aligned}$$

=====

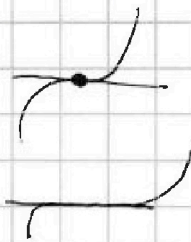
$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos x = 6\cos^2 x - 3 + p.$$

$$4\cos^3 x + 3\cos x - 6\cos^2 x + 3 = p.$$

$$\cos x = t; \quad t \in [-1; 1]$$

$$f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = p. \quad \uparrow$$

$$f'(t) = 12t^2 - 12t + 3 \neq 0. \quad D = \cancel{12} \neq 0.$$



$$\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

$$f'(x) = \cancel{12(x - \frac{1}{2})} (2x - 1) (6x - 3) \cdot \cancel{1} =$$

$$= 2(x - \frac{1}{2}) \cdot 6 \cdot (x - \frac{1}{2}) = \boxed{12(x - \frac{1}{2})^2}$$

Дальше гогельм баётся.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Pi_{20 \leq y < 35}$$

$$y - 20 + 70 - 2y = 50 - y \leq 15x$$

$$\boxed{y = 35 \text{ V.}}$$

$$y > 35$$

$$y - 20 + 2y - 70 = 3y - 90 = 3(y - 30) \leq 15$$

$$y - 30 \leq 5$$

$$y \leq 35 \text{ X.}$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = \sqrt{35-2x-x^2+z} \text{ ?}$$

$$(x+7)(5-x) = 5x - x^2 - 3xz + 35 - 7x - 7z = 35 - 2x - x^2 - 3xz - 7z$$

$$\Rightarrow 3z(x+7)$$

~~$$x \geq 5 - x - 3z$$~~

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2 \sqrt{(x+7) \frac{(5-x)^2}{3z}}$$

~~$$5 - x \geq 3z$$~~

~~$$5 \geq 3z + x$$~~

$$(x+7)(5-x) \geq -7 \Rightarrow x \geq \frac{x-5}{3}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(x) = 4 + 3 - 6 + 2 + 3 + x^3 \quad \uparrow \quad \text{[scribble]} \\ \Rightarrow \text{при } \forall x \text{ знае } \in [f(-1), f(+1)],$$

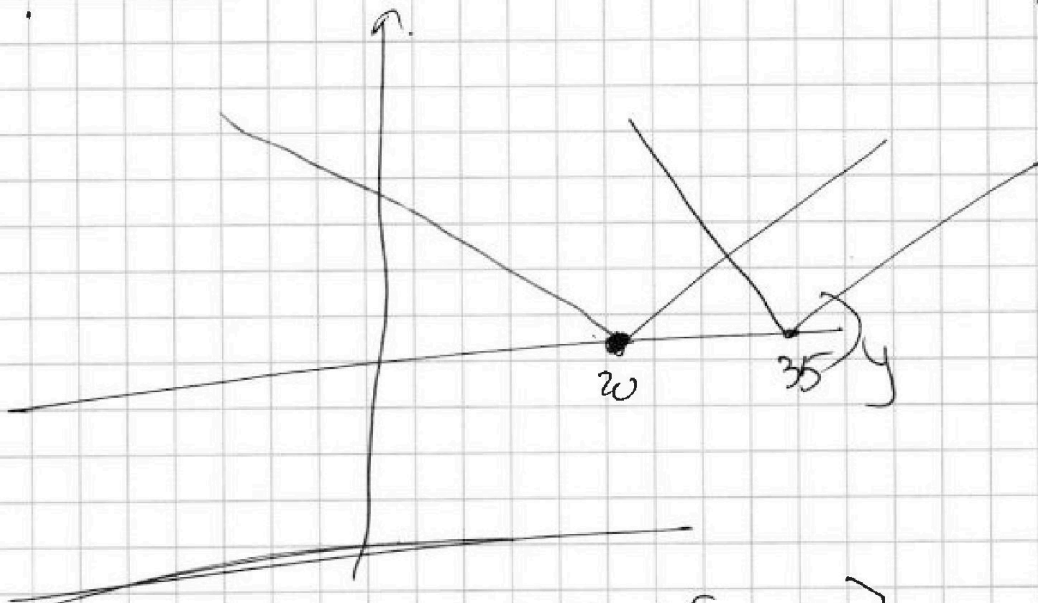
$$f(-1) = -4 - 6 + 3 + 3 = -10.$$

$$f(1) = 4 - 6 + 3 + 3 = 4.$$

$$f(x) = p.$$

~~scribble~~

$$4 + 3 - 6 + 2 + 3 + x^3 - p = 0$$



$$\cancel{z \in [15, 20]} \quad z \in [-15, 15]$$

$$\cancel{y \in [20, 35]} \quad |y - 20| + 2|y - 35| =$$

$$\star \quad \text{I } y < 20. \quad 20 - y + 70 - 2y = 90 - 3y. \quad X.$$