



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен  $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$ , десятый член равен  $x+4$ , а двенадцатый член равен  $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} - 3z + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $9 : 25$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $150 \times 200$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a > b$ ,
- число  $a - b$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a + b^2 = 820$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

11  
2 верт.  $aq^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-1)^3}}$   $aq^3 = x+4$   $aq^4 = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$

] хотя один из них равен 0  $\Rightarrow$  все равны 0  $\Rightarrow x = -4$ , но

$$\Rightarrow \sqrt{(-7) \cdot (-54)} = 0 \Rightarrow ?!!$$

$\Rightarrow$  все все не 0 ~~тогда~~ ~~тогда~~

$$\Rightarrow aq^3 > 0 \quad (\sqrt{\cdot} > 0) \quad \text{генер.} \Rightarrow aq^3 > 0$$

$\Rightarrow$  все не нули и можно сложить формулы.

$$\Rightarrow \frac{aq^4}{aq^3} = q = \frac{(x+4)\sqrt{(x-3)(x-3)}}{\sqrt{15x+6}}$$

$$\frac{aq^4}{aq^3} = q^2 = \frac{\sqrt{15x+6} \sqrt{x-3}}{(x+4)} \rightarrow q^4 = \frac{(15x+6)(x-3)}{(x+4)^2}$$

$$q^8 = \frac{aq^4}{aq^3} = \frac{\sqrt{(x-3)} \sqrt{15x+6} \sqrt{(x-3)(x-3)}}{\sqrt{15x+6}} = (x-3)^2$$

$$\Rightarrow x-3 = \pm q^4$$

$$\Rightarrow x = 3 \pm q^4$$

$$\rightarrow q^4 = \frac{(15x+6)(x-3)}{(x+4)^2} = \pm (x-3) \Rightarrow$$

$$\frac{15x+6}{(x+4)^2} = \pm 1$$

$$\textcircled{1} \quad 15x+6 = (x+4)^2 \Rightarrow x^2 + 8x + 16 - 15x - 6 = 0$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 40}}{2} = \frac{7 \pm 3}{2} = 5 \vee 2$$

$$\textcircled{2} \quad 15x+6 = -(x+4)^2 \Rightarrow x^2 + 8x + 16 + 15x + 6 = 0 \quad x^2 + 23x + 22 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-23 \pm \sqrt{23^2 - 4 \cdot 22}}{2} = \frac{-23 \pm 21}{2} = -\frac{44}{2} \vee -1 = -22 \vee -1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

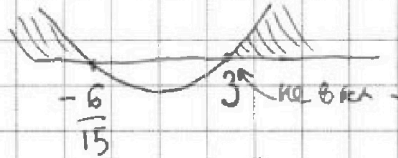
СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow x=2 \vee x=5 \vee x=-22 \vee x=-1$$

Но посмотрим на оцз.

$$\frac{15x+6}{(x-3)^3} > 0$$



$$x+4 > 0$$

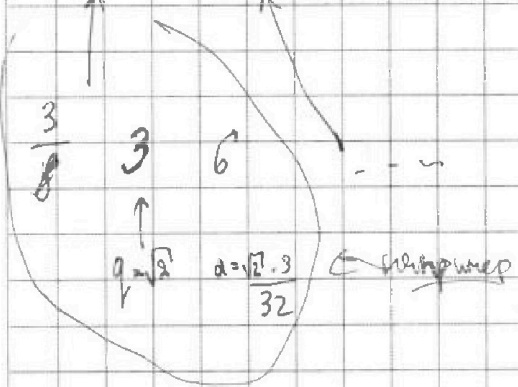
$$x > -4$$

$$(5x+6)(x-3) > 0$$

→ тоже самое. → возможны: -1 и 5

-1 и 5 - оцз  
возможны.

→ Ответ: [-1; 5]





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$\cos(3x) + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$\Rightarrow \text{х} f(x) = \cos(3x) - 3 \cos 2x + 6 \cos x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x - 6 \cos^2 x + 3 + 6 \cos x.$$

$$= 4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3$$

$$t = \cos x \Rightarrow f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3, \text{ где } t \in [-1, 1].$$

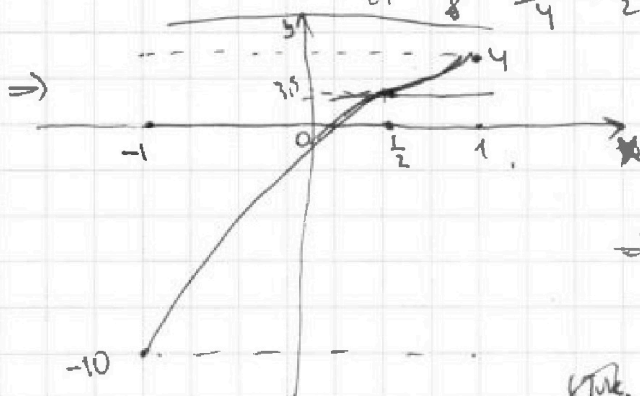
⇒ на отрезке  $[-1, 1]$  хотим найти, как ведет себя эта

функция. На отрезке  $[1, 1]$  есть локал мин или макс. В то.

$$\Rightarrow 12t_0^2 - 12t_0 + 3 = 0 \Rightarrow 4t_0^2 - 4t_0 + 1 = 0 \Rightarrow t_0 = \frac{4 \pm \sqrt{16-16}}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \in [-1, 1]. \quad f(-1) = -4 + 6 - 3 + 3 = -10 \quad f(1) = 4 - 6 + 3 + 3 = 4.$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{4}{8} - \frac{6}{4} + \frac{3}{2} + 3 = 0,5 - 1,5 + 1,5 + 3 = 3,5$$



полностью  
монотонна.  
возражает

⇒ если  $p \in [-10; 4]$ ,  
то есть решение

(так можно найти решение  $f(t_0) = p$   
⇒ т.к.

(так можно найти решение  $t_0$ :  $f(t_0) = p$  и т.д.  $t_0 \in [-1, 1]$ .

⇒ можно взять  $\arccos$  и найти  $x$ . (функция монотонна ⇒ инв.)

$$\Rightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 - p = 0$$

далее берем  $\arccos$  +  $2\pi k$  и  $\pi - t$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

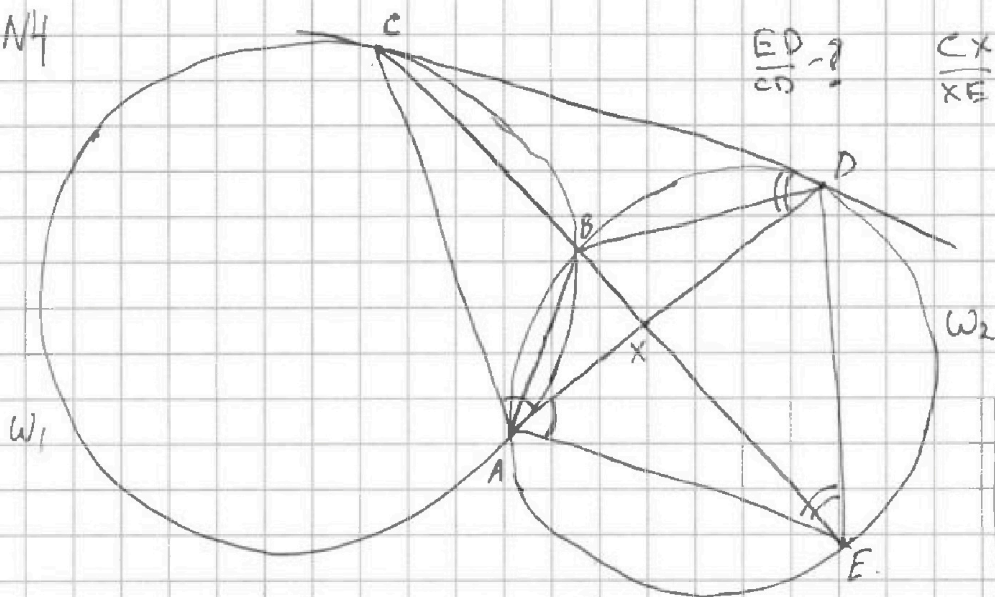


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4



$$\frac{ED}{CD} = ?$$

$$\frac{CX}{XE} = \frac{9}{25}$$

$\angle ECA \cap AD = X$  проведем  $BD$ .

Угв.  $\angle CAE = \angle EAX$ . Доказа:  $\angle XAE = \angle EBD = \angle BCD + \angle BDC$  (Вписан) (т.о. вписанн  $\angle$ )

$$\angle CAB + \angle BAD = \angle CAD = \angle CAE$$

Потому, что  $CD$  - кас к  $W_1$  и  $W_2$ .  
 $\angle CAB \parallel \angle BAD$   
 т.к.  $CD$  касат. к  $W_2$ .

$$\angle CDA = \angle AED \text{ (т.к. } CD \text{ - кас к } W_2 \text{)}$$

$\Rightarrow \angle CAD = \angle DAE$  и  $\angle CDA = \angle AED \Rightarrow \triangle ACD \sim \triangle ADE$ . т.к. основное с-во подобия

$$\frac{ED}{CD} = \frac{AE}{AD} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AD^2 = AE \cdot AC \quad \text{также} \quad \frac{AE}{AC} = \frac{EX}{CE} = \frac{25}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{ED}{CD} = \frac{AE}{AD} = \frac{AE}{\sqrt{AE \cdot AC}} = \frac{\sqrt{AE}}{\sqrt{AC}} = \sqrt{\frac{AE}{AC}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$$

Ответ:  $\frac{5}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

Сколько кубов симм относительно центра?

центр это точка на сетке 9x4, четные стороны.

→ если мы выберем 4 клетки на горизонтальной стороне,

то дальше однозначно восстановим количество симм центра. Сколько еще выбрать 4 клетки из горизонтальной сек?

$C_4^{100-150}$  - кол-во симм относ центра

кол-во симм относительно горизонтальной стороны

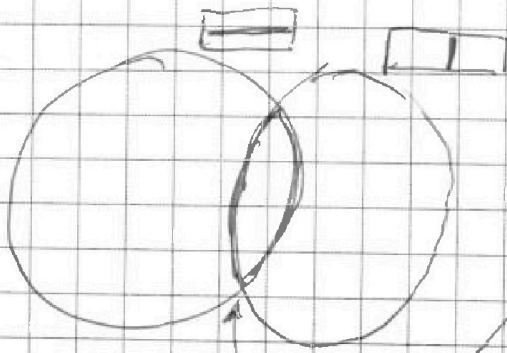
тоже  $C_4^{100-150}$  т.к. если выбрать 4 сверху то остальное

однозначно и на нижней стороне однозначно

восстановивается и верхняя сторона.

относительно вертик стороны аналогично.

Но эти мн-ва пересекаются



сколько их? сверху  
ведет все  
однозначно  
→ их  $C_2^{150 \times 50}$

А сколько тех, кто  
симм относ центра, но  
или их не четн, не  
диагональ?

это все симм от центра и тех кто  
или симм относительно одной стороны

2)  $C_4^{150-100} - C_2^{150-50}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

Найти все  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ . т.к.  $a > b$   $(a-b) \times 3$   $(a-c)(b-c) = p^2$   
 $a+b^2 = 820$ .

Учтём:  $p=3$ . Док-во:  $\exists p \neq 3 \rightarrow p \equiv 3 \pmod{3} \vee p \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow p^2 \equiv 1 \pmod{3}$

$\Rightarrow (a-c)(b-c) \equiv 1 \pmod{3}$ .

Перейдем к  $\mathbb{Z}_3$   $\rightarrow a \neq b$   $(a-c)(b-c) = 1$   $a+b^2 = 1$ .

Какие значения могут быть у  $a$  и  $b$

a	b
0	0
0	1
0	2
1	0
1	1
1	2
2	0
2	1
2	2

Не подходит т.к.  $a+b^2 = 1$ .

не подходит т.к.  $a \neq b$ .

$\Rightarrow$  остались только случаи

①	②	③
0 1	0 2	1 0

$\nexists (a-c)(b-c)$  в ① и ③

случае:  $(a-c)(b-c) =$

в ② случае  $(a-c)(b-c) = -c(2-c) =$

$$= c^2 - 2c$$

но тогда при  $c = 0, 1, 2$

$$c^2 - 2c = 0, -1, 0$$

А должны быть  $\neq 1 \Rightarrow ?!$

$$= -c(1-c) =$$

$$= c^2 - c, \text{ но тогда}$$

при  $c = 0, 1, 2$

$$c^2 - c = 0, 0, 2,$$

а должны быть

или  $\neq 1$

$\Rightarrow p=3$ .  $\mathbb{B}$

$\Rightarrow (a-c)(b-c) = 9$

$\Rightarrow$  т.к.  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ , то  $a-c$  и  $b-c \in \mathbb{Z}$ .

$(a-c)$	$(b-c)$
1	9
3	3
9	1

либо

$(a-c)$	$(b-c)$
-1	-9
-3	-3
-9	-1

(разложим 9 на 2 множителя)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

продолжение.

✗ все эти случаи.

✗ Но заметим, что  $(a-c) - (b-c) = a-b \neq 3$  и  $> 0$ .

→ мы остались только :  $a-c=9$   $b-c=1$   
и  $a-c=-1$   $b-c=-9$

1)  $a-c=9$   $b-c=1$  и  $a+b^2=820$ .

⇒  $a-b=8$  ⇒  $a+(a-8)^2=820$

$a^2 - 15a + 64 - 820 = a^2 - 15a - 756 = 0$

⇒  $a_{1,2} = \frac{15 \pm \sqrt{15^2 + 4 \cdot 756}}{2} = \frac{15 \pm 3 \cdot 19}{2} = \frac{57 \pm 15}{2} = 36 \vee -21$

⇒ 1.1)  $a=36 \Rightarrow b=28 \Rightarrow c=27$

1.2)  ~~$a=36 \Rightarrow b=28 \Rightarrow c=27$~~   $a=-21 \Rightarrow b=-29$   
⇒  $c=-30$ .

2)  $a-c=-1$   $b-c=-9$  и  $a+b^2=820$

$a-b=8$   $a+(a-8)^2=820$  Аналог  $a_{1,2}=36 \vee -21$

2.1)  $a=36 \Rightarrow b=28 \Rightarrow c=37$   
2.2)  $a=-21 \Rightarrow b=-29 \Rightarrow c=-20$

Ответ:  $\{(36; 28; 27); (-21; -29; -30); (36, 28, 37); (-21; -29; -20)\}$

~~Так есть еще~~





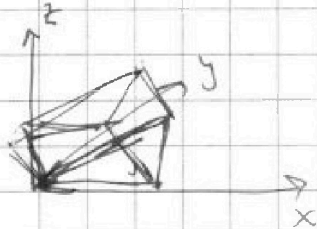
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) пирамида лежит на плоскости  $xy$  с вершиной  $P(0,0)$ .



2) первая вершина вершины плоскости пирамиды

имеет коорды  $(x_0, y_0, z_0)$

3) все остальные вершины отбрасываем как точки векторы  $\vec{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$

4) высота это  $z_0$ .

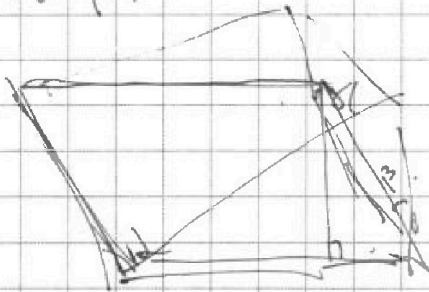
5)  $|\vec{r}_i| = l = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}$

6) доковыли равен  $5 \cdot 4$ .  $\rightarrow 5 = l \cdot 2 \cdot \sin \alpha$

$5 = l \cdot 2 \cdot \sin \beta$

$4 = l \cdot 2 \cdot \sin \gamma$

7)  $l \cdot \sin \alpha = 2.5$



$$V_{\text{пирамиды}} = S_{\text{осн}} \cdot h$$

8) все доковыли это параллелограмм.

$\rightarrow$  их  $S = h \cdot \text{осн}$

$$\rightarrow h_1 \cdot 2 = 5 \quad h_2 \cdot 2 = 5 \quad h_3 \cdot 2 = 4$$

$$\downarrow$$

$$h_1 = h_2 = 2.5$$

$$\downarrow$$

$$h_3 = 2$$

9) Но по теореме о 3-ех перпендикулярах

$$H^2 = h_1^2 + k_1^2$$

$$\Rightarrow H^2 + k_1^2 = h_1^2$$

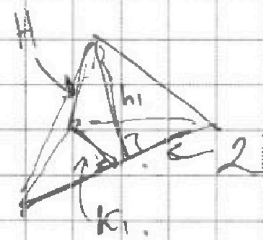
$$H^2 + k_2^2 = h_2^2$$

$$H^2 + k_3^2 = h_3^2$$

$$\frac{k_1 \cdot 2}{2} = S_{\text{осн}} \leftarrow \text{площ } k_1$$

$$\downarrow$$

$$k_1 = S_{\text{осн}}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{32 \pm \sqrt{32^2 - 2 \cdot 92}}{6} =$$

$$\frac{32 + \sqrt{1024 - 1104}}{6}$$

↑ добро  
↓ плохо

здесь обеситалас,  
но идее веркал.  
надеюсь на великий  
дан

На одной странице можно оформить только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА

из

- 1  
  2  
  3  
  4  
  5  
  6  
  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Лорпа QR-кода неолутстима!



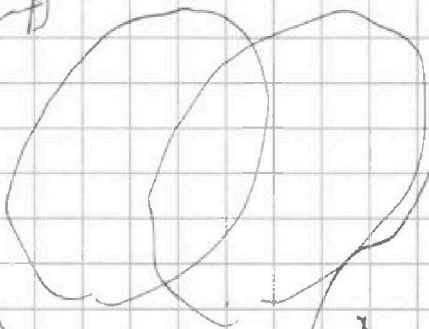
$$a^2 - 15a - 756 = 0$$

$$15 \pm \sqrt{15^2 + 4 \cdot 756}$$

$$15 - 57 = -42$$

$$-42 \pm 21$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{2}$$



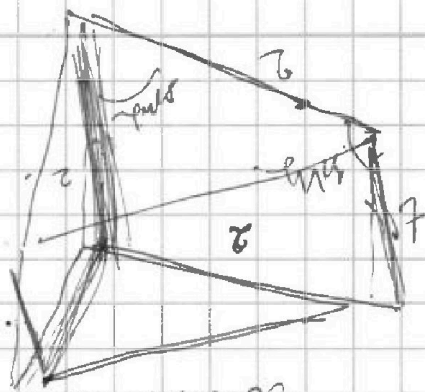
$$\cos(x + 2x) = \cos(2x) \cos x - \sin(2x) \sin x$$

$$\cos(2x) = 2\cos^2 x - 1$$

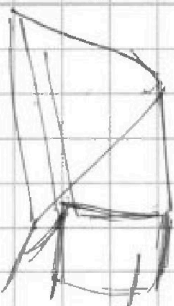
$$\sqrt{x+2} - \sqrt{5-x-3z} +$$

$$\cos(3x) + 6\cos x = 3\cos 2x + p$$

$$\cos(3x) - 3\cos(2x) + 6\cos x = p$$



$$2 - 3 \sin x = 7 = 5$$



$$4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$4\cos^3 x - 4\cos x$$

$$+ 2\cos^3 x$$

$$2\cos^3 x - \cos x - 2 +$$

$$- 2(1 - \cos^2 x) \cos x$$

$$= 2\cos^3 x - \cos x$$

$$- 2\sin^2 x \cos x =$$

$$2\cos^3 x - 1 - \cos x$$

$$2\cos^3 x - 1 - \cos x$$

$$2\cos^3 x - 1 - \cos x$$

$$2\cos^3 x - 1 - \cos x$$

$$2\cos^3 x - 1 - \cos x$$

$$2\cos^3 x - 1 - \cos x$$

$$2\cos^3 x - 1 - \cos x$$

$$2\cos^3 x - 1 - \cos x$$

$$2\cos^3 x - 1 - \cos x$$

$$2\cos^3 x - 1 - \cos x$$

$$2\cos^3 x - 1 - \cos x$$

$$2\cos^3 x - 1 - \cos x$$

$$2\cos^3 x - 1 - \cos x$$

$$2\cos^3 x - 1 - \cos x$$

$$2\cos^3 x - 1 - \cos x$$

$$2\cos^3 x - 1 - \cos x$$

$$2\cos^3 x - 1 - \cos x$$

$$2\cos^3 x - 1 - \cos x$$

$$2\cos^3 x - 1 - \cos x$$

$$2\cos^3 x - 1 - \cos x$$

$$2\cos^3 x - 1 - \cos x$$

$$2\cos^3 x - 1 - \cos x$$

$$2\cos^3 x - 1 - \cos x$$

$$2\cos^3 x - 1 - \cos x$$

$$2\cos^3 x - 1 - \cos x$$

$$2\cos^3 x - 1 - \cos x$$

$$2\cos^3 x - 1 - \cos x$$

$$2\cos^3 x - 1 - \cos x$$

$$2\cos^3 x - 1 - \cos x$$



На одной странице можно оформить только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7

СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Лопка QR-кода недоступна!

Каждое решение  $a, b$ .

Начиная с  $a, b, c, \dots$ ,  $a > b$ .  
 $(a-d)(b-c) = p^2$   
 $a+b = 820$

$$\begin{array}{r} 31 \\ \times 26 \\ \hline 186 \\ \times 26 \\ \hline 806 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 52 \\ \hline 240 \\ \times 52 \\ \hline 624 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \exists b=1 &\Rightarrow a=819 \rightarrow a-b=818 \\ \exists b=2 &\Rightarrow a=816 \Rightarrow a-b=814 \\ \exists b=3 &\Rightarrow a=811 \rightarrow a-b=808 \\ \exists b=4 &\Rightarrow a=804 \Rightarrow a-b=800 \\ \exists b=5 &\Rightarrow a=795 \Rightarrow a-b=790 \\ \exists b=6 &\Rightarrow a=784 \Rightarrow a-b=778 \\ \exists b=7 &\Rightarrow a=771 \Rightarrow a-b=764 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \exists b=8 &\Rightarrow a=752 \\ \exists b=9 &\Rightarrow a=729 \Rightarrow a-b=720 \\ \exists b=10 &\Rightarrow a=704 \Rightarrow a-b=694 \\ \exists b=11 &\Rightarrow a=675 \Rightarrow a-b=664 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \exists b=12 &\Rightarrow a=640 \Rightarrow a-b=628 \\ \exists b=13 &\Rightarrow a=601 \Rightarrow a-b=588 \\ \exists b=14 &\Rightarrow a=558 \Rightarrow a-b=544 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \exists b=15 &\Rightarrow a=511 \Rightarrow a-b=496 \\ \exists b=16 &\Rightarrow a=460 \Rightarrow a-b=444 \\ \exists b=17 &\Rightarrow a=405 \Rightarrow a-b=388 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \exists b=18 &\Rightarrow a=346 \Rightarrow a-b=328 \\ \exists b=19 &\Rightarrow a=283 \Rightarrow a-b=264 \\ \exists b=20 &\Rightarrow a=206 \Rightarrow a-b=186 \end{aligned}$$

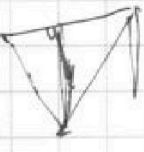
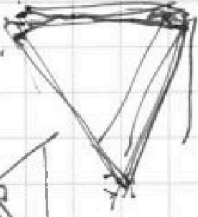
$$\begin{aligned} \exists b=21 &\Rightarrow a=125 \Rightarrow a-b=104 \\ \exists b=22 &\Rightarrow a=49 \Rightarrow a-b=27 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 92 \\ \times 12 \\ \hline 1104 \\ \times 92 \\ \hline 8464 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 25 \\ \hline 625 \\ \times 25 \\ \hline 6250 \end{array}$$

$$780+80=860$$

$$\frac{27 \times 3}{27} = 3$$



$$a+b=820$$

$$\begin{array}{r} 32499 \\ \times 361 \\ \hline 193794 \\ 648981 \\ 973485 \\ \hline 11742099 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3024 \\ \times 25 \\ \hline 15120 \\ \times 25 \\ \hline 75600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 3 \\ \hline 81 \\ \times 27 \\ \hline 729 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 92 \\ \times 12 \\ \hline 1104 \\ \times 92 \\ \hline 8464 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ \times 26 \\ \hline 186 \\ \times 26 \\ \hline 806 \end{array}$$

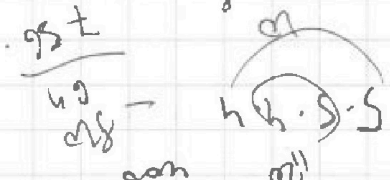
$$\begin{array}{r} 44 \\ \times 21 \\ \hline 924 \\ \times 44 \\ \hline 1540 \end{array}$$

$$\frac{2}{42} = 36$$

$$8/5$$

$$\frac{8}{4} - \frac{6}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$



$$\exists b=8 \Rightarrow a=752$$

$$\exists b=9 \Rightarrow a=729$$

$$\exists b=10 \Rightarrow a=704$$

$$\exists b=11 \Rightarrow a=675$$

$$\exists b=12 \Rightarrow a=640$$

$$\exists b=13 \Rightarrow a=601$$

$$\exists b=14 \Rightarrow a=558$$

$$\exists b=15 \Rightarrow a=511$$

$$\exists b=16 \Rightarrow a=460$$

$$\exists b=17 \Rightarrow a=405$$

$$\exists b=18 \Rightarrow a=346$$

$$\exists b=19 \Rightarrow a=283$$

$$\exists b=20 \Rightarrow a=206$$

$$\exists b=21 \Rightarrow a=125$$

$$\exists b=22 \Rightarrow a=49$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

⇒ Когда нам нужно подсчитать:

$$2 \cdot C_{100 \cdot 150}^4 - C_{150 \cdot 50}^2 + C_{100 \cdot 150}^4 - C_{150 \cdot 50}^2 =$$

$$= 3 C_{15000}^4 - 2 C_{7500}^2$$

симметрия относительно центра,  
но не симметрия относительно  
одной из ср. линий.

(если симметрия относительно центра и ось относительно  
ср. линий, то симметрия и относительно второй)

(~~и~~)

$$\text{Ответ: } 3 C_{15000}^4 - 2 C_{7500}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b, c \in \mathbb{Z}$$

$$a > b \quad a + c^2 = 820$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 15 \\ \hline 225 \end{array}$$

$$a > b$$

$$15 \times 5$$

$$1 \quad 819$$

$$820 = 17^2$$

$$a - b \neq 3$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a \quad 012$$

$$b \quad 012$$

$$b^2 \quad 011$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 12 \\ \hline 144 \end{array}$$

$$12$$

$$1+1=1$$

$$a + b^2 = 820$$

$$819 + 1$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$1 = a^2 + b^2$$

$$15 + 2 = 22 \times 2$$

$$ab - cb - ac - c^2 = p^2$$

$$a \quad b$$

$$0 \quad 1$$

$$0 \quad 2$$

$$1 \quad 0$$

$$1 \quad 1$$

$$1 \quad 2$$

$$2 \quad 1$$

$$2 \quad 2$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 10 \end{pmatrix} = 9$$

$$ab - 4(b+c) + c^2 = p^2$$

$$1-1$$

$$7-5$$

$$1-2$$

$$a - c = 1$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 20 & 400 \\ \hline 20 & 400 \\ \hline \end{array}$$

$$0 \quad 12$$

$$a \quad b \quad c$$

$$0 \quad 11$$

$$0 \quad 10$$

$$0 \quad 11$$

$$0 \quad 12$$

$$0 \quad 2$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$ab + c^2 = (a+b)c$$

$$\begin{array}{c} \uparrow \quad \uparrow \\ 0 \quad 11 \\ (820 - b^2) - c \end{array} (b-c) = 9$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline a & b & c \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$0$$

$$3$$

$$ab + c^2$$

$$a + b^2 = 820$$

$$\times \times \times$$

$$10$$

$$(a-c)(b-c) = 9$$

$$c^2 - 2c$$

$$\times 2$$

$$c^2 - c$$

$$|a > b > c$$

$$20$$

$$|c > a > c$$

$$820 - b^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow 3H^2 = k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 = h_1^2 + h_2^2 + h_3^2$$

$$k_i = S_{\Delta_i} \Rightarrow \sum k_i = S\left(\frac{\Delta^2}{2}\right)$$

$$\Rightarrow k_i = \sqrt{h_i^2 - H^2}$$

$$\Rightarrow \sum k_i = \sum \sqrt{h_i^2 - H^2}$$

$$S\left(\frac{\Delta^2}{2}\right) = \frac{2 \cdot 2 \cdot 8 \sin 60^\circ}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = 2\sqrt{\frac{25}{4} - H^2} + \sqrt{4 - H^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3 = 4\left(\frac{25}{4} - H^2\right) + 4 - H^2 + 4\sqrt{\left(\frac{25}{4} - H^2\right)(4 - H^2)}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\left(\frac{25}{4} - H^2\right)(4 - H^2)} = \frac{3 - 25 + 5H^2}{4} = \frac{5H^2 - 22}{4}$$

$$\left(\frac{25}{4} - H^2\right)(4 - H^2) = \frac{25H^4 + 26^2 - 260H^2}{16}$$

$$16\left(25 - 4H^2 - \frac{25}{4}H^2 + H^4\right) = 25H^4 + 26^2 - 260H^2$$

$$9H^4 - 96H^2 + 276 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} H^2 = t \\ t_2 = \frac{32 \pm \sqrt{32^2 - 12 \cdot 92}}{6} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow 3t^2 - 9t + 92 = 0$$

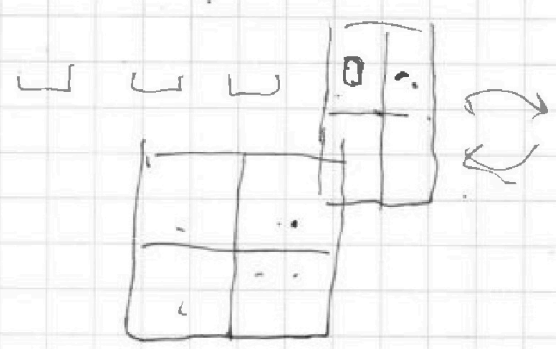
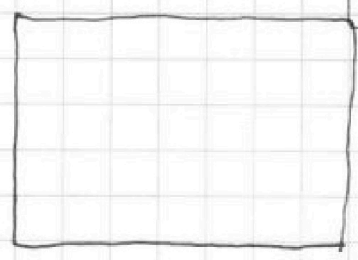
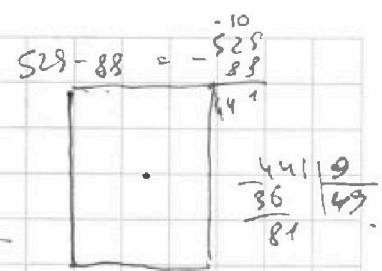
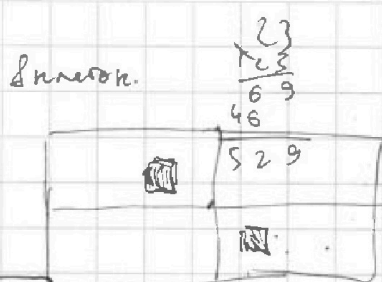
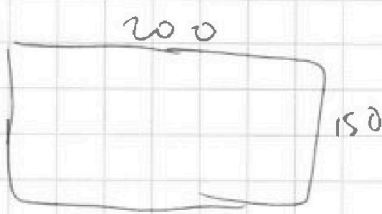


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



все  $x$  при которых.

]. резон.

$x \geq -4$   $(x-3)(\sqrt{15x+6}) > 0$

$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4$

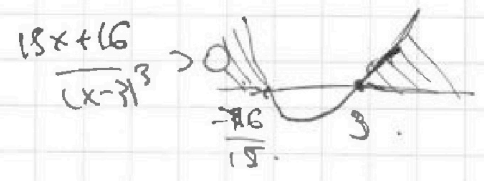
$1 = 1 = 1 \cdot x+4$

$a_3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2}}$

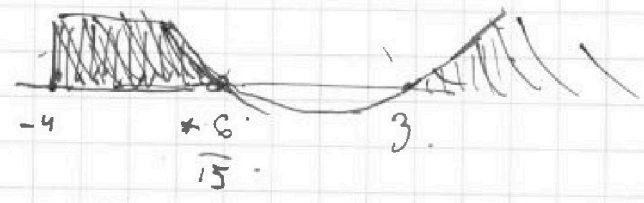
$a_4 = x+4$

$a_3'' = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$

$a_6 = \frac{(x+4)(x-3)\sqrt{x-3}}{\sqrt{15x+6}}$



$a_2 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{(x+4)}$



$a_8 = (x-3)^2$

$a_4 = \pm(x-3)$



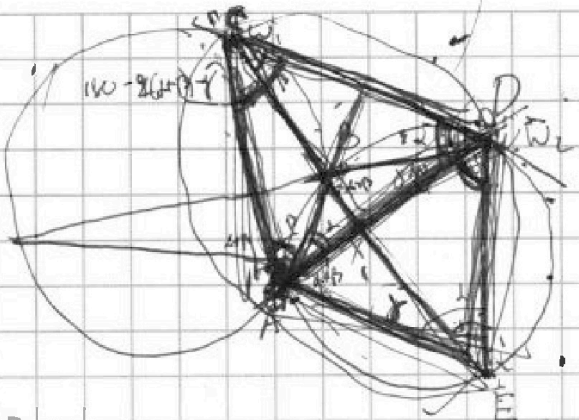


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{ED}{CD} = ?$$

$$\frac{CX}{XE} = \frac{3}{15}$$

$$\frac{ED}{BD} = \frac{CD}{CE}$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{BD}{CE}$$

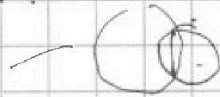
$$\frac{AC}{AE} = \frac{3}{15}$$

CD

$$\frac{ED}{CD} = \frac{AE}{AD}$$

AD

$$\frac{AD}{AE} = \frac{AC \cdot \sin(\alpha + \beta)}{AC}$$



$$CD^2 = CB \cdot CE$$

$$\frac{AE}{AD} = \frac{AD}{AC}$$

$$\frac{ED}{\sqrt{CB \cdot CE}}$$

$$\frac{DE}{\sin(\alpha + \beta)} = 2R$$

$$\frac{AC}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{CD}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$CD^2 = CB \cdot CE$$

$$\frac{BP}{\sin \alpha} = 2R$$

$$\frac{CD \cdot \sin \alpha}{ED \cdot \sin \alpha} = \frac{CX}{XE}$$

AE

$$\frac{AE}{\sin(180^\circ - 2\alpha - \beta - \gamma)} = \frac{ED}{\sin(\alpha + \beta)}$$

BD  
CE

$$\frac{CX}{XE}$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{\sin(\alpha + \beta) \cdot AE}{\sin(180^\circ - 2\alpha - \beta - \gamma) \cdot AC \cdot \sin(\alpha + \beta)}$$

$$= \frac{AE}{AC} \cdot \frac{AD}{AE}$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}$$