



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



- 1) [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен  $\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$ , тринадцатый член равен  $5-x$ , а пятнадцатый член равен  $\sqrt{(13x-35)(x+1)}$ .

- 2) [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

- 3) [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $3 : 10$ , считая от вершины  $C$ .

- 5) [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $200 \times 250$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- 6) [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a > b$ ,
- число  $a - b$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a + b^2 = 560$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть первый член прогрессии  $= b_1$ , а шаг  $= q$ , тогда

$$b_1 q^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \quad b_1 q^{12} = 5-x \quad b_1 q^{14} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

Поделим 12-член на 7-член, получим  $q^8 = \sqrt{(x+1)^4} \Rightarrow q = \sqrt{x+1}$

Теперь заменим 7-член на  $q^6$  и приравняем к 13-члену

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot \sqrt{(x+1)^3} = 5-x \Rightarrow \sqrt{13x-35} = 5-x \quad \text{OBR: } x \leq 5$$

$$13x-35 = 25-10x+x^2 \quad x^2-23x+60=0$$

Находим корни по теореме Виета  $x_1=20$  и  $x_2=3$  из OBR:  $x=3$

Проверим:  $b_x = \sqrt{\frac{4}{4^3}} = \frac{1}{4}$   $b_{13} = 5-3 = 2$   $b_{15} = \sqrt{4 \cdot 4}$

$$q^2 = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot 4} = 2$$

Ответ:  $x=3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Оценим правую и левую части второго уравнения.

1)  $y \geq 12$  левая часть  $\leq 13$ , считаем правую.

$$1) y \geq 12 \quad y+1+3y-36 = 4y-35 \geq 13$$

$$2) -1 \leq y < 12 \quad y+1-3y+36 = 37-2y > 13$$

$$3) y < -1 \quad -y-1-3y+36 = 35-2y > 37 \Rightarrow$$

Единственная возможная ситуация  $y \geq 12$  и

$$y+1+3y-36 = 13 \Rightarrow y = 12; z = 0$$

Добавим в <sup>первая</sup> систему.  $0.43: x \in [-3; 4]$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{x-x^2} + 12 \quad \text{Обозначим } \begin{cases} \sqrt{x+3} = a \\ \sqrt{4-x} = b \end{cases}$$

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$2ab + b = a + 5$$

$$b \cdot (2a+1) = a+5$$

$$b = \frac{a+5}{2a+1}$$

а из условия  $a^2$  и  $b^2$  получим  $a^2 + b^2 = 7$

$$a^2 + \left(\frac{a+5}{2a+1}\right)^2 = 7 \quad | \cdot (2a+1)^2 \quad a^2 \cdot (4a^2+4a+1) + (a^2+10a+25) =$$

$$= 7 \cdot (4a^2+4a+1); \quad 4a^4 + 4a^3 + a^2 + a^2 + 10a + 25 - 28a^2 - 28a - 7 = 0$$

$$4a^4 + 4a^3 - 26a^2 - 18a + 18 = 0 \quad 2a^4 + 2a^3 - 13a^2 - 9a + 18 = 0$$

Докажем на  $\sqrt{x+3} + \sqrt{4-x}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$$x+3-4+x = 2\sqrt{4-x} \cdot (x+3) + 2\sqrt{x+3} \cdot (4-x) - 5\sqrt{4x} = 5\sqrt{x+3}$$~~

~~$$2x-1 = 2x\sqrt{4-x} + \sqrt{4-x} - 2x\sqrt{x+3} + 3\sqrt{x+3} - 2x\sqrt{4-x}$$~~

~~$$4x^2 - 2x + 1 = (2x+1) \cdot (4-x) + (3-2x) \cdot (x+3) - 2 \cdot (2x+1) \cdot (3-2x) \cdot \sqrt{4-x-x^2}$$~~

~~$$4x^2 - 2x + 1 = (4x^2 + 4x + 1) \cdot (4-x) + (4x^2 - 4x + 9) \cdot (x+3) - 2 \cdot (2x+1) \cdot (3-2x) \cdot \sqrt{4-x-x^2}$$~~

$$a = \sqrt{x+3} \stackrel{df}{=} a \quad \sqrt{4-x} \stackrel{df}{=} b$$

$$\begin{cases} a - b + 5 = 2ab \\ a^2 + b^2 = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = \frac{a+5}{2a+1} \\ a^2 + b^2 = 7 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Используем формулы  $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$  и  $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$   
подставим в уравнение

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = p$$

Левая часть — непрерывная функция. Найдем max и min

$$f(x) = 4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3$$

$$f'(x) = -12\cos^2 x \cdot \sin x - 12\cos x \sin x - 3\sin x =$$

$$= 3\sin x \cdot (2\cos x + 1)^2. \text{ Тогда } \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases} \text{ Тогда } \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = -1 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases} \text{ Тогда } \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = -1 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases} \text{ Тогда } \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = -1 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = -1 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad t \stackrel{df}{=} \cos x$$

Подставим эти значения в  $f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3$

$$f(1) = 4 + 6 + 3 - 3 = 10$$

$$f(-1) = -4 + 6 - 3 - 3 = -4$$

$$f(-\frac{1}{2}) = -\frac{4}{8} + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - 3 = -3,5$$

$$\max = 10$$

$$\min = -4 \Rightarrow p \in [-4; 10]$$

$$f(-\frac{1}{2}) = -\frac{4}{8} + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - 3 = -3,5 \text{ Теперь найдем решение}$$

Умножим обе части уравнения на 2

$$8\cos^3 x + 12\cos^2 x + 6\cos x + 1 = 2p + 7$$

$$(2\cos x + 1)^3 = 2p + 7 \quad \& \quad \cos x = \frac{\sqrt[3]{2p+7} - 1}{2} \quad \&$$

$$\text{Ответ: } p \in [-4; 10] \quad x = \pm \arccos \frac{\sqrt[3]{2p+7} - 1}{2} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Проведем 2 гр. линии и проведем при на Частично как на рисунке

Сначала посчитаем кол-во возможных

100	I	II
100	III	IV
	125	125

симметрий отн-но верт. линии.

слева отряхают

Каждому положению  $\chi$  закраш. клеткой соотв-ет единств.

Венное положение клеток справа. (их было 4)  $\Rightarrow$  4

Всего вариантов закрасить 4 клетки слева  $C_{25000}^4$

Аналогично для триггерамальной прямой число

симметричных комбинаций  $= C_{25000}^4$ , т.е. сверху

Теперь посчитаем число симметрий отн-но центра

либо 4 закраш. в I части и 4 в IV, либо 4 в II и 4 в III,

либо по II закр. в каждой четверти, т.е. всего

$C_{125000}^4 + C_{125000}^4 + C_{125000}^2$ . Теперь посчитаем наше

варианты мы рассмотрим несколько раз если

раскраска симм-на отн-но обеих линий  $\Rightarrow$  она симм-на и

отн-но центра, а также если раскраска симм-на

отн-но центра и одной из линий  $\Rightarrow$  она симм-на и отн-но линии

Значит наше количество - это по 2 раза в каждой части, и их

мы посчитали 3 раза. Ответ:  $2C_{25000}^4 + 2C_{125000}^4 - C_{125000}^2$

$$: 2C_{25000}^4 + 2C_{125000}^4 - C_{125000}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Или из условия  $(a-c) \cdot (b-c) = p^2$ , где  $p$  — простое число.

Если  $(a-c) = (b-c) = p$ , то  $a = b$ , но  $a > b$ ,  $\Rightarrow$

$$\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases} \quad (1) \quad \left( \text{т.к. } a > b \Rightarrow a-c > b-c \Rightarrow \frac{a-c}{b-c} \neq 1 \right)$$

Этот вариант мы не рассматривали

$$a+b^2 = 560$$

Решим сначала (1) вариант

$$\begin{cases} a-c = -1 \\ b-c = -p^2 \end{cases} \quad (2)$$

$$a+b^2 = 560$$

Из условия  $a \neq b \Rightarrow a-c \neq b-c \Rightarrow$

$\Rightarrow p^2 \neq 1$ , но если остаток  $p \equiv 1 \pmod{2}$ , то  $p^2 \equiv 1 \pmod{3}$ ,  $\Rightarrow p \equiv 3$ ,

а т.к.  $p$  — простое  $p = 3$ ;  $p^2 = 9$ .

$$\begin{cases} a-c = 9 \quad (4) \\ b-c = 1 \quad (5) \end{cases}$$

$$(6) + (5) - (4) = 6^2 + b = 552$$

$$a+b^2 = 560 \quad (6)$$

Корни удовлетворяются:  $b_1 = 23$   $b_2 = -24$

$a_1 = 31$   $a_2 = -16$   $c_1 = 22$   $c_2 = -25$  — подставив

теперь рассмотрим (2) вариант

$$\begin{cases} a-c = -1 \\ b-c = -p^2 \\ a+b^2 = 560 \end{cases}$$

Аналогично (1)  $p \equiv 0 \Rightarrow -p^2 = -9$

$$\begin{cases} a-c = -1 \quad (7) \\ b-c = -9 \quad (8) \\ a+b^2 = 560 \quad (9) \end{cases} \quad (9) + (8) - (7) = 6^2 + b = 552$$

Тогда  $b_1 = 23$   $b_2 = -24$ .

Подставим и получим те же корни, что и в (1)

$c_3 = 32$   $c_4 = -15$   $a_3 = 31$   $a_4 = -16$ .

Ответ:  $(31; 23; 22)$ ,  $(-16; -24; -25)$ ,  $(31; 23; 32)$ ,  $(-16; -24; -15)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = 4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x =$$

$$= \overbrace{4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3}^P = P \quad \cos x < 0$$

$$[-4; 4] \quad [0; 6] \quad [-3; 3] \quad -3 \quad (\cos^3 x)' = -\sin x \cdot 3\cos^2 x$$

$$[-4; 0] \quad [6; 0] \quad [-3; 0] \quad -3 \quad 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = P$$

$$8(2t)^3 + 3 \cdot (2t)^2 + 3 \cdot (2t)$$

$$-12\sin^3 x \quad -12\cos^2 x \sin x \quad -12\cos x \sin x \quad -3\sin x$$

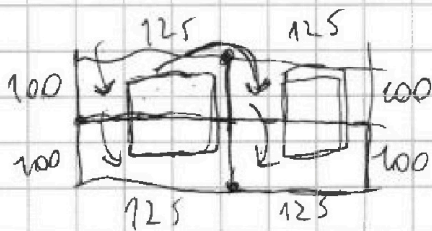
$$(-3\sin x) \cdot (4\cos^2 x + 3\cos x + 1) - 3\sin x \cdot (\cos x + 1)^2 = 0$$

$$\begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \cos x = \frac{2 \pm \sqrt{4+4}}{4} = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{4} = 2$$

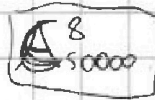
$$4 + 6 + 3 - 3 = 10$$

$$P \in [-3, 5; 10]$$

$$4 \cdot -\frac{1}{8} + 6 \cdot \frac{1}{4} - 3 \cdot \frac{1}{2} - 3 = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} - 3 = -3,5$$



$$200 \cdot 250 = 50000$$



$$200 \cdot 125 = 25000 \quad C_{25000}^4 + C_{25000}^4 + 2 \cdot C_{125000}^4 - 2 \cdot C_{125000}^2 =$$

$$= 2 \cdot (C_{25000}^4 + C_{125000}^4 - C_{125000}^2)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_1 a^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$b_1 a^{12} = 5-x \quad b_1 a^{18} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$O_1 \cup O_2 = (-\infty; -1] \cup \left[\frac{35}{13}; +\infty\right)$$

$$a+b=2ab \quad a-b=2ab-2 \quad (2a+1)b = a+5$$

$$a^8 = \sqrt{\frac{1}{(x+1)^2}} = \pm \frac{1}{x+1}$$

$$a^6 = \sqrt[3]{\frac{1}{x+1}} = \sqrt[4]{\frac{1}{(x+1)^3}} \quad b = \frac{a+5}{2a+1}$$

$$b_1 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)}} \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{(x+1)^3}} = \sqrt[4]{\frac{(13x-35)^2}{(x+1)^6} \cdot (x+1)^3} = \sqrt[4]{\frac{(13x-35)^2}{(x+1)^3}}$$

$$b_1 a^{12} = \sqrt[4]{\frac{(13x-35)^2}{(x+1)^3}} \cdot \sqrt{\frac{1}{(x+1)^3}} = 4$$

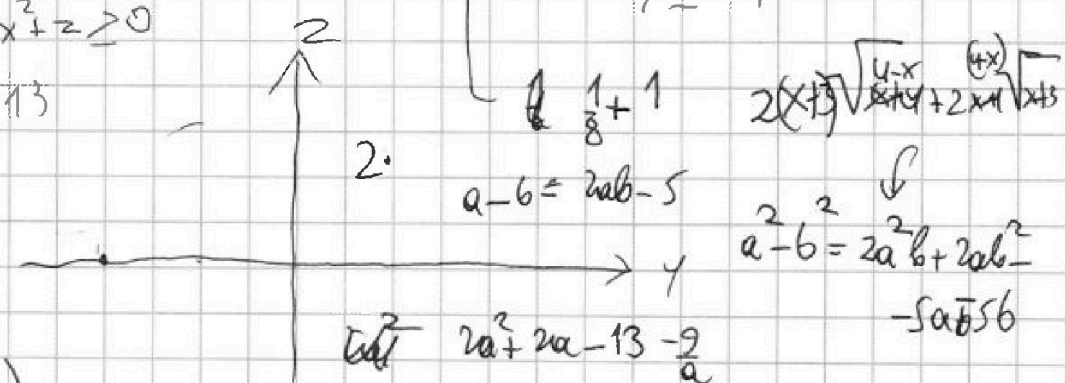
$$\left(\frac{11}{4}\right)^2 + \frac{1}{4} = \frac{121+4}{16} = \frac{125}{16}$$

$$\frac{3}{2} + \frac{(13)^2}{288} \sqrt{4x}$$

$$2. \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-2z+5} = 2\sqrt{4+x-x^2+z}$$

$$\begin{cases} |y+1| + 3|y-2| = \sqrt{169-z^2} \\ x+y \\ a-b=2ab-5=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -3 & x \leq 3 \\ 4-x \geq z & 4-x \leq 7 \\ y+x-x^2+z \geq 0 & \\ z \leq 13 & \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -3 \\ z \leq 7 \\ y \leq -1 \end{cases}$$



$$(2a^4 - a^2) +$$

$$x+3 - 4 + x = \boxed{2x-1} = x-3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a > b$   
 $a - b = 3$

$(a - c) \cdot (b - c) = p^2$

$a^2 + b^2 + a + b = 560$

$560 \equiv 3 \pmod{2}$

$a \neq b \pmod{2}$   $1 \pmod{2}$   $a > b$   
 $(a - c)(b - c) = p^2$

$0; 1$   
 $0; 2$   
 $1; 2$   
 $1; 0$   
 $2; 0$   
 $2; 1$

$0 + 1 \equiv 1 \pmod{3}$   
 $0 + 4 \equiv 1 \pmod{3}$   
 $1 + 4 \equiv 2 \pmod{3} \checkmark$   
 $1 + 0 \equiv 1 \pmod{3}$   
 $2 + 0 \equiv 2 \pmod{3}$   
 $2 + 1 \equiv 0 \pmod{3}$

$a - c \equiv b - c \pmod{3}$   $a \equiv b \pmod{3}$

$ab - bc - ac + c^2 = p^2$

$4 \quad 8 \quad a > b$

$a - c > b - c$   
 $a - b > 6$

①  $a - c = 1$   
②  $bc = p^2$   
③  $a + b = 560$   
④  $a - c = p^2$   
⑤  $b - c = 1$   
⑥  $a + b = 560$

$a - b = p^2 - 1$   
 $a + b = 560$

$b^2 + b = 560 - p^2 + 1$   
 $: 6$

$b^2 + b - 1 = 560 - p^2$   
 $561$

$b^2 + b = 561 - p^2$

$b \cdot (b + 1) = 561 - p^2$

- 1, 4, 9, 16, 25, 36,
- 49, 64, 81, 121,
- 169, 225, 289,
- 361, 441, 569

$(a - c) \cdot (b - c) = p^2$

$a - c = p^2$   
 $b - c = 1$   
 $a - c = -1$   
 $b - c = p^2$

$a \neq b \pmod{3} \Rightarrow a - c \neq bc \pmod{3}$   
 $p^2 \equiv 1 \pmod{3} \vee 0 \pmod{3}$   
 $p^2 \equiv 3 \Rightarrow p^2 = 9$

$2 \cdot 276 = 4 \cdot 138 = 8 \cdot 69$

$a - b = 8$   
 $a + b = 560$   
 $b = 23 \quad b = -24 \Rightarrow a = 31, a = -16$   
 $b^2 + b = 552 = 8 \cdot 69 = b \cdot (b + 1) = 24 \cdot 23$   
 $(a - c) \cdot (b - c) = (31 - 22) \cdot (23 - 1)$   
 $(-16 + 25) \cdot -24 + 25 = 9$   
 $c = 22 \quad c = -25$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a - c = -1$   
 $b - c = -p^2$   
 $a + b^2 = 560$

$a = -c - 1$   
 $b - c = -p^2$   
 $a + b^2 = 560$

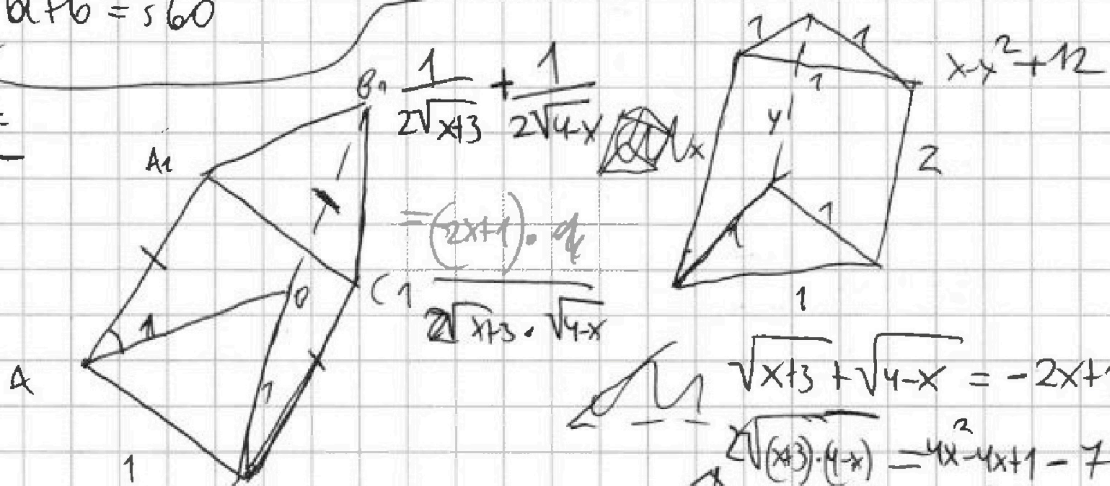
$\begin{cases} a - c = -1 \\ b - c = -9 \\ a + b^2 = 560 \end{cases}$

$\begin{cases} a - b = 8 \\ a + b^2 = 560 \end{cases}$

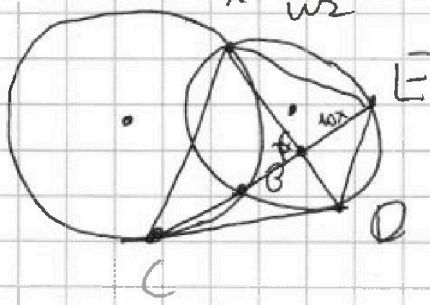
$6^2 + 6 = 552$   
 $12 + \frac{1}{4} = \frac{49}{4} = \left(\frac{7}{2}\right)^2$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\frac{7}{2}} - \sqrt{\frac{7}{2}} + 5 = 2\sqrt{\frac{7}{2}}$

$\frac{2}{\sqrt{5}}$



$a + b + 5 = rab$   
 $a + b = 7$



$\sqrt{x+3} + \sqrt{4-x} = -2x+1$   
 $\sqrt{(x+3)(4-x)} = 4x^2 - 4x + 1 - 7$   
 $4x^2 - 2x - 6$   
 $-x + x + 12 = 4x^2 -$

$a = \frac{1}{2}$

$x+3 = 4-x = z = z-1$

$y \geq 12$   
 $4y - 435 \geq 48 - 35 \geq 13 \Rightarrow y = 12$

$-1 \leq y < 12$   
 $y + 1 - 3y + 36 = -2y + 37 \geq 36$   
 $-2y + 37 = 13 \geq 1$

$y \leq -1$   
 $-4y + 35 \geq 31$

$y = 12$   
 $z = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{x-x^2+12}$$

$$\frac{5}{4} \quad x-x^2+12 = \frac{5}{4}$$

≥ 3

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + 12 = 12 + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 12 - 2\sqrt{\frac{1}{2}} = 7$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 7$$

$$\sqrt{4-x} \stackrel{5}{\approx} 2$$

$$a^2 + b^2$$

m

$$x+3+4-x = 3+4$$

$$x+3+4-x+5 = 2x-2x+7=20$$

WR

$$\frac{5}{4} - 12 = 1 - \frac{1}{4} - 12 =$$

$$= \frac{1}{4} - 11 = \frac{1}{4} - \frac{44}{4} = -\frac{43}{4}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = (\sqrt{2ab})$$

QR

$$x+3-4+x+25 = 2\sqrt{(x+3)(4-x)} + 10\sqrt{\frac{x+3}{4-x}} \quad 10\sqrt{4-x} = 4x-4x+8$$

$$2x+24-2\sqrt{(x+3)(4-x)} + 10\sqrt{x+3} - 10\sqrt{4-x} = 4x-4x+48$$

$$x^2 - x - 48 = 0$$

$$b_1 \text{ or } b_2 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^2}}$$

$$\frac{4x^2 - x - 24}{?}$$

$$(5-x) \cdot \sqrt{x+1} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$b_1 \text{ or } b_2 = 5-x$$

$$b_1 \text{ or } b_2 = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$b_1 \text{ or } b_2 = \sqrt{\frac{(13x-35)^2}{(x+1)^2}} = \frac{13x-35}{x+1} \quad b_{11} = \sqrt{\frac{13x-35}{x+1}} \text{ or } 4$$

$$9^3 \sqrt{\frac{1}{(x+1)^4}} (x+1)^4 \quad 9 = \sqrt[4]{(x+1)^4}$$