



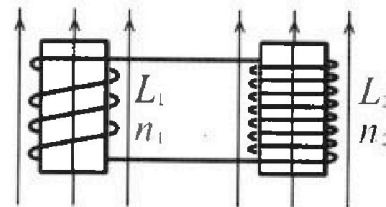
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 11-02



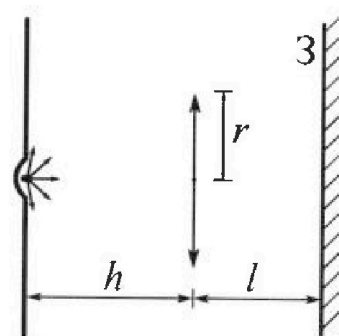
В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.

4. Две катушки с индуктивностями  $L_1 = L$  и  $L_2 = 9L$  и числами витков  $n_1 = n$  и  $n_2 = 3n$  помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки  $S$ . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью  $L_1$  индукция внешнего поля начнет уменьшаться со скоростью  $\Delta B / \Delta t = -\alpha (\alpha > 0)$ , а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью  $L_1$  уменьшилась от  $B_0$  до  $2B_0/3$ , не изменив направления, а в катушке с индуктивностью  $L_2$  индукция внешнего поля уменьшилась от  $B_0/3$  до  $B_0/12$ , не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии  $h$  расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием  $F = 2h$ . Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы  $r = 2$  см. Справа от линзы на расстоянии  $l = h$  расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в  $[см^2]$  в виде  $\gamma\pi$ , где  $\gamma$  - целое число или простая обыкновенная дробь.

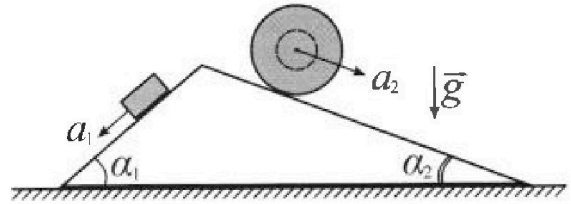
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 11-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой  $m$  с ускорением  $a_1 = 7g/17$  и скатывается без проскальзывания полый шар массой  $5m$  с ускорением  $a_2 = 8g/25$  (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту  $\alpha_1$  ( $\sin \alpha_1 = 3/5$ ,  $\cos \alpha_1 = 4/5$ ) и  $\alpha_2$  ( $\sin \alpha_2 = 8/17$ ,  $\cos \alpha_2 = 15/17$ ).

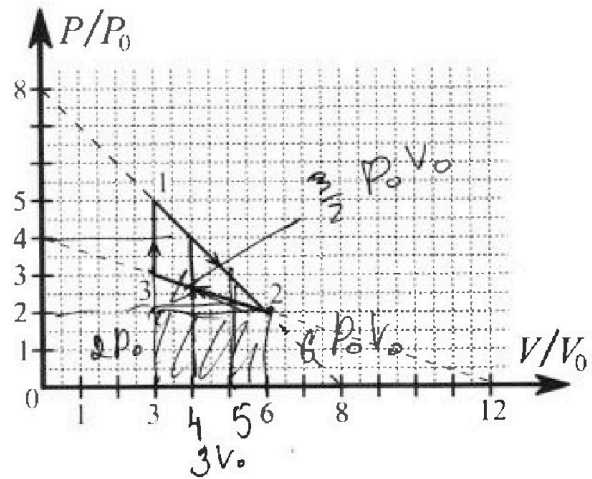


Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

- 1) Найти силу трения  $F_1$  между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения  $F_2$  между шаром и клином.
- 3) Найти силу трения  $F_3$  между столом и клином.

Каждый ответ выразить через  $m$  и  $g$  с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость  $P/P_0$  от  $V/V_0$ . Здесь  $V$  и  $P$  - объем и давление газа,  $V_0$  и  $P_0$  - некоторые неизвестные объем и давление.

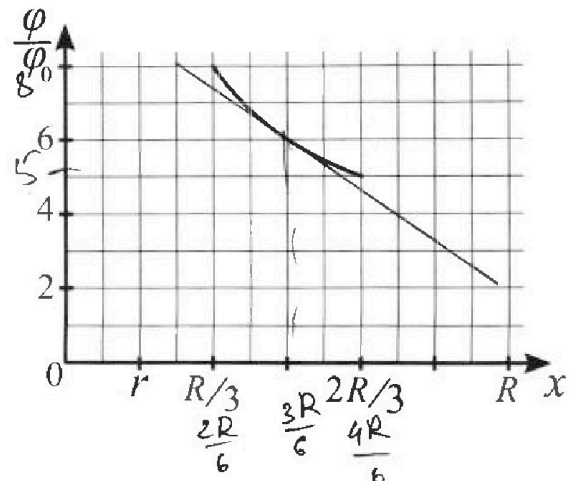
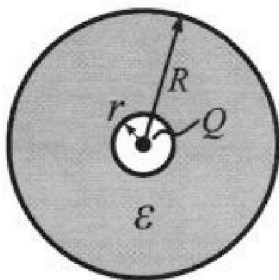


- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 3-1 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 2.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и радиусами поверхностей  $r$  и  $R$  находится шарик с зарядом  $Q$  (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала  $\varphi$  электрического поля внутри диэлектрика от расстояния  $x$  от центра полого шара в интервале изменений  $x$  от  $R/3$  до  $2R/3$  (см. рис.). Здесь  $\varphi_0$  — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными  $r$ ,  $R$ ,  $Q$ ,  $\epsilon$ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при  $x = 3R/4$ .
- 2) Используя график, найти численное значение  $\epsilon$ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} &= \frac{mg}{17^2 \cdot 25^2} (8 \cdot 5^2 \cdot 3 - 8^2 - 12 \cdot 17^2 - 64 + 64 \cdot 3 \cdot 5) = \\ &= \frac{mg}{17^2 \cdot 25^2} (24 \cdot 8^4 - 12 \cdot 17^2 - 64 + 15 \cdot 64) = \\ &= \frac{mg}{17^2 \cdot 25^2} (24 \cdot 625 - 12 \cdot 389 - 64 \cdot 14) = mg \frac{9436}{1225} \end{aligned}$$

$\begin{array}{r} 1 \\ \times 625 \\ \hline 2500 \\ 1250 \\ \hline 15000 \end{array}$	$\begin{array}{r} 11 \\ \times 389 \\ \hline 778 \\ 389 \\ \hline 4668 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ \times 64 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \end{array}$	$\begin{array}{r} 111 \\ + 4668 \\ + 896 \\ \hline 5564 \\ 15000 \\ - 5564 \\ \hline 9436 \end{array}$
---	---	---	--

Ответ: 1)  $F_1 = \frac{16}{85} mg$   
2)  $F_2 = \frac{64}{85} mg$   
3)  $F_3 = \frac{9436}{1225} mg$





1  2  3  4  5  6  7

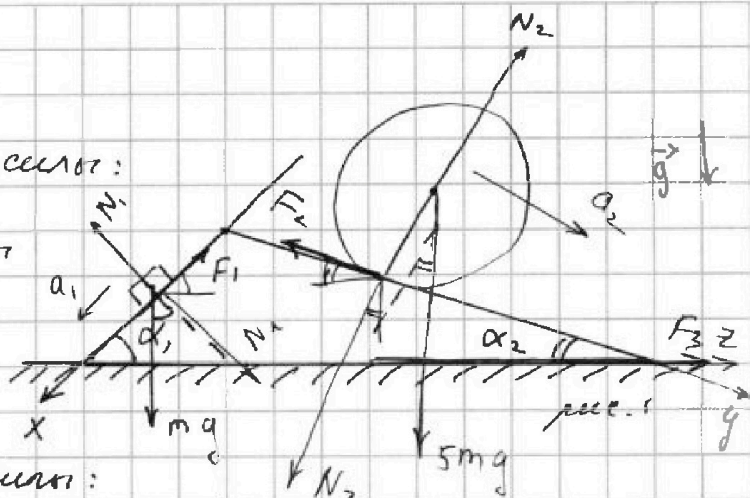
СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача №1

На брусок действует 3 силы:

- сила реакции со стороны поверхности угла  $N_1$ ,
- сила тяжести  $mg$
- сила трения  $F_1$ .



На шип действует 3 силы:

- сила реакции со стороны поверхности  $N_2$
- сила трения  $F_2$
- сила тяжести  $5mg$  (на объектно-ориентированном языке ~~иногда т.е. про однородности материала не скажем).~~

Введём ось  $x$  как показано на рис. 1 (вдоль поверхности, шильованной под углом  $\alpha_1$ ), ось  $y$  (вдоль поверхности под углом  $\alpha_2$ ), ось  $z$  (вдоль горизонта)

Запишем 2-ой Закон Ньютона для бруска в

проекции на ось  $x$ :  $Ox: ma_1 = mgsin\alpha_1 - F_1$

$$\Rightarrow F_1 = mgsin\alpha_1 - ma_1 = mg \cdot \frac{3}{5} - m \cdot \frac{7g}{17} =$$

$$= mg \left( \frac{3}{5} - \frac{7}{17} \right) = mg \left( \frac{51 - 35}{5 \cdot 17} \right) = mg \cdot \frac{16}{85}$$

Итак,  $F_1 = \frac{16}{85} mg$ .

~~Запишем 2-ой Закон Ньютона для шипа в проекции на ось  $y$ :  $Oy: m_2 a_2 = N_2 \cos\alpha_2 - F_2 - 5mg \sin\alpha_2$~~





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$$m_2 a_2 = 5mg + m_2 a_2 - F_2$$~~

Решение задачи

Запишем все законы движения центра масс для шара (он совпадает с его центром) в проекции на ось  $y$ :

$$\begin{aligned} O_y: \overset{5m}{m} a_2 &= 5mg \sin \alpha_2 - F_2 \Rightarrow F_2 = 5mg \cdot \sin \alpha_2 - 5m a_2 \\ &= 5mg \cdot \frac{8}{17} - 5m \cdot \frac{8}{25} g = mg \left( \frac{40}{17} - \frac{40}{25} \right) \\ &= mg \cdot 40 \cdot \left( \frac{25-17}{25 \cdot 17} \right) = 40mg \left( \frac{8}{25 \cdot 17} \right) = \frac{64}{85} mg \end{aligned}$$

Из 3-го Закона Ньютона мы можем действующую силу трения и реакцию реакции по модулю и противоположные по направлению силы  $\vec{N}_1$ ,  $\vec{N}_2$ ,  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ , а также силу трения  $F_3$  и силу тяжести и силу реакции со стороны стола. Тогда из 2-го

Закона Ньютона в проекции на ось  $z$  (см. рис. 1)

$$0 = -N_2 \sin \alpha_2 + N_1 \sin \alpha_1 + F_1 \cos \alpha_1 - F_2 \cos \alpha_2 + F_{3x}$$

где  $F_{3x}$  - проекция силы трения о стол на ось  $z$ .

$$F_{3x} = N_2 \sin \alpha_2 - N_1 \sin \alpha_1 - F_1 \cos \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2$$

$$N_2 = 5mg \cos \alpha_2, \quad N_1 = mg \cos \alpha_1 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} F_{3x} &= 5mg \cdot \frac{8}{17} \cdot \frac{15}{17} - mg \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} - \frac{16}{85} mg \cdot \frac{4}{5} + \frac{64}{85} mg \cdot \frac{15}{17} \\ &= mg \left( \frac{8 \cdot 5^2 \cdot 3}{17^2} - \frac{12}{25} - \frac{64}{17 \cdot 25} + \frac{64 \cdot 3}{17 \cdot 5} \right) \end{aligned}$$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

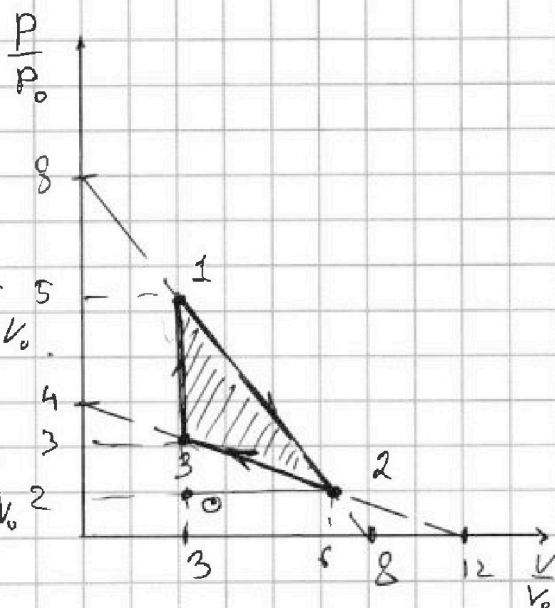
Задача 2

Работу газа за цикл можно считать как площадь внутри цикла (закрашено на рисунке) умноженную на  $P_0 V_0$ .

Тогда работа за цикл  $A_{\text{цикл}}$

$$= \frac{9}{2} P_0 V_0 - \frac{3}{2} P_0 V_0 = \frac{6}{2} P_0 V_0 = 3 P_0 V_0$$

площадь  $\Delta 120$  площадь  $\Delta 320$



Процесс 3-1 изохорический. Первое начало термодинамики для него имеет вид:  $Q = \frac{3}{2} \nu R \Delta T + A = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$  (так как работа и изменение энергии отсутствуют)  $\rightarrow$   $Q = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$

закон Менделеева -  $\nu R \Delta T = \Delta(PV)$ , т.е.  $Q = \frac{3}{2} (\Delta(PV)) =$

$$= \frac{3}{2} (5 P_0 \cdot 3 V_0 - 3 P_0 \cdot 3 V_0) = \frac{3}{2} \cdot 3 V_0 \cdot 2 P_0 = 9 P_0 V_0$$

$\Delta U = Q = 9 P_0 V_0$  где  $Q$  - суммарное количество теплоты подведенное к газу,  $\Delta U$  - изменение его внут. энергии.

Тогда отношение приращен внут. энергии к работе за цикл:  $\frac{\Delta U}{A_{\text{цикл}}} = \frac{9 P_0 V_0}{3 P_0 V_0} = 3$

В процессе 1-2 зависимость  $P(V)$  задается уравнением  $P(V) = 8 P_0 - P_0 \cdot \frac{V}{V_0}$ ,  $V \in [3 V_0; 8 V_0]$ , что видно из графика.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Запишем закон Менделеева - Клапейрона <sup>давим (M-k)</sup>  $PV = \nu R T$  для газа в процессе 1-2:  $P(V) = 8P_0 - P_0 \cdot \frac{V}{V_0}$   
 $\Rightarrow (8P_0 - P_0 \cdot \frac{V}{V_0})V = \nu R T$ , т.е. зависимость  $T(V)$  в процессе 1-2 задаем так:  $T(V) = \frac{1}{\nu R} (8P_0 V - P_0 \frac{V^2}{V_0})$   
 $\Rightarrow \frac{dT}{dV} = \frac{1}{\nu R} (8P_0 - 2P_0 \frac{V}{V_0})$

$$\text{Тогда } \frac{dT}{dV} = \frac{2}{\nu R} (4P_0 - P_0 \frac{V}{V_0}) = \frac{2}{\nu R} (4P_0 - \frac{P_0 V}{V_0})$$

Видим, что при  $V \in [3V_0; 4V_0]$   $\frac{dT}{dV} > 0$ , т.е.  $T(V) \uparrow$ ,  
 а при  $V \in [4V_0; 8V_0]$   $\frac{dT}{dV} < 0$ , т.е.  $T(V) \downarrow$ .

Тогда максимальное значение в процессе 1-2 температура достигается при  $V = 4V_0$ .

При  $V = 4V_0$   $P = 4P_0 \Rightarrow$  по закону М-К  
 $4V_0 \cdot 4P_0 = \nu R T_{\max} \Rightarrow T_{\max} = \frac{16P_0 V_0}{\nu R}$

в состоянии 2 по М-К:

$6V_0 \cdot 2P_0 = \nu R T_2$ , где  $T_2$  - температура в соот. 2:  
 $T_2 = \frac{12P_0 V_0}{\nu R} \Rightarrow \frac{T_{\max}}{T_2} = \frac{16P_0 V_0}{12P_0 V_0} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$

Запишем 1-ое начало термодинамики для газа в процессе 1-2:

$$\delta Q = dU + \delta A = \int_1^2 \nu R dT + P dV = \frac{\nu}{2} \nu R dT + P dV$$

Из второго начала возьмем  $dT = \frac{2}{\nu R} (4P_0 - \frac{P_0 V}{V_0}) dV$ , тогда





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\delta Q = \frac{3}{2} \nu R \cdot \frac{2}{\nu R} (4P_0 - \frac{P_0}{V_0} V) dV + P(V) dV,$$

и следовательно вообще  $P(V) = 8P_0 - P_0 \cdot \frac{V}{V_0} \Rightarrow$

$$\delta Q = 3(4P_0 - \frac{P_0}{V_0} V) dV + (8P_0 - P_0 \cdot \frac{V}{V_0}) dV =$$

$$= dV (12P_0 - \frac{3P_0}{V_0} V + 8P_0 - \frac{P_0}{V_0} V) = \frac{dV}{V_0} (20P_0 - \frac{4P_0}{V_0} V)$$

видим, что  $\delta Q > 0$  только при  $V \in [3V_0; 5V_0]$ , т.е. в процессе 1-2

внешнее тепло ~~отдается~~ подводится к газу в  $[3V_0; 5V_0]$ , а потом в  $[5V_0; 6V_0]$  он не передается.

Тогда кол-во тепла, которое подвели к газу в

процессе 1-2:  $Q_{12}^k = \int_{3V_0}^{5V_0} \delta Q = \int_{3V_0}^{5V_0} (20P_0 - \frac{4P_0}{V_0} V) dV =$

$$= 20P_0 \cdot V \Big|_{3V_0}^{5V_0} - \frac{4P_0}{V_0} \frac{V^2}{2} \Big|_{3V_0}^{5V_0} = 40P_0V_0 - \frac{4P_0}{V_0} \cdot \frac{25V_0^2 - 9V_0^2}{2}$$

$$= 40P_0V_0 - 4P_0 \cdot 8V_0 = 40P_0V_0 - 32P_0V_0 = 8P_0V_0$$

Аналогичным процессу 1-2 найдем кол-во тепла, подводимого к газу в процессе 2-3:

$P(V) = 4P_0 - P_0 \cdot \frac{V}{3V_0}$ . Подставим в М-к получим:

$$T(V) = \frac{1}{\nu R} P(V) \cdot V = \frac{1}{\nu R} (4P_0 - P_0 \cdot \frac{V}{3V_0}) \cdot V =$$

$$= \frac{1}{\nu R} (4P_0 V - P_0 \frac{V^2}{3V_0}) \Rightarrow \frac{dT}{dV} = \frac{1}{\nu R} (4P_0 - \frac{2P_0}{3V_0} V)$$

$$\Rightarrow dT = \frac{1}{\nu R} (4P_0 - \frac{2P_0}{3V_0} V) dV$$

Записав в 1-ой члену термодинамики получим:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \delta Q &= dU + \delta A = \frac{5}{2} \nu R dT + P(V) dV = \\ &= \frac{3}{2} \nu R \cdot \frac{1}{\nu R} \left( 4P_0 - \frac{2P_0}{3V_0} V \right) dV + \left( 4P_0 - \frac{P_0}{3V_0} V \right) dV = \\ &= \left( 6P_0 - \frac{P_0}{V_0} V \right) dV + \left( 4P_0 - \frac{P_0}{3V_0} V \right) dV = \\ &= \underbrace{dV}_{\uparrow \text{ (статья)}} \left( 10P_0 - \frac{4P_0}{3V_0} V \right) \end{aligned}$$

Видим, что  $\delta Q < 0$  в процессе 2-3 при  $V \in [3V_0; 7.5V_0]$   
а поскольку в процессе 2-3  $V$  увеличивается от  $3V_0$  до  $6V_0$ , то на всем процессе 2-3 газ ~~отдает~~ <sup>поглощает</sup> тепло.

~~Тогда по определению  $\eta = \frac{A_{\text{полн}}}{Q_{\text{з}}}$ , где~~

~~$Q_{\text{з}} = Q_{3,1} + Q_{1,2}$~~

Тогда по определению  $\eta = \frac{A_{\text{полн}}}{Q_{\text{з}}} = \frac{A_{\text{полн}}}{Q_{3,1} + Q_{1,2}}$ , где  
 $Q_{\text{з}}$  - подводимое к газу или-то теплоты от  
исполнителя.

Из формулы выше  $A_{\text{полн}} = 3P_0V_0$ ,  $Q_{3,1} = 9P_0V_0$ ,  $Q_{1,2} = 8P_0V_0$

$$\Rightarrow \eta = \frac{3P_0V_0}{9P_0V_0 + 8P_0V_0} = \frac{3}{17}$$

- Ответ: 1) 3  
2)  $\frac{4}{3}$   
3)  $\frac{3}{17}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3

В диэлектрике будет происходить поляризация.

Но умалее общности будем считать, что  $Q > 0$ . Тогда

на внутренней поверхности ~~содержится~~ возникнет заряд  $-q$ , а

на внешней  $+q$  (поскольку изначально диэлектрик не заряжен, и для него закон сохранения заряда). Но определим диэлектрической проницаемости,

диэлектрик будет ослаблен полем заряда  $Q$  в

$\epsilon$  раз, т.е. в некоторой ( $\cdot$ ) внутри шара, удаленной на  $x$  от его центра (~~где~~  $r \leq x \leq R$ ) выполняем:

$$\vec{E}_q + \vec{E}_q + \vec{E}_Q = \frac{1}{\epsilon} \vec{E}_Q$$

Поскольку система сферически симметрична, то

заряды  $q$  и  $-q$  распределены равномерно,

туда тк. заряд  $+q$  не создает напряженности поле внутри, то

$$-\frac{kq}{x^2} + \frac{kq}{x^2} = \frac{1}{\epsilon} \cdot \frac{kQ}{x^2} \Rightarrow q = Q - \frac{1}{\epsilon} Q = Q \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right).$$

Тогда потенциал  $\phi$  в ( $\cdot$ ) удаленной от центра на  $x$

$$(r \leq x \leq R) \text{ равен } \phi = \frac{kq}{R} - \frac{kq}{x} + \frac{kQ}{x}$$

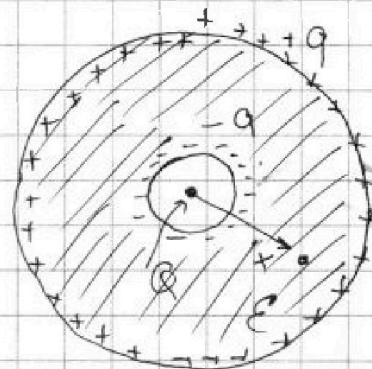


рис. 1



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда, подставив  $q = (1 - \frac{1}{\varepsilon})Q$  получим:

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{k(1 - \frac{1}{\varepsilon})Q}{R} - \frac{k(1 - \frac{1}{\varepsilon})Q}{x} + \frac{kQ}{x} = \\ &= kQ \left( \frac{1}{x} - \frac{(1 - \frac{1}{\varepsilon})}{x} + \frac{(1 - \frac{1}{\varepsilon})}{R} \right) \quad (1) \end{aligned}$$

Подставим  $x = \frac{3}{4}R$ :

$$\begin{aligned} \varphi &= kQ \left( \frac{4}{3R} - \frac{4(1 - \frac{1}{\varepsilon})}{3R} + \frac{3(1 - \frac{1}{\varepsilon})}{3R} \right) = \\ &= \frac{kQ}{3R} \left( 4 - (1 - \frac{1}{\varepsilon}) \right) = \frac{kQ}{3R} \left( 3 + \frac{1}{\varepsilon} \right) \end{aligned}$$

Итак, в (1)  $x = \frac{3R}{4}$   $\varphi = \frac{kQ}{3R} \left( 3 + \frac{1}{\varepsilon} \right)$

Найдем  $\varphi_1$  - потенциал на удалении  $x = \frac{R}{3}$  от центра (подставив в  $\varphi$ -у (1))

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= kQ \left( \frac{3}{R} - \frac{3(1 - \frac{1}{\varepsilon})}{R} + \frac{(1 - \frac{1}{\varepsilon})}{R} \right) = \frac{kQ}{R} \left( 3 - 2(1 - \frac{1}{\varepsilon}) \right) \\ &= \frac{kQ}{R} \left( 1 + \frac{2}{\varepsilon} \right) \end{aligned}$$

Найдем  $\varphi_2$  - потенциал на удалении  $x = \frac{2R}{3}$  от центра:

$$\begin{aligned} \varphi_2 &= kQ \left( \frac{3}{2R} - \frac{3(1 - \frac{1}{\varepsilon})}{2R} + \frac{2(1 - \frac{1}{\varepsilon})}{\varepsilon R} \right) = \\ &= \frac{kQ}{2R} \left( 3 - (1 - \frac{1}{\varepsilon}) \right) = \frac{kQ}{2R} \left( 2 + \frac{1}{\varepsilon} \right) \end{aligned}$$

в (1)  $x = \frac{R}{3}$   $\frac{\varphi}{\varphi_0} = 8$  (из графика из условия), а

в (1)  $x = \frac{2R}{3}$   $\frac{\varphi}{\varphi_0} = 5$  (из того же графика).



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Тогда } \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{\frac{\varphi_1}{\varphi_0}}{\frac{\varphi_2}{\varphi_0}} = \frac{8}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{2}{\varepsilon}\right)}{\frac{kQ}{2R} \left(2 + \frac{1}{\varepsilon}\right)} = \frac{8}{5} \Rightarrow \frac{2 + \frac{4}{\varepsilon}}{2 + \frac{1}{\varepsilon}} = \frac{8}{5} \Rightarrow$$

$$10 + \frac{20}{\varepsilon} = 16 + \frac{8}{\varepsilon} \quad \frac{12}{\varepsilon} = 6 \quad \varepsilon = \frac{12}{6} = 2.$$

Итак, из условия  $\varepsilon = 2$ .

$$\text{Ответ: 1) } \varphi = \frac{kQ}{3R} \left(3 + \frac{1}{\varepsilon}\right)$$

$$2) \varepsilon = 2.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В каждой из катушек можно считать количество витков  $n$  одинаковым. Тогда магнитный поток  $\Phi_0 = B_0 S n_1 + \frac{B_0 S n_2}{3}$

$$= B_0 S n + B_0 S n = 2 B_0 S n.$$

Поскольку внешнее поле увеличивается и не меняет направления, то со временем магнитный поток в катушке увеличивается. Тогда магнитный поток в катушке  $\Phi_1$  равен:

$$\Phi_1 = \frac{2 B_0 S n_1}{3} + L_1 I + \frac{B_0 S n_2}{12} + L_2 I$$
$$= \frac{2 B_0 S n}{3} + L I + \frac{B_0 S n}{4} + 9 L I$$

$$\Phi_0 = \Phi_1 \Rightarrow$$

$$10 L I + \frac{11 B_0 S n}{12} = 2 B_0 S n \Rightarrow$$

$$10 L I = \frac{13 B_0 S n}{12} \Rightarrow I = \frac{13 B_0 S n}{120 L}$$

Ответ:  $\frac{13 B_0 S n}{120 L}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 4

Если только имеется  
уменьшенное внешнее  
поле в катушке берем

ИДС индуцируемые. Т.е.

катушки далеко друг от друга, то  
их взаимноиндукцией можно пренебречь.

$\mathcal{E}_{ind1}$  в первой катушке равно

$$\mathcal{E}_{ind1} = - \left( \frac{dB_1 S}{dt} + L_1 \frac{dI}{dt} \right)$$

С другой стороны по 2-му п. Кирхгофа

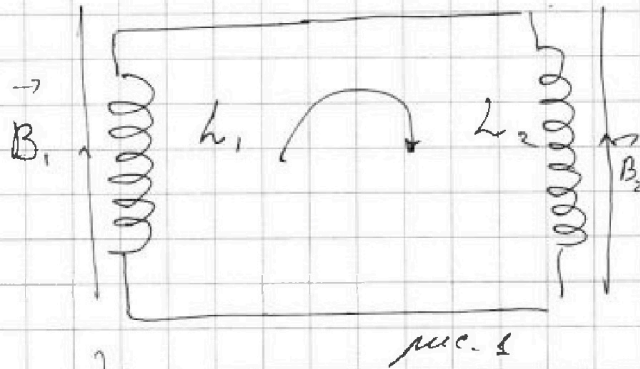
$$\mathcal{E}_{ind1} + \mathcal{E}_{ind2} = 0, \text{ т.к. } \mathcal{E}_{ind2} = -L_2 \frac{dI}{dt} \Rightarrow$$

$$- \frac{dB_1 S}{dt} - L_1 \frac{dI}{dt} - L_2 \frac{dI}{dt} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{dI}{dt} (L_1 + L_2) = \alpha S \Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{\alpha S}{L_1 + L_2}$$

скорость изменения тока в цепи.

Поскольку катушки включены последовательно,  
то для них выполняем закон сохранения  
магнитного потока.





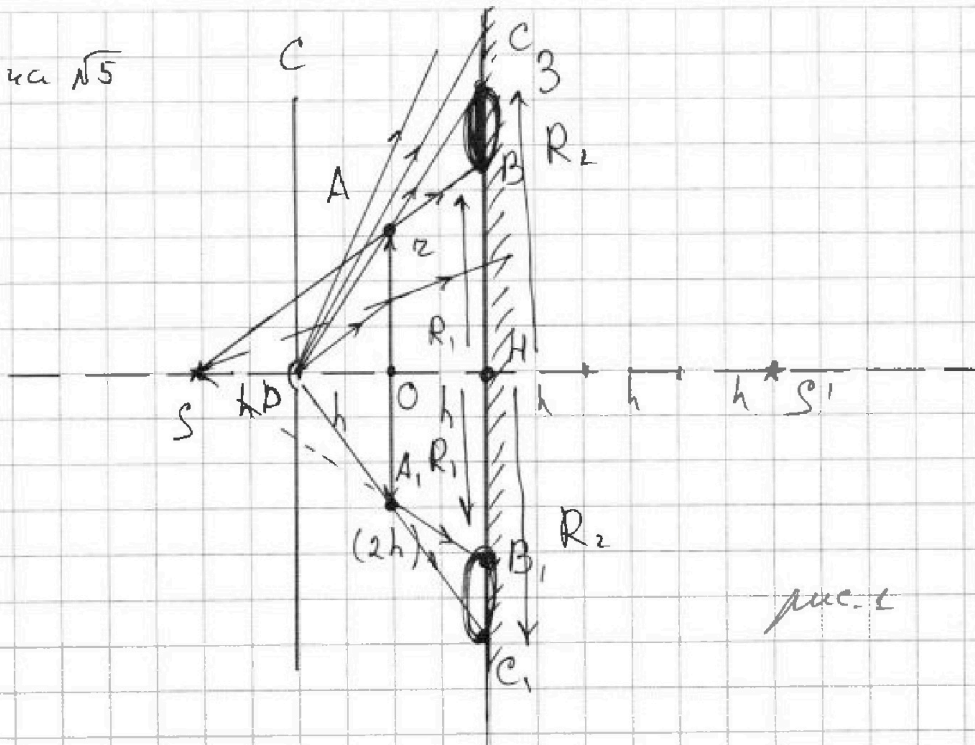
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №5



Поскольку система обладает симметрией относительно главной оптич. оси  $LSO$  (далее  $L$ ), то можно рассмотреть её часть под  $SOO$  (меткая симметрии) рис. 1

Если луч ~~идёт~~ не проходит  $u/z$   $L$ , то  $a$  луч падает на  $3$  и отражается (см. рис. 1)

Если луч проходит  $u/z$   $L$  преломляется.

т.е.  $h = \frac{F}{2}$ , то изображение  $S$  - мнимое, а  $L$  собирающая

зная  $f$ -м  $SOO$   $L$  имеет вид:  $\frac{1}{h} - \frac{1}{f} = \frac{1}{2h}$   
 $\Rightarrow f = 2h$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
≥ ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Лучи, преломившиеся в  $A$  идут как если бы они исходили из источника  $S$  (см. рис. 1), крайние из таких лучей проходят через крайние точки  $A$ . Тогда ясно какая кривая  $3$  будет освещена (отметим на рисунке  $4$  овалом). Освещенная кривая  $3$  — это кольцо, внутренний радиус которого  $R_1$ , а внешний  $R_2$ .

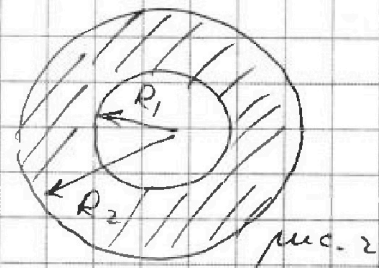
$$\text{Из подобия } \Delta\text{-ов } \triangle APO \sim \triangle CDH \Rightarrow \frac{R_2}{r} = \frac{DH}{OD} = 2 \\ \Rightarrow R_2 = 2r.$$

$$\text{Из подобия } \Delta\text{-ов } \triangle ASO \sim \triangle BSH \Rightarrow \frac{R_1}{r} = \frac{SH}{SO} = \frac{3}{2} \\ \Rightarrow R_1 = \frac{3}{2}r$$

Тогда площадь освещенного кольца  $3$  (рис. 2):

$$S_3 = \pi R_2^2 - \pi R_1^2 = \pi \left( 4r^2 - \frac{9}{4}r^2 \right) \\ = \pi r^2 \cdot \frac{7}{4}$$

$$\text{Итак, } S_3 = \frac{7}{4} \pi r^2$$







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

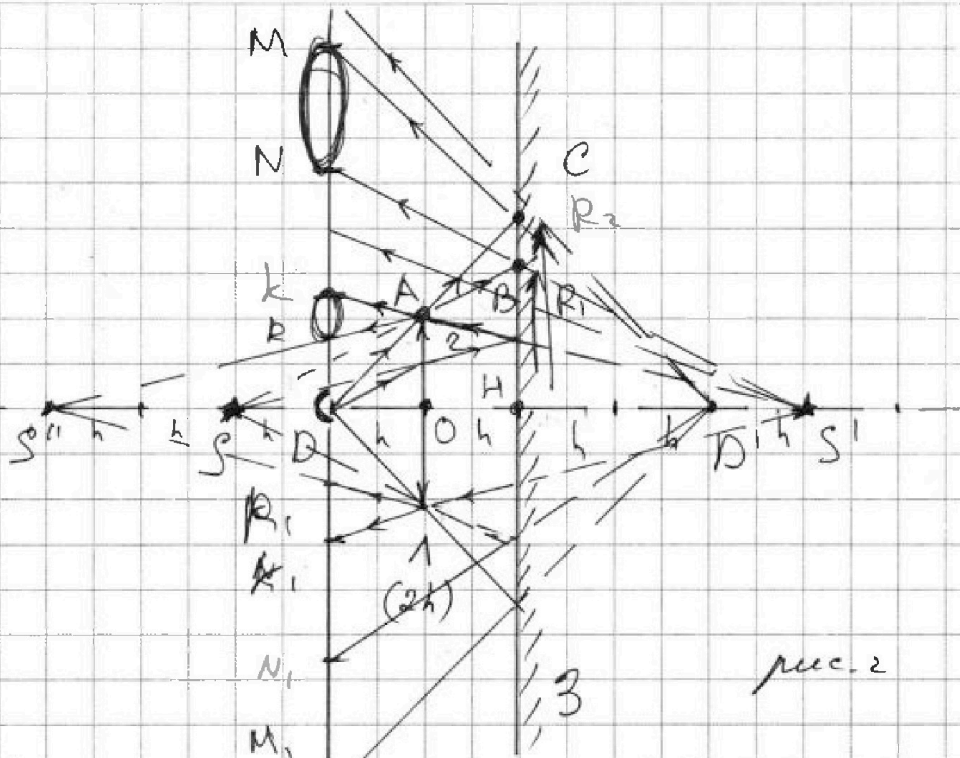


рис. 2

Лучи  $D'$  - изображение лампы в  $Z$ , а

$S'$  - изображение в  $Z$  ( $\cdot$ )  $S$ . Лучи, которые не ~~преобразованы~~ проходят  $\frac{1}{2}$  мимо оптического центра  $O$  и  $D'$  - они освещают весь свет, см. рис. 2 (лучи  $M_1$  и  $N_1$ )

Часть лучей вышедших из  $S$  отражатся, не пройдут  $\frac{1}{2}$   $O$  и освещат стену, другие часть, ~~после~~ после отражения попадая на  $L$  преломится.

Поскольку источник  $S'$  удален от  $L$  на  $2h$

$2h = 2F$ , то изображение  $S'$  будет ~~на~~  $2h$  и т.д. если стена, то эти лучи освещат ее на  $2h$  от  $R$  до  $R_1$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Из } \triangle DS'R \sim \triangle OS'A \Rightarrow RD = \frac{3}{4}r$$

$$\text{Из } \triangle AS'O \sim \triangle KS'D \Rightarrow KD = \frac{5}{4}r$$

$$\text{Из } \triangle BS'H \sim \triangle NS'D \Rightarrow ND = \frac{5}{3}R_1 = \frac{5}{2}r$$

$$\text{Из } \triangle CDH \sim \triangle MD'D \Rightarrow MD = 2R_2 = 4r$$

Тогда плоскости  
области (штрихованы или  
заштрихованы  
рис. 3 и областью на рис. 2)  
— кольца.

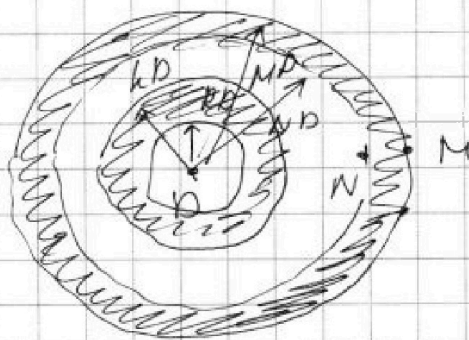


рис. 3

Площадь первого шев. кольца

$$S_1 = \pi (KD)^2 - \pi (RD)^2 = \pi (KD^2 - RD^2) =$$

$$\pi \left( \frac{25}{16} r^2 - \frac{9}{16} r^2 \right) = \pi r^2$$

$$S_2 = \pi (MD^2 - ND^2) = \pi \left( 16r^2 - \frac{25}{4} r^2 \right) =$$

$$= \pi r^2 \left( \frac{64 - 25}{4} \right) = \pi r^2 \left( \frac{39}{4} \right)$$

Тогда площадь шев. стелл  $S_c = S_1 + S_2 =$

$$= \pi r^2 + \pi r^2 \cdot \frac{39}{4} = \frac{43}{4} \pi r^2$$

Ответ: 1)  $7\pi \text{ см}^2$

2)  $43\pi \text{ см}^2$



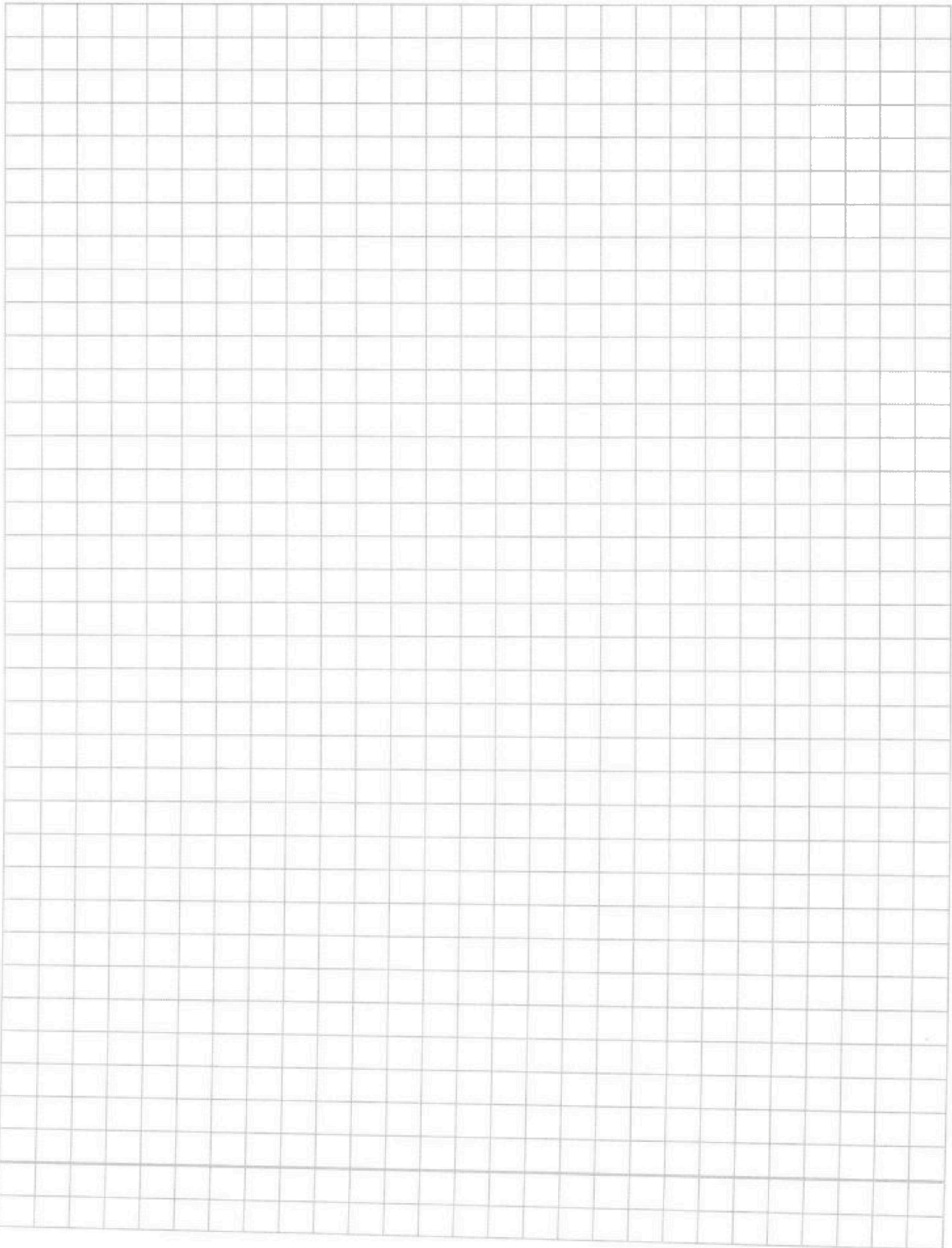


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~31.06.2019~~

$$Bl = \mu n I$$

$$B S = \frac{\mu n I S}{e}$$

$$L I = \frac{\mu n S I}{e}$$

$$h = \mu \mu_0 \frac{n S}{e}$$

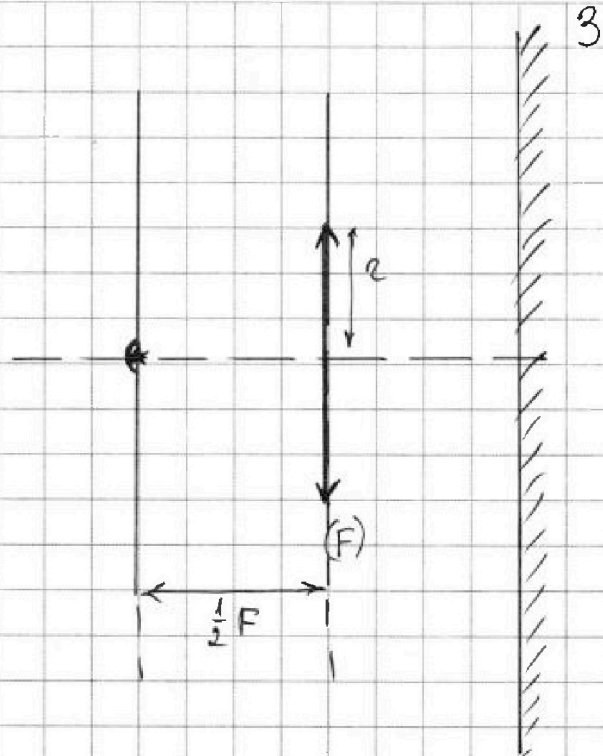
$$\epsilon_{ind} = -L \frac{dI}{dt} = -$$

$$\left( L \frac{dI}{dt} + \frac{dB}{dt} \right) = \epsilon_{ind}$$

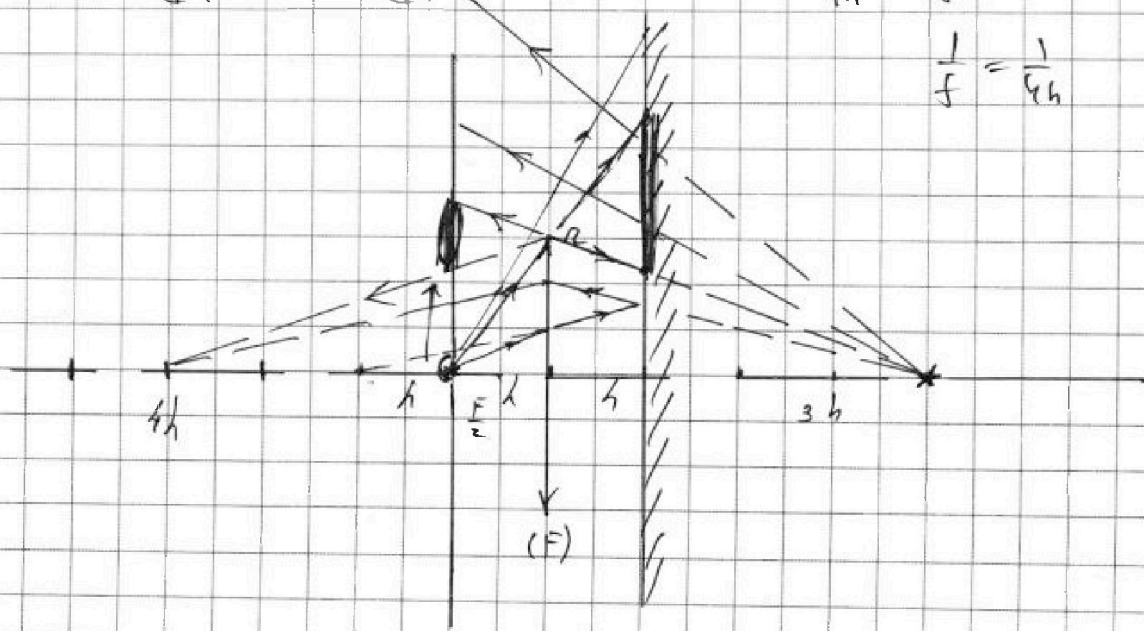
$$L \frac{dI}{dt} = \epsilon_{ind} - \frac{dB}{dt}$$

$$\frac{1}{4h} + \frac{1}{f} = \frac{1}{2h}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{4h}$$



3







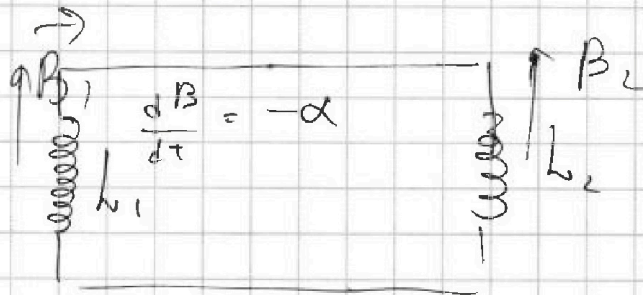
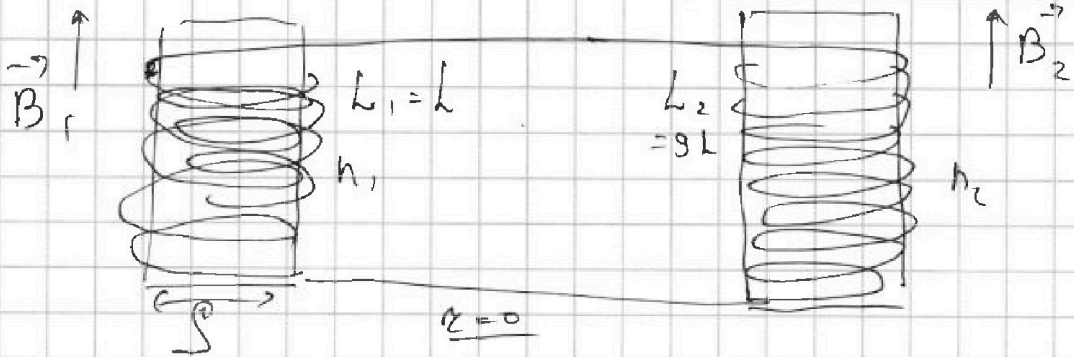
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

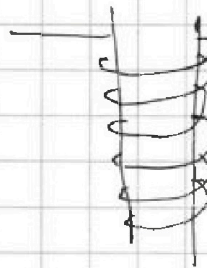
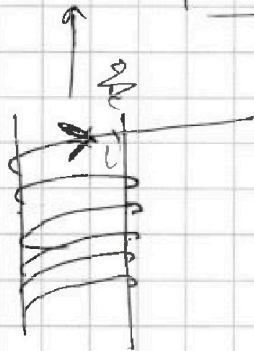
СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$S^4 = 625$

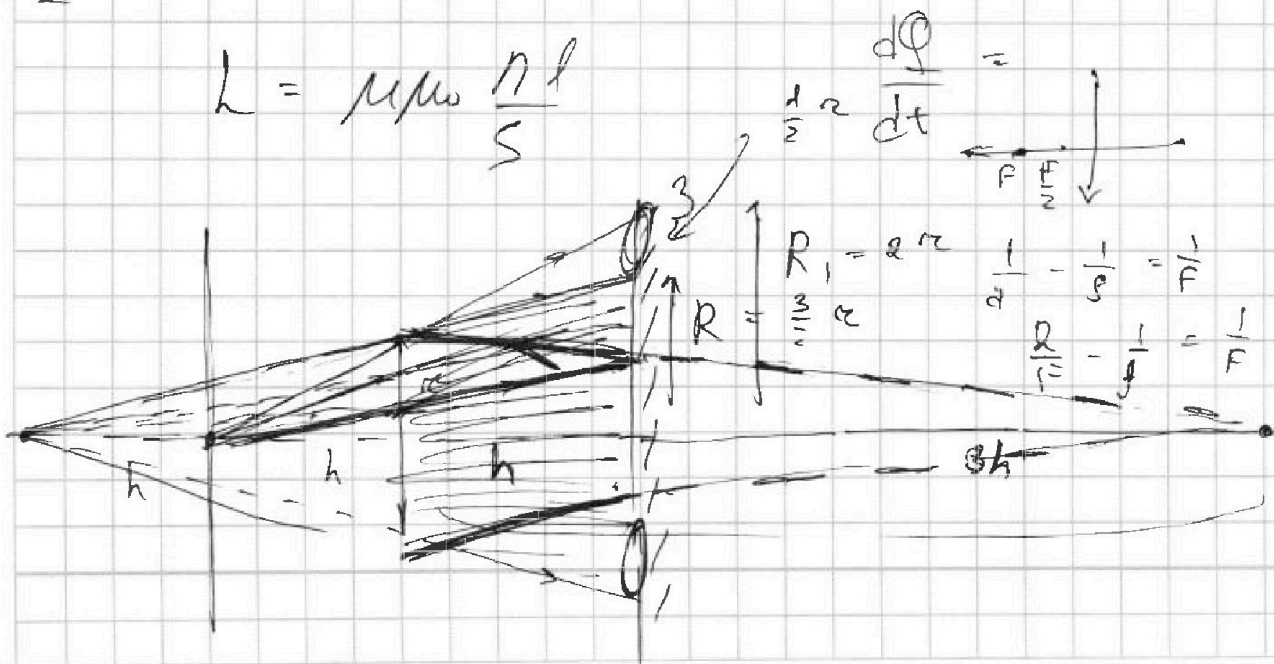


$12(2 \cdot 5^4 - 12^2)$



$L = \mu \mu_0 \frac{N^2 l}{S}$

$\frac{1}{2} \alpha \frac{d\Phi}{dt} =$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
  2  
  3  
  4  
  5  
  6  
  7

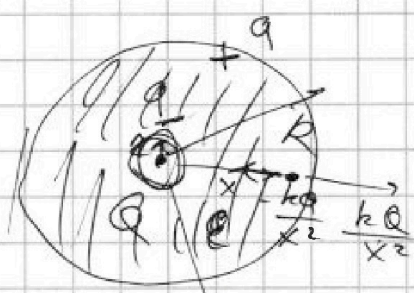
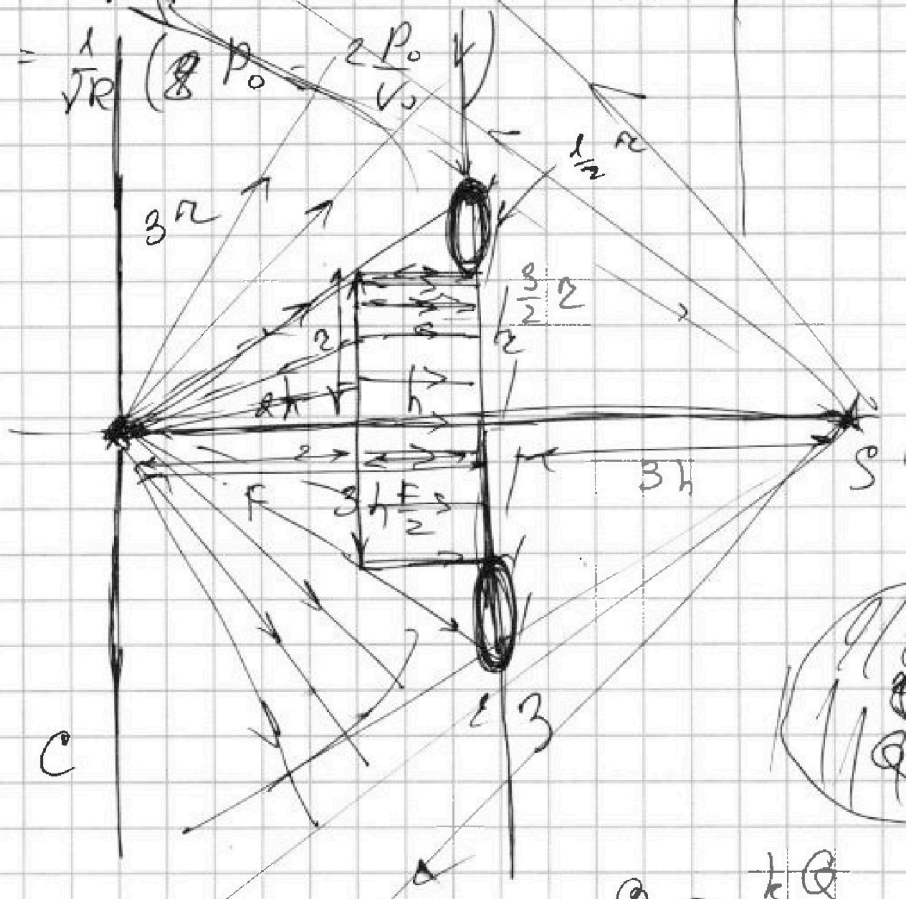
СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$PV = \gamma RT \quad dPV + dV \cancel{P} = \gamma R dT$$

$$\frac{dT}{dT} = \frac{1}{\gamma R} \left( \frac{dP}{dV} V + P \right) = \frac{1}{\gamma R} \left( -\frac{P_0}{V_0} V + \gamma P_0 - \frac{P_0}{V_0} V \right)$$

$$q = \frac{kq}{R} - \frac{kq}{x} + \frac{kQ}{x}$$



$$\phi_0 = \frac{kQ}{r}$$

$$\phi = \frac{ka}{R} - \frac{kq}{x} + \frac{kQ}{x} = \frac{k(Q - q)}{x^2} = \frac{kQ}{\epsilon x^2}$$

$$\epsilon = \frac{Q}{Q - q} \quad \epsilon Q - \epsilon q = Q \quad \epsilon q = (\epsilon - 1)Q \quad q = \left( \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \right) Q$$

$$\left( q = \left( \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \right) Q \right) \checkmark$$



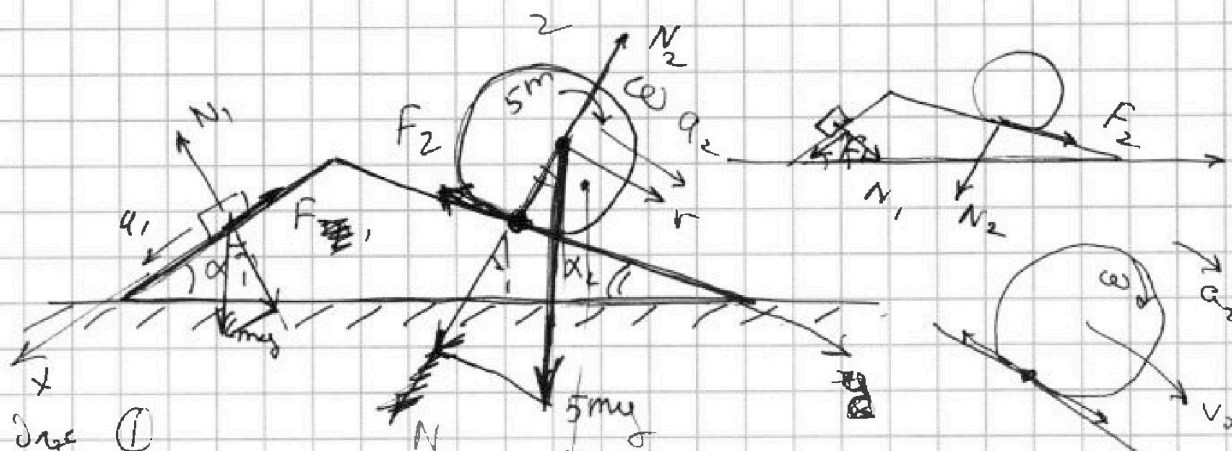


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано ①

$$Ox: ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_1 =$$

$$v_1 = v_0 \Rightarrow v_{2y} = v_0$$

$$F_1 = m(g \sin \alpha_1 - a_1) \quad \text{и} \quad \omega = a_2$$

$$= m \left( g \cdot \frac{3}{5} - \frac{7g}{17} \right) = mg \left( \frac{3}{5} - \frac{7}{17} \right) =$$

$$= mg \left( \frac{51 - 35}{17 \cdot 5} \right) = mg \left( \frac{16}{17 \cdot 5} \right) = \left( \frac{16}{85} mg \right)$$

Дано ②

$$\omega = v \Rightarrow \varepsilon = a_2 / r$$

$$J = 5m r^2$$

$$5m r^2 \varepsilon = F_2 r \quad \text{и} \quad 1225$$

$$5m r \varepsilon = F_2 \quad [F_2 = 5m a_2]$$

$$5m a_2 = -F_{T2} + 5g \sin \alpha_2 \quad = 5mg \cdot \frac{8}{25}$$

$$Oy: 5m a_2$$

по  $T_1$  0 движению  $y$  и  $z$  (условия, сумма  $a_{ym}$ )

$$F_{T2} = 5mg \cdot \frac{8}{17} - 5m \cdot \frac{8g}{25}$$

$$\frac{4v_0}{3v_0} v = 10v_0$$

$$= mg \frac{40}{17} - mg \frac{40}{25}$$

$$v = \frac{30v_0}{4} = \frac{15}{2} v_0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$Q = \Delta U + A \quad A = 0$$

$$\Delta U = Q$$

$$A_{1231} = 3P_0V_0$$

$$\frac{5}{2} P_0V_0$$

$$\frac{5}{2} P_0V_0 - \frac{3}{2} P_0V_0 = \frac{6}{2} P_0V_0 = 3P_0V_0$$

$$\Delta U = \frac{5}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} \Delta(PV)$$

$$= \frac{3}{2} \left( 5 \frac{P_0}{\cancel{P_0}} \cdot 3V_0 - 3P_0 \cdot 3V_0 \right)$$

$$= \frac{9}{2} V_0 P_0 (5 - 3) = 9P_0V_0$$

$$\frac{\Delta U}{A_{1231}} = 3$$

$$\frac{dP}{dV} = \frac{P_0}{V_0} - \frac{P_0}{V_0}$$

$$P(V) = 8P_0 - P_0 \cdot \frac{V}{V_0}$$

$$dP = -\frac{P_0}{V_0} dV$$

$$V = 8V_0 \quad P(8V_0) = 8P_0 - 8P_0 = 0$$

$$P(0) = 8P_0$$

$$\frac{dP}{dV} = -\frac{P_0}{V_0}$$

$$PV = \nu RT = \nu T \quad \nu = \text{const}$$

$$P(V) V = \nu T \quad dT = \frac{1}{\nu R} (P dV + V dP) = \frac{1}{\nu R} \left( 8P_0 dV - P_0 \frac{V}{V_0} dV + \frac{P_0 V}{V_0} \left( -\frac{1}{V_0} dV \right) \right)$$

$$T(V) = \frac{1}{\nu} P(V) V \quad \frac{dT}{dV} = \frac{1}{\nu} \left( (P(V))' V + P(V) \right)$$

$$\nu R dT = P dV + V dP = \left( 8P_0 - P_0 \cdot \frac{V}{V_0} \right) dV + V_0 \left( -\frac{P_0}{V_0} \right) dV$$

$$= dV \left( 8P_0 - P_0 \cdot \frac{V}{V_0} - P_0 \right) = dV \left( 7P_0 - P_0 \cdot \frac{V}{V_0} \right)$$

$$\frac{dT}{dV} = 0 \quad V < 7V_0 \quad T(V) \downarrow$$

$$\text{при } V = 7V_0 \quad \text{при } V > 7V_0 \quad T(V) \uparrow$$