



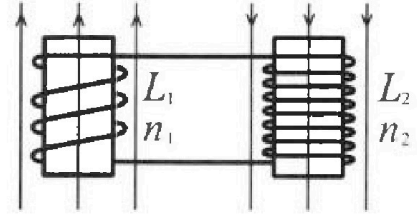
Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2024

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.

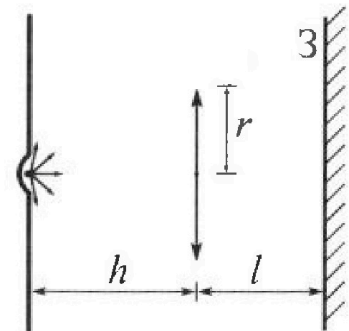


4. Две катушки с индуктивностями  $L_1 = L$  и  $L_2 = 16L$  и числами витков  $n_1 = n$  и  $n_2 = 4n$  помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки  $S$ . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью  $L_1$  индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью  $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$ , а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью  $L_1$  уменьшилась от  $B_0$  до  $B_0/3$ , не изменив направления, а в катушке с индуктивностью  $L_2$  индукция внешнего поля уменьшилась от  $3B_0$  до  $9B_0/4$ , не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии  $h$  расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием  $F = h/3$ . Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы  $r = 5$  см. Справа от линзы на расстоянии  $l = 2h/3$  расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в  $[см^2]$  в виде  $\gamma\pi$ , где  $\gamma$  - целое число или простая обыкновенная дробь.

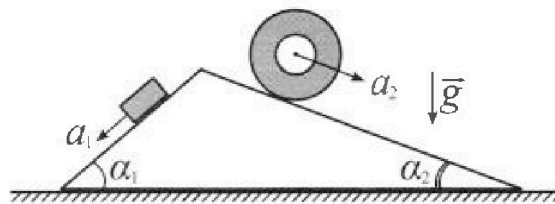
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 11-03

*В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.*



1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой  $m$  с ускорением  $a_1 = 6g/13$  и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой  $2m$  с ускорением  $a_2 = g/4$  (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту  $\alpha_1$  ( $\sin \alpha_1 = 3/5$ ,  $\cos \alpha_1 = 4/5$ ) и  $\alpha_2$  ( $\sin \alpha_2 = 5/13$ ,  $\cos \alpha_2 = 12/13$ ). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

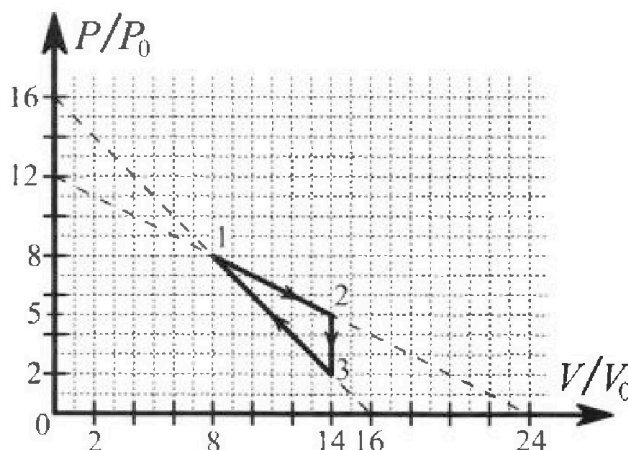


- 1) Найти силу трения  $F_1$  между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения  $F_2$  между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения  $F_3$  между столом и клином.

Каждый ответ выразить через  $m$  и  $g$  с числовыми коэффициентами в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость  $P/P_0$  от  $V/V_0$ . Здесь  $V$  и  $P$  - объем и давление газа,  $V_0$  и  $P_0$  - некоторые неизвестные объем и давление.

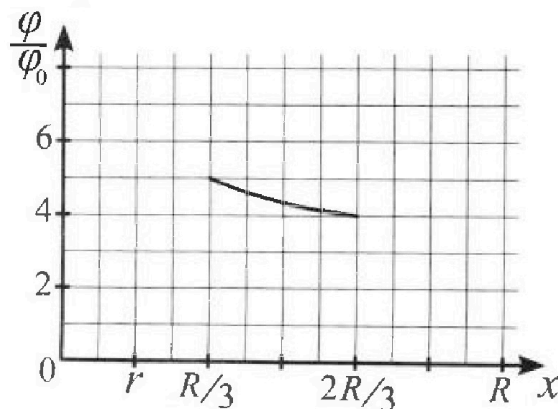
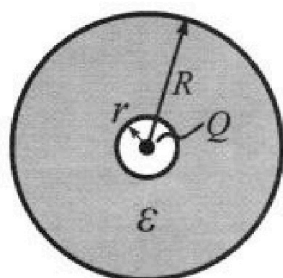
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и радиусами поверхностей  $r$  и  $R$  находится шарик с зарядом  $Q$  (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала  $\varphi$  электрического поля внутри диэлектрика от расстояния  $x$  от центра полого шара в интервале изменений  $x$  от  $R/3$  до  $2R/3$  (см. рис.). Здесь  $\varphi_0$  — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными  $r$ ,  $R$ ,  $Q$ ,  $\epsilon$ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при  $x = 5R/6$ .
- 2) Используя график, найти численное значение  $\epsilon$ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4) F_1 \cos \alpha_1 = \frac{9}{65} mg \frac{4}{5} = \frac{36}{325} mg$$

$$F_2 \cos \alpha_2 = \frac{7}{26} mg \frac{12}{13} = \frac{84}{338} mg = \frac{42}{169} mg$$

4) Из второго закона Ньютона:  $Ma = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow F_3 = |F_2 \cos \alpha_2 - F_1 \cos \alpha_1| =$$

$$= \left| \frac{42}{169} - \frac{36}{325} \right| mg$$

$$5) N_2 \sin \alpha_2 = 2 mg \cos \alpha_2 \sin \alpha_2$$

$$N_1 \sin \alpha_1 = mg \sin \alpha_1 \cos \alpha_1$$

$$N_2 \sin \alpha_2 = 2 mg \frac{12}{13} \frac{5}{13} = \frac{120}{169} mg$$

$$N_1 \sin \alpha_1 = mg \frac{3}{5} \frac{4}{5} = \frac{12}{25} mg$$

6) Из II закона Ньютона:  $Ma = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow F_3 = |F_2 \cos \alpha_2 - N_2 \sin \alpha_2 + N_1 \sin \alpha_1 - F_1 \cos \alpha_1| =$$

$$= \left| \frac{42}{169} - \frac{120}{169} + \frac{12}{25} - \frac{36}{325} \right| mg =$$

$$= mg \left| -\frac{78}{169} + \frac{156}{325} \right| = mg \left| -\frac{78}{13^2} + \frac{156}{13 \cdot 25} \right| =$$

$$= \frac{mg}{13} \left| \frac{156}{25} - \frac{78}{13} \right| = \frac{mg}{13} \left| \frac{156}{25} - 6 \right| =$$

$$= \frac{mg}{13} \left| \frac{156 - 150}{25} \right| = \frac{mg}{13} \frac{6}{25} = \frac{6}{325} mg$$

Ответ: 1)  $F_1 = \frac{9}{65} mg$

2)  $F_2 = \frac{7}{26} mg$

3)  $F_3 = \frac{6}{325} mg$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:  $m, g, a_1 = \frac{6}{13}g, a_2 = \frac{1}{4}g, \sin \alpha_1 = \frac{3}{5},$   
 $\cos \alpha_1 = \frac{4}{5}, \sin \alpha_2 = \frac{5}{13}, \cos \alpha_2 = \frac{12}{13}$

Найти: 1)  $F_1$  2)  $F_2$  3)  $F_3$

Решение: ( $M$  - масса камня)

1)  $ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow F_1 = mg \sin \alpha_1 - ma_1 = mg \frac{3}{5} - mg \frac{6}{13}$$

$$F_1 = mg \frac{39 - 30}{65} = \frac{9}{65} mg$$

Записать II 3. Ньютона камня  $F_1$ .

2)  $2ma_2 = 2mg \sin \alpha_2 - F_2$

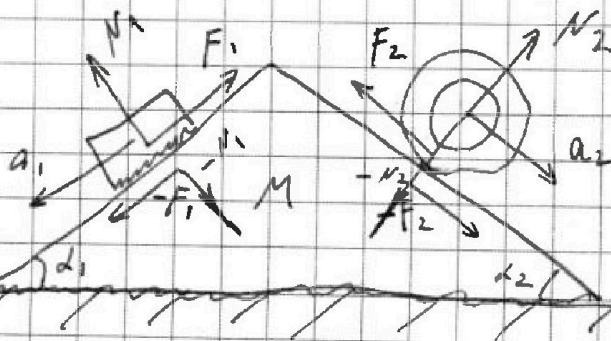
$$F_2 = 2mg \frac{5}{13} - 2mg \frac{1}{4} =$$

$$= 2mg \left( \frac{5}{13} - \frac{1}{4} \right) = 2mg \frac{20 - 13}{52} =$$

$$= 2mg \frac{7}{52} = \frac{7}{26} mg$$

Записать II 3. Ньютона ~~камень~~ камня  $F_2$ .

3) Построим рисунок используя III 3. Ньютона:





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
6 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

17) Тогда по доказанному:

$$\frac{T_m}{T_3} = \frac{72 p_0 V_0 \sqrt{A}}{\sqrt{A} \cdot 28 p_0 V_0} = \frac{72}{28} = \frac{72}{28} = \frac{18}{7} = \frac{18}{7}$$

18)  $\eta = \frac{A}{Q^+}$

19) Заменяем энергию

19)  $Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = 39 p_0 V_0 + 9 p_0 V_0$

$$Q_{12} = 48 p_0 V_0$$

20)  $Q_{23} = A_{23} + \Delta U_{23} = 0 + \frac{3}{2} (2 p_0 \cdot 14 V_0 - 5 p_0 \cdot 14 V_0) =$   
 $= \frac{3}{2} p_0 V_0 (28 - 70) = -\frac{3}{2} p_0 V_0 \cdot 42 = -63 p_0 V_0$

21)  $Q_{31} = A_{31} + \Delta U_{31} = -30 p_0 V_0 + \frac{3}{2} (8 p_0 \cdot 8 V_0 - 2 p_0 \cdot 14 V_0) =$   
 $= -30 p_0 V_0 + \frac{3}{2} p_0 V_0 \cdot 36 = -30 p_0 V_0 + 54 p_0 V_0 =$   
 $= 24 p_0 V_0$

22) Тогда:  $Q^+ = Q_{12} + Q_{31} = 48 p_0 V_0 + 24 p_0 V_0 =$   
 $= 72 p_0 V_0$

23) Тогда:  $\eta = \frac{9 p_0 V_0}{72 p_0 V_0} = \frac{1}{8} = 0,125$

Ответ: 1)  $|\Delta U_{12}| / A = 1$

2)  $T_m / T_3 = \frac{18}{7}$

3)  $\eta = 0,125$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
5 ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

13. прог.) Заметим, что на промежутке  $V \in [8V_0; 14V_0]$  ~~прог.~~ при достижении  $T_m$  (макс. темп.) значение  $f(V)$  максимально.

14) Найдем максимум  $f(V)$  на промеж.  $V \in [8V_0; 14V_0]$ :

$$\frac{df}{dV} = -\frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0} 2V + 12p_0 = -\frac{p_0}{V_0} V + 12p_0$$

$$\frac{df}{dV} = 0 = -\frac{p_0}{V_0} V_m + 12p_0 \Rightarrow V_m = 12p_0 \frac{V_0}{p_0} = 12V_0$$

~~15) При  $V \in [8V_0; 12V_0]$~~

15) При  $V \in [8V_0; 12V_0]$   $\frac{df}{dV} \geq 0$

При  $V \in [12V_0; 14V_0]$   $\frac{df}{dV} \leq 0$

Поэтому при  $V_m = 12V_0$  достигается максимум  $f(V)$  на промеж.  $V \in [8V_0; 14V_0]$

16) По доказ.:  $JRT_m = -\frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0} V_m^2 + 12p_0 V_m$

$$JRT_m = -\frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0} 144V_0^2 + 144p_0V_0 =$$

$$= 144p_0V_0 - 72p_0V_0 = 72p_0V_0$$

$$\text{Поэтому: } T_m = \frac{72p_0V_0}{JR}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

10) Найдем  $|\Delta U_{12}|$ :

$$\begin{aligned} |\Delta U_{12}| &= |U_2 - U_1| = \left| \frac{3}{2} p_2 V_2 - \frac{3}{2} p_1 V_1 \right| = \\ &= \frac{3}{2} |5 p_0 \cdot 14 V_0 - 8 p_0 \cdot 8 V_0| = \\ &= \frac{3}{2} p_0 V_0 |70 - 64| = \frac{3}{2} p_0 V_0 \cdot 6 = 9 p_0 V_0 \end{aligned}$$

11) Тогда:  $\frac{|\Delta U_{12}|}{A} = \frac{9 p_0 V_0}{9 p_0 V_0} = 1$

12) По ур. уг. газа:  $p_3 V_3 = \nu R T_3$

$$T_3 = \frac{1}{\nu R} p_3 V_3 = \frac{1}{\nu R} 2 p_0 \cdot 14 V_0 = \frac{1}{\nu R} p_0 V_0 \cdot 28$$

$$T_3 = \frac{28 p_0 V_0}{\nu R}$$

13) Найдем ~~амплитуду колебаний~~  $T_m$ :

Для процесса 1-2:  $p = -\frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0} V + 12 p_0$

Запишем на  $V$ :  $pV = -\frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0} V^2 + 12 p_0 V$

Из ур. уг. газа:  $pV = \nu R T$

Тогда:  $\nu R T = -\frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0} V^2 + 12 p_0 V$

~~Возможна функция~~

Обозначим:  $f(V) = -\frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0} V^2 + 12 p_0 V$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7) Найдем работу газа в процессе 3-1 ( $A_{31}$ ):

$$p = -\frac{p_0}{V_0} V + 16p_0$$

$$A_{31} = \int_{V_3}^{V_1} p(V) dV = \int_{14V_0}^{8V_0} \left( -\frac{p_0}{V_0} V + 16p_0 \right) dV =$$
$$= -\frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0} V^2 + 16p_0 V \Big|_{14V_0}^{8V_0} =$$

$$= -\frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0} (64V_0^2 - 196V_0^2) + 16p_0 (8V_0 - 14V_0) =$$

$$= -\frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0} (-132V_0^2) + 16p_0 (-6V_0) =$$

$$= -96p_0V_0 + 66p_0V_0 = -30p_0V_0$$

8) ~~Найдем~~ Найдем  $A$ :

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{31} =$$

$$= 39p_0V_0 + 0 + (-30p_0V_0) =$$

$$= 9p_0V_0$$

9) П.к. по условию газ одноатомный, то

$$U = \frac{3}{2} \nu RT = \frac{3}{2} pV$$

(гр. из. газа  $\nu RT = pV$ )

( $U$  - внутренняя энергия идеального газа)





1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:  $p_0, V_0$ , график  $p/p_0 (V/V_0)$

Найти: 1)  $|\Delta U_{12}|/A$  2)  $T_m/T_3$  3)  $\eta$

Решение:

1) Об обозначениях:

$\Delta U_{12}$  - изменение внутренней энергии газа в процессе 1-2

$A$  - работа газа за цикл

$T_m$  - максимальная температура процесса 1-2

$T_3$  - температура в ММВ состоянии № 3

$\eta$  - КПД цикла

2) Заметим, что процесс 1-2 представляет собой отрезок прямой на данном графике.

Запишем уравнение этой прямой:

$$\begin{aligned} \frac{p}{p_0} &= \frac{5-8}{14-8} \left( \frac{V}{V_0} - 8 \right) + 8 \\ \frac{p}{p_0} &= \frac{-3}{6} \left( \frac{V}{V_0} - 8 \right) + 8 = -\frac{1}{2} \left( \frac{V}{V_0} - 8 \right) + 8 = \\ &= -\frac{1}{2} \frac{V}{V_0} - \frac{1}{2} (-8) + 8 = -\frac{1}{2} \frac{V}{V_0} + 4 + 8 = \\ &= -\frac{1}{2} \frac{V}{V_0} + 12 = \frac{p}{p_0} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) Заметим, что процесс 2-3 - изотермический, т.к.  $\frac{V}{V_0} = \text{const}$

4) Заметим, что процесс 3-1 представляет собой отрезок прямой на графике  $p$ - $V$ .

Запишем уравнение этой прямой:

$$p = \frac{2-8}{14-8} \left( \frac{V}{V_0} - 8 \right) + 8$$

$$\frac{p}{p_0} = \frac{-6}{6} \left( \frac{V}{V_0} - 8 \right) + 8 = -\frac{V}{V_0} + 8 + 8 = -\frac{V}{V_0} + 16$$

5) Заметим, что в процессе 1-2 газ расширяется ( $\Delta V > 0$ , работа положительная)  $\Rightarrow$  работа газа положительная.

Заметим, что в процессе 2-3, т.к.

$\frac{V}{V_0} = \text{const}$ , то работа газа равна нулю.

Заметим, что в процессе 3-1 газ сжимается  $\Rightarrow$  газ совершает отрицательную работу.

6) Найдем работу газа в процессе 1-2 ( $A_{12}$ ):

$$p = -\frac{1}{2} \frac{V}{V_0} p_0 + 12 p_0$$

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV = \int_{8V_0}^{14V_0} p(V) dV = -\frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0} \frac{V^2}{2} + 12 p_0 V \Big|_{8V_0}^{14V_0} =$$

$$= -\frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0} \frac{1}{2} (196 V_0^2 - 64 V_0^2) + 12 p_0 (14 V_0 - 8 V_0) =$$

$$= -\frac{1}{4} \frac{p_0}{V_0} (132 V_0^2) + 12 p_0 \cdot 6 V_0 = 39 p_0 V_0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:  $v, R, Q, \varepsilon$ , график.

Найти: 1)  $\varphi\left(\frac{5}{6}R\right)$  2)  $\varepsilon$

Решение:

1) Заметим, что система обладает центральной симметрией.

Тогда:

$$\text{Для } x \in [R; +\infty): E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{x^2}$$

$$\text{Для } x \in [v; R]: E = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \frac{Q}{x^2}$$

$$2) E = -\frac{d\varphi}{dx} \quad d\varphi = -E dx$$

3) Для  $x \in [R; +\infty)$

$$\varphi = \int_{+\infty}^x -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x^2} dx = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} (-x^{-1}) \Big|_{+\infty}^x =$$

$$= -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \left(-\frac{1}{x}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x}$$

$$\text{Тогда: } \varphi(R) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

4) Для  $x \in [v; R]$ :

$$\varphi = \varphi(R) + \int_R^x -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon x^2} dx =$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} (-x^{-1}) \Big|_R^x =$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \left(-\frac{1}{x} + \frac{1}{R}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon x} + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4. \text{прод.}) \varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon x} + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right)$$

$$\begin{aligned} 5) \text{ Тогда: } \varphi\left(\frac{SR}{6}\right) &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R} \frac{6}{5} + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) = \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{6}{5\epsilon R} + \frac{1}{R} - \frac{1}{\epsilon R}\right) = \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R} + \frac{6-5}{5\epsilon R}\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{5\epsilon R}\right) \end{aligned}$$

$$\varphi\left(\frac{SR}{6}\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \left(1 + \frac{1}{5\epsilon}\right)$$

$$6) \varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{\epsilon x} + \frac{1}{R} - \frac{1}{\epsilon R}\right)$$

(для  $x \in [r; R]$ )

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{\epsilon} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{R}\right) + \frac{1}{R}\right) = \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \left(\frac{1}{\epsilon} \left(\frac{R}{x} - 1\right) + 1\right) \end{aligned}$$

$$7) \varphi\left(\frac{1}{3}R\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \left(\frac{1}{\epsilon} 2 + 1\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \left(\frac{2}{\epsilon} + 1\right)$$

$$\varphi\left(\frac{2}{3}R\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \left(\frac{1}{\epsilon} 1 + 1\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \left(\frac{1}{\epsilon} + 1\right)$$

$$\text{Тогда: } \varphi\left(\frac{1}{3}R\right) : \varphi\left(\frac{2}{3}R\right) = \frac{\frac{2}{\epsilon} + 1}{\frac{1}{\epsilon} + 1} = \frac{4 + 2\epsilon}{1 + 2\epsilon}$$

$$8) \text{ Из графика: } \varphi\left(\frac{1}{3}R\right) : \varphi\left(\frac{2}{3}R\right) = \frac{5}{4}$$

$$\text{Тогда: } \frac{5}{4} = \frac{4 + 2\epsilon}{1 + 2\epsilon} \quad 5 + 10\epsilon = 16 + 8\epsilon$$

$$2\epsilon = 11$$

$$\epsilon = \frac{11}{2} = 5,5$$

$$\text{Ответ: } 1) \varphi\left(\frac{5}{6}R\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \left(1 + \frac{1}{5\epsilon}\right)$$

$$2) \epsilon = 5,5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

б) Для решения пункта № 2 запишем  
ЗСЭ:

$$\frac{\Phi_{10}^2}{2L_1} + \frac{\Phi_{20}^2}{2L_2} = \frac{\Phi_{11}^2}{2L_1} + \frac{\Phi_{21}^2}{2L_2} + \frac{L_1 \underline{I}^2}{2} + \frac{L_2 \underline{I}^2}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } \Phi_{10} &= B_0 S n_1 & \Phi_{11} &= \frac{1}{3} B_0 S n_1 \quad (\text{по уср.}) \\ \Phi_{20} &= 3 B_0 S n_2 & \Phi_{21} &= \frac{9}{4} B_0 S n_2 \end{aligned}$$

д) Тогда:  $n_1 = n$   $n_2 = 4n$   $L_1 = L$   $L_2 = 16L$

$$\frac{B_0^2 S^2 n_1^2}{2L_1} + \frac{9 B_0^2 S^2 n_2^2}{2L_2} = \frac{\frac{1}{9} B_0^2 S^2 n_1^2}{2L_1} + \frac{\frac{81}{16} B_0^2 S^2 n_2^2}{2L_2} + \frac{1}{2} \underline{I}^2 (L_1 + L_2)$$

$$\frac{\underline{I}^2 (L_1 + L_2)}{B_0^2 S^2} = \frac{n_1^2}{L_1} + 9 \frac{n_2^2}{L_2} - \frac{1}{9} \frac{n_1^2}{L_1} - \frac{81}{16} \frac{n_2^2}{L_2}$$

$$\frac{\underline{I}^2 17L}{B_0^2 S^2} = \frac{n^2}{L} + 9 \frac{16n^2}{16L} - \frac{1}{9} \frac{n^2}{L} - \frac{81}{16} \frac{16n^2}{16L} =$$

$$= \frac{n^2}{L} \left( 1 + 9 - \frac{1}{9} - \frac{81}{16} \right) =$$

$$= \frac{n^2}{L} \left( 10 - \frac{1}{9} - \frac{81}{16} \right) = \frac{n^2}{L} \left( \frac{81}{9} - \frac{81}{16} \right) = \frac{81 n^2}{L} \left( \frac{1}{9} - \frac{1}{16} \right) =$$

$$= \frac{81 n^2}{L} \left( \frac{16-9}{144} \right) = \frac{81}{144} \frac{n^2}{L} \cdot 7$$

$$\text{Тогда: } \frac{|\underline{I}|}{B_0 S} \sqrt{17L} = \frac{7}{12} \frac{n}{\sqrt{L}} \sqrt{7} \Rightarrow \frac{|\underline{I}| L}{B_0 S n} = \frac{3}{68} \sqrt{119}$$

$$\text{Ответ: } 1) |\underline{I}| = \frac{S n \sqrt{L}}{17L}$$

$$2) |\underline{I}| = \frac{3}{68} \sqrt{119} \frac{B_0 S n}{L}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:  $L_1 = L$ ,  $L_2 = 16L$ ,  $n_1 = n$ ,  $n_2 = 4n$ ,  $\angle$ ,  
 $\angle > 0$ ,  $B_0 \rightarrow \frac{1}{3} B_0$  (для  $L_1$ ),  
 $3 B_0 \rightarrow \frac{9}{4} B_0$  (для  $L_2$ ),  $I(0) = 0$

Найти: 1)  $|\dot{I}|$  2)  $|I|$

Решение: 1) ] в нач. момент времени:

$$B_1 = B_{10} \quad \text{и} \quad B_2 = B_{20}$$

(для  $L_1$ ) (для  $L_2$ )

2) Из усл.:  $\frac{dB_1}{dt} = \angle$

3) Найдем поток вектора  $B_1$  через ~~поверхность~~ катушки  $L_1$ :  $\Phi_1 = B_1 S n_1$

4) Произойдет электромагнитная индукция:  $\mathcal{E}_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -S n_1 \frac{dB_1}{dt} = -S n_1 \angle$

5) Запишем правила Кирхгофа для получившейся цепи:  $|\mathcal{E}_1| - L_1 \dot{I} - L_2 \dot{I} = 0$

$$S n_1 \angle = (L_1 + L_2) \dot{I}$$

$$|\dot{I}| = \frac{S n_1 \angle}{L_1 + L_2} = \frac{S n_1 \angle}{17L} = \frac{S n \angle}{17L}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

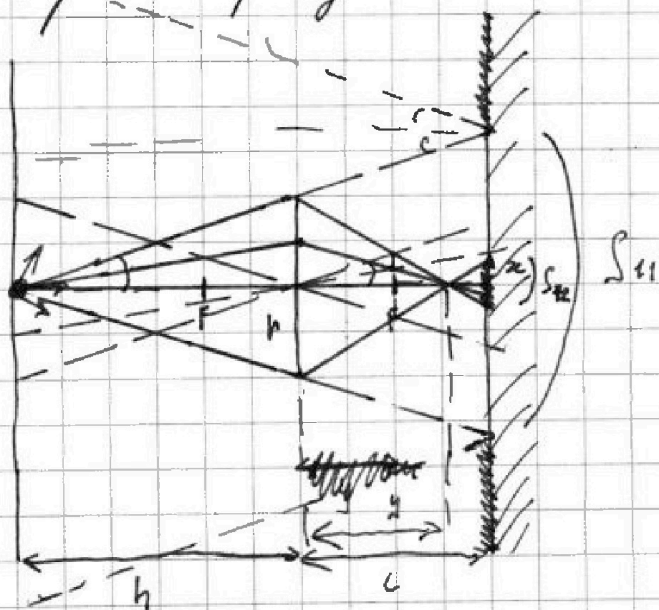
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:  $F = \frac{1}{3}h$ ,  $h$ ,  $r = 5\text{ см}$ ,  $L = \frac{2}{3}h$

Найти: 1)  $S_1$  2)  $S_2$

Решение:

1) Построим рисунок:



2) Заметим:  $S_1 = S_{11} - S_{12}$

$$3) S_{11} = \left(\frac{r}{h}(h+l)\right)^2 \pi = \text{(из подобия A-об)}$$

$$= \pi \left(\frac{r}{h}\left(h + \frac{2}{3}h\right)\right)^2 = \pi r^2 \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9} \pi r^2$$

$$4) \int \text{снова} \quad \text{tg } \alpha = \frac{r}{h}$$

$$\text{погда: } h^2 = F \text{ tg } \alpha = \frac{Fr}{h}$$

$$5) \int \text{tg } \beta = \frac{r}{y} \Rightarrow h^2 = (y-F) \text{ tg } \beta$$

$$\frac{Fr}{h} = \frac{r}{y}(y-F) = \frac{r}{y}y - \frac{r}{y}F = r - \frac{rF}{y} \Rightarrow$$

$$\frac{F}{h} = 1 - \frac{F}{y} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{F}{y} = \frac{2}{3}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6) y = \frac{3}{2} F = \frac{3}{2} \frac{1}{3} h = \frac{1}{2} h \Rightarrow \operatorname{tg} \beta = \frac{r}{\frac{1}{2} h} = \frac{2r}{h}$$

$$7) \text{Площадь } x = (l - y) \operatorname{tg} \beta = \\ = \left( \frac{2}{3} h - \frac{1}{2} h \right) \frac{2r}{h} = \left( \frac{2}{3} - \frac{1}{2} \right) 2r = \\ = \left( \frac{4}{3} - 1 \right) r = \frac{1}{3} r$$

$$8) \text{Площадь: } S_{12} = \pi x^2 = \frac{1}{9} \pi r^2$$

$$9) \text{Площадь: } S_1 = \frac{25}{9} \pi r^2 - \frac{1}{9} \pi r^2 = \frac{24}{9} \pi r^2$$

$$S_1 = \frac{8}{3} \pi r^2$$

$$S_1 = \frac{8}{3} 25 \pi \text{ см}^2 = \frac{200}{3} \pi \text{ см}^2$$

$$10) S_2 = S_{21} - S_{22}$$

$$11) \text{Заметим: } S_{21} = 4 S_{11} = \frac{100}{9} \pi r^2$$

$$12) \text{Площадь } x' = x \frac{h}{l} = x \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2} x$$

$$13) \text{Площадь: } S_{22} = \frac{9}{4} S_{12} = \frac{9}{4} \frac{1}{9} \pi r^2 = \frac{1}{4} \pi r^2$$

$$14) S_2 = \left( \frac{100}{9} - \frac{1}{4} \right) \pi r^2 = \frac{400 - 9}{36} \pi r^2 = \\ = \frac{391}{36} \pi r^2 = \frac{391 \cdot 25}{36} \pi \text{ см}^2$$

$$\text{Ответ: } S_1 = \frac{200}{3} \pi \text{ см}^2 \quad S_2 = \frac{9775}{36} \pi \text{ см}^2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 14 \\ \hline + 56 \\ 14 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 196 \\ - 64 \\ \hline 132 \\ + 39 \\ \hline 49 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 6 \\ \hline 96 \\ \hline 132 \quad | \quad 2 \\ \underline{12} \quad | \quad 66 \\ 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1616 \\ - 96 \\ \hline 0. \\ \hline 64 \\ - 24 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 96 \\ - 66 \\ \hline 30 + 2955 \\ \hline 782 \\ + 391 \\ \hline 9775 \\ + 29 \\ \hline 11955 \\ - 782 \\ \hline 9775 \end{array}$$

$$-\frac{1}{4} p_0 132 V_0 + 12 p_0 6 V_0 =$$

$$pV = \rho M T$$

$$\frac{36}{2} = 18 \cdot 3 = \frac{11955}{9775}$$

$$= p_0 V_0 \left( 12 \cdot 6 - \frac{1}{4} 132 \right) = p_0 V_0 (72 - 33) =$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 5 \\ \hline 70 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 6 \\ \hline 72 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 132 \quad | \quad 4 \\ \underline{12} \quad | \quad 223 \\ 102 \\ \underline{30} \\ 72 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$= p_0 V_0 39$$

$$\begin{array}{r} 72 \\ - 33 \\ \hline 39 \\ + 3 \\ \hline 54 \\ + 48 \\ \hline 72 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 8 \\ \hline 64 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 132 \\ - 6 \\ \hline 126 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 70 \\ - 64 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 70 \\ - 28 \\ \hline 42 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 132 \quad | \quad 4 \\ \underline{12} \quad | \quad 33 \\ 12 \\ \underline{12} \quad | \quad 4 \\ 12 \quad | \quad 33 \\ \underline{12} \quad | \quad 33 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 37 \\ \times 4 \\ \hline 132 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 6 \\ \hline 72 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 70 \\ - 28 \\ \hline 42 \end{array}$$

$$72 - 33 =$$

$$\frac{3}{2} \cdot 6 = 3 \cdot 3 = 9$$

$$\frac{72}{28} = \frac{36}{14} = \frac{18}{7}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 4 \\ \hline 28 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 4 \\ \hline 72 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 5 \\ \hline 70 \end{array}$$

$$\frac{42}{2} = 21 - 3 = 63$$

$$\begin{array}{r} 1,000 \\ \times 25 \\ \hline 2500 \end{array}$$

Черновик



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$L I = \varphi \Rightarrow I = \frac{\varphi}{L}$$

$$100 = 25 \cdot 4 W = \frac{L I^2}{2} \Rightarrow I = \frac{\varphi}{L} = \frac{\varphi^2}{2L}$$

$$300 = 25 \cdot 12$$

$$325 = 25 \cdot 13$$

$$\begin{array}{r} + 26 \\ 9 \\ \hline 144 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 16 \\ 9 \\ \hline 144 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 16 \\ 9 \\ \hline 7 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 17 \\ 7 \\ \hline 119 \end{array}$$

$$\frac{I}{B_0 S} \sqrt{17L} = \frac{9}{12} h \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{L}} \Rightarrow \frac{I}{B_0 S} \sqrt{17L} = \frac{3}{4} h \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{L}}$$

$$\begin{array}{r} + 25 \\ + 13 \\ \hline 38 \\ \hline 325 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 17 \\ + 4 \\ \hline 68 \end{array}$$

$$\frac{I L}{B_0 S} \sqrt{17} = \frac{9}{12} h \sqrt{7} \Rightarrow \frac{I L}{B_0 S h} = \frac{9 \sqrt{7}}{12 \sqrt{17}} = \frac{3 \sqrt{7} \sqrt{17}}{4 \cdot 17} =$$

$$\begin{array}{r} + 26 \\ 13 \\ \hline + 78 \\ 26 \\ \hline 338 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 26 \\ + 13 \\ \hline + 78 \\ 26 \\ \hline 338 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 13 \\ + 13 \\ \hline 26 \\ \hline 65 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 25 \\ + 6 \\ \hline 31 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 13 \\ + 5 \\ \hline 18 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 13 \\ + 4 \\ \hline 52 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 16 \\ + 2 \\ \hline 338 \end{array}$$

$$= \frac{3 \sqrt{119}}{68}$$

$$\begin{array}{r} + 13 \\ 6 \\ \hline 78 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 13 \\ 3 \\ \hline 39 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 6 \\ + 5 \\ \hline 11 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 13 \\ + 4 \\ \hline 52 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 16 \\ + 2 \\ \hline 338 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 12 \\ 7 \\ \hline 84 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 13 \\ 3 \\ \hline 39 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 6 \\ + 5 \\ \hline 11 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 13 \\ + 4 \\ \hline 52 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 16 \\ + 2 \\ \hline 338 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 12 \\ + 13 \\ \hline 30 \\ 12 \\ \hline 156 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 65 \\ 5 \\ \hline 325 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 25 \\ + 13 \\ \hline 38 \\ \hline 325 \end{array}$$

Черновик



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

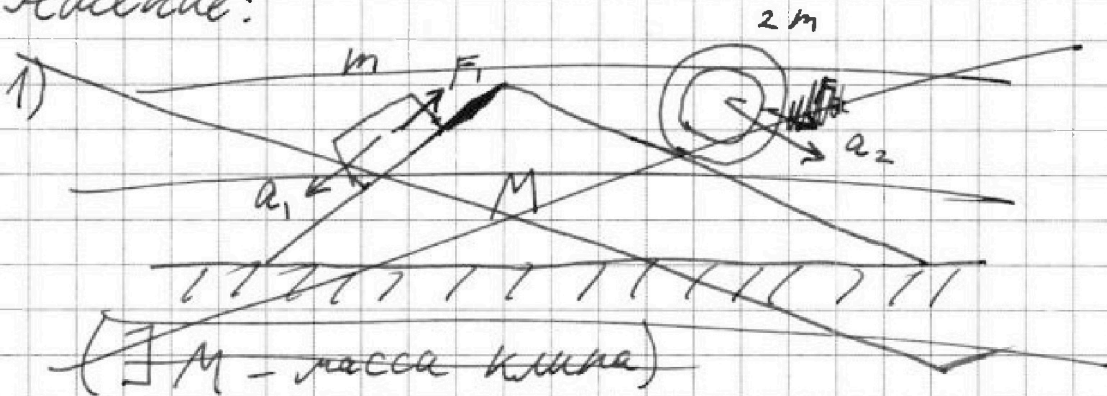
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

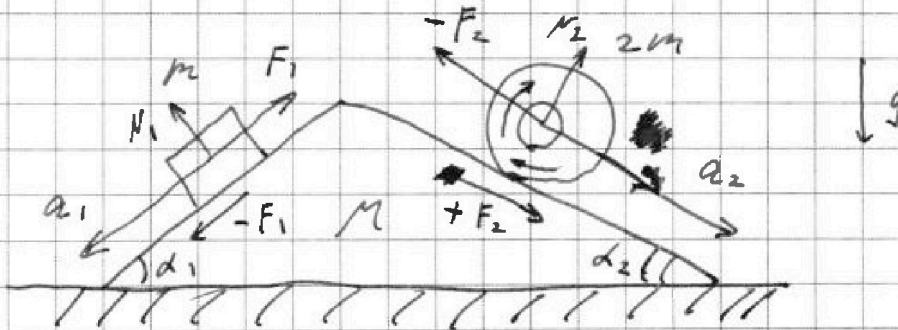
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:  $\sin \alpha_1 = \frac{3}{5}$ ,  $\cos \alpha_1 = \frac{4}{5}$ ,  $\sin \alpha_2 = \frac{5}{13}$ ,  $\cos \alpha_2 = \frac{12}{13}$ ,  
 $a_1 = \frac{6}{13}g$ ,  $a_2 = \frac{1}{4}g$ ;  $m$   
 Найти: 1)  $F_1$ , 2)  $F_2$ , 3)  $F_3$

Решение:



2)



$$2) F_1 \uparrow \downarrow v_1 \Rightarrow ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_1$$

$$F_1 = mg \sin \alpha_1 - ma_1 = mg \frac{3}{5} - m \frac{6}{13}g =$$

$$= mg \left( \frac{3}{5} - \frac{6}{13} \right) = \frac{9}{65} mg$$

Черновик



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3)  $F_2 \parallel v_2$  (м.к. цилиндр катится, а не скользит)  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow m a_2 = m g \sin \alpha_2 - F_2$$

$$F_2 = m a_2 - m g \sin \alpha_2$$

$$F_2 = m \frac{1}{4} g - m g \frac{5}{13} = m g \frac{5}{26}$$

3)  $F_2 \parallel v_2$  (м.к. цилиндр катится, а не скользит)  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow 2m a_2 = F_2 + 2m$$

Черновик