

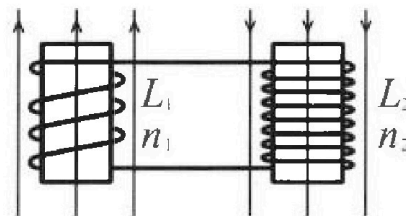
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

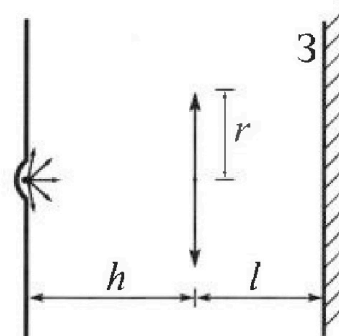


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 4L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 2n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/2$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $2B_0$ до $2B_0/3$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/2$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 3$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



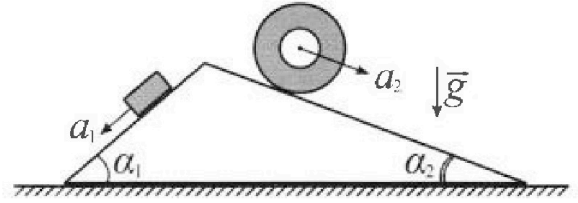
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-01



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 5g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $4m$ с ускорением $a_2 = 5g/24$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.



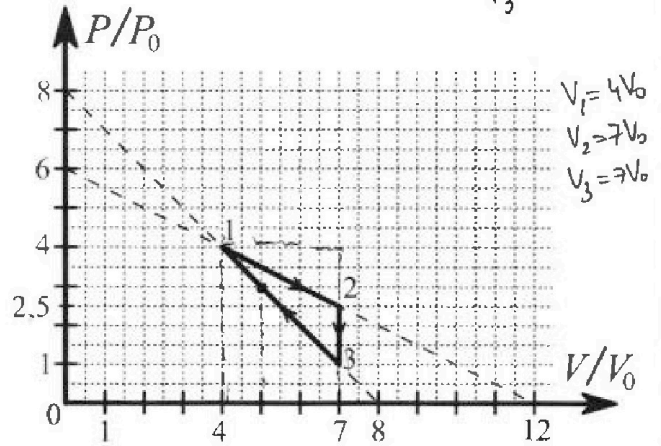
- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

$$\begin{aligned} P_1 &= 4P_0 \\ P_2 &= 2,5P_0 \\ P_3 &= P_0 \end{aligned}$$

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

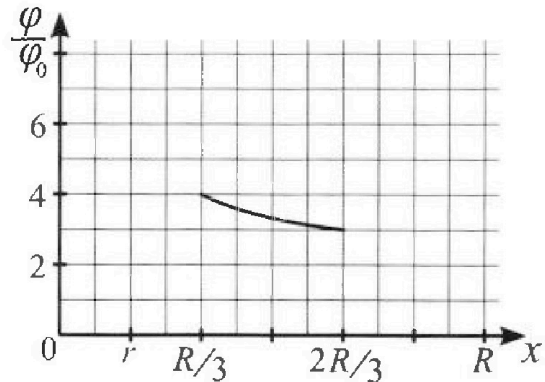
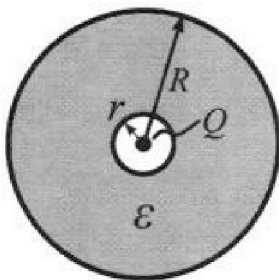
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 2-3 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 1.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = R/4$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 1.

Дано:

$$a_1 = \frac{5}{13}g$$

$$a_2 = \frac{5}{24}g$$

$$\alpha_1, \alpha_2$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{3}{5}, \cos \alpha_1 = \frac{4}{5}$$

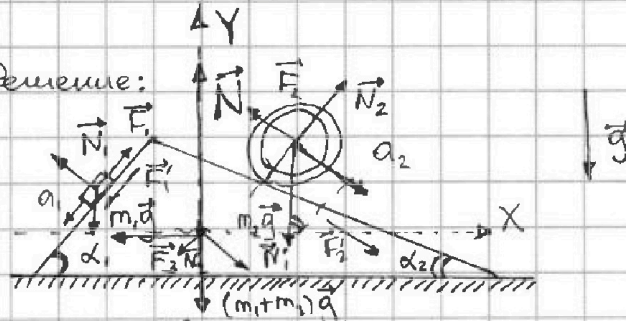
$$\sin \alpha_2 = \frac{5}{13}, \cos \alpha_2 = \frac{12}{13}$$

$$m_1 = m$$

$$m_2 = 4m$$

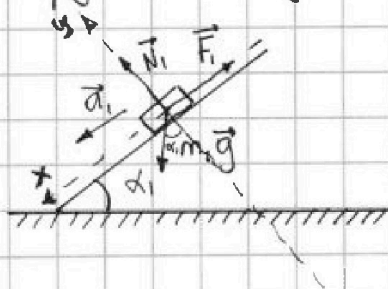
$$F_1 = ?, F_2 = ?, F_3 = ?$$

Решение:



Пусть N_1 и N_2 — силы реакции опоры первого и второго тел соответственно.

- 1) Так как клин остаётся в покое, мы можем рассматривать движения бруска и цилиндра как два не связанных друг с другом, решая пункты (1) и (2). Рассмотрим брусок 1 отдельно:



Из II закона Ньютона
 $\vec{R} = m\vec{a}$
 $m_1\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{F}_1 = m_1\vec{a}_1$
 спроецируем эти
 уравнения на оси x и y:
 (ось x направим по ускорению)

$$x: m_1 g \sin \alpha_1 - F_1 = m_1 a_1$$

$$y: -m_1 g \cos \alpha_1 + N_1 = 0; \quad F_1 = m_1 (g \sin \alpha_1 - a_1)$$

$$F_1 = m \left(g \cdot \frac{3}{5} - \frac{5}{13} g \right) = \frac{14}{65} mg.$$

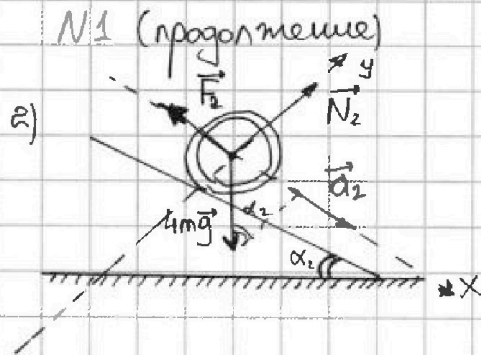
- 2) Хотя сила трения обыкновенно направлена против относительной скорости, цилиндр, катящийся без проскальзывания, имеет нулевую скорость в точке касания с клином. Вообще, доложим, что сила трения направлена против скорости центра колеса и подтвердим предположение.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Анализируем из II закона Ньютона

$$\vec{R} = m\vec{a}$$

$$\vec{F}_2 + \vec{N}_2 + 4m\vec{g} = 4m\vec{a}_2$$

Заметим, что в пункте (1) оказалось достаточно использовать лишь проекцию на ось x , здесь воспользуемся тем же. Тогда

$$y: +4mg \cos \alpha_2 = N_2$$

Если бы сила F_2 была направлена по ускорению, из уравнения $F_2 = 4ma_2 - 4mg \sin \alpha_2$ ее модуль был бы отрицательным, что привело бы к противоречию.

$$x: -F_2 + 4mg \sin \alpha_2 = 4ma_2$$

$$F_2 = 4m(g \sin \alpha_2 - a_2)$$

$$F_2 = 4mg \left(\frac{5}{13} - \frac{5}{24} \right) = 4mg \cdot 5 \cdot \frac{11}{13 \cdot 24} = \frac{55}{78} mg$$

3) Проведем через клин оси X и Y (см. рис. стр. 1). Заметим, что все силы, направленные вдоль оси Y , компенсируются силой реакции опоры \vec{N} клина, так как он сохраняет покой. Тогда сила \vec{F}_3 должна компенсировать все силы вдоль оси X . Предположим, что F_3 направлена против оси X , тогда, спроецировав все силы, действующие на клин по III закону Ньютона (а имеем $(\vec{N}_1', \vec{N}_2', \vec{F}_1', \vec{F}_2')$), получим:

$$N_1 \sin \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2 + F_1 \cos \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2 = F_3$$

(т.к. все эти силы компенсируются силой трения)

$$F_3 = mg \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} - 4mg \frac{5}{13} \cdot \frac{12}{13} - \frac{4}{65} mg \cdot \frac{4}{5} + \frac{55}{78} mg \cdot \frac{12}{13} =$$

$$= mg \left(\frac{12}{25} - \frac{240}{169} - \frac{56}{325} + \frac{110}{169} \right) = mg \left(\frac{156 - 56}{325} - \frac{130}{169} \right) =$$

$$= mg \left(\frac{100 \cdot 169 - 130 \cdot 325}{13 \cdot 169 \cdot 325} \right) = mg \cdot \left(-\frac{78}{169} \right) = -\frac{6}{13} mg$$

Число вышло отрицательно, тогда направление мы 13 выбрали неверное, но по модулю ответы совпадают. Ответ: 1) $\frac{24}{65} mg$; 2) $\frac{55}{78} mg$; 3) $\frac{6}{13} mg$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

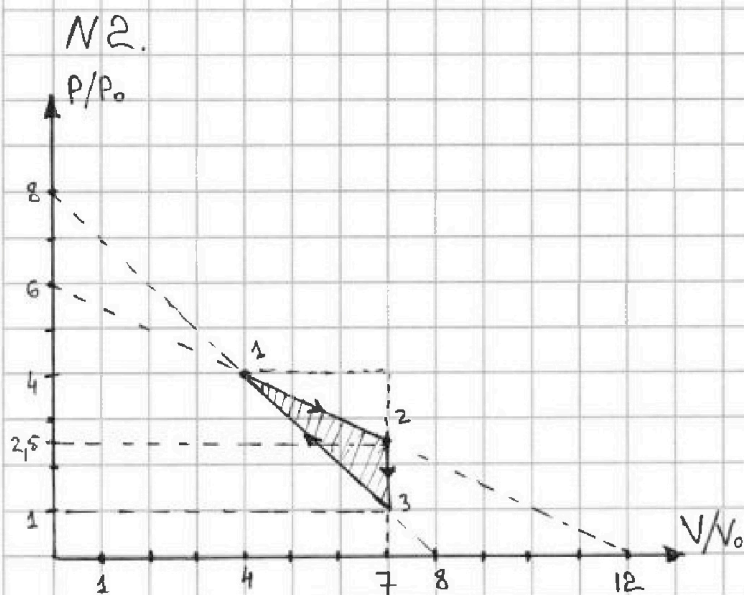


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дан идеальный одноатомный газ, откуда $i = 3$, где i - кол-во степеней свободы.
1-2-3-1 - циклический процесс

1) Найти $\frac{|\Delta U|}{A}$, где ΔU_{23} - изменение внутренней энергии в процессе 2-3, A - работа за цикл.

Из графика видно, что процесс 2-3 изохорный,

откуда из уравнения состояния идеального газа $PV = \nu RT$ для $\nu = \text{const}$, и $V = \text{const}$ следует $\frac{P_2}{T_2} = \frac{P_3}{T_3}$. В целом, эта информация здесь не является необходимой, т.к. в идеальном газе $U = \frac{i}{2} \nu RT$, где U - внутренняя энергия. Тогда $\Delta U_{2-3} = U_3 - U_2 = \frac{i}{2} \nu R(T_3 - T_2)$. С другой стороны, т.к. $\nu RT = PV$, то $\Delta U_{2-3} = \frac{i}{2} (P_3 V_3 - P_2 V_2)$. Из графика следует, что $P_3 = P_0$ (т.к. $\frac{P_3}{P_0} = 1$), $P_2 = 2,5 P_0$ и $V_2 = V_3 = 7 V_0$ соответственно. Тогда $\Delta U_{2-3} = \frac{i}{2} (7 P_0 V_0 - 2,5 \cdot 7 P_0 V_0) = \frac{3}{2} P_0 V_0 \cdot 7 \cdot (-1,5)$. $[\Delta U_{2-3} < 0]$.

Работу A найдём из графика, как площадь, ограниченную циклом, помноженную на $P_0 V_0$. В частности, это потому что $A = A_{12} + A_{23} + A_{31} = \int_{V_1}^{V_2} P dV + \int_{V_2}^{V_3} P dV + \int_{V_3}^{V_1} P dV = P_0 V_0 \left(\int_{V_1/V_0}^{V_2/V_0} P/P_0 d(V/V_0) + \dots + \int_{V_3/V_0}^{V_1/V_0} P/P_0 d(V/V_0) \right)$. Сумма в скобках представляет собой площадь под графиком, $P_0 V_0$ - коэффициент, на который умножается полученная площадь. Площадь под графиком (точнее, ограниченную графиком) найдём как площадь треугольника с основанием 1,5 и высотой 3: $S = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 3$, откуда $A = P_0 V_0 S = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 3 P_0 V_0$.

Отсюда $\frac{|\Delta U_{2-3}|}{A} = \frac{\frac{3}{2} \cdot P_0 V_0 \cdot 7 \cdot 1,5}{\frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 3 \cdot P_0 V_0} = 7$. Ответом на первый пункт будет 7.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2 (продолжение)

2) Из графика найдём зависимость $P(V)$ в процессе 1-2. Так как это прямая, она может быть задана уравнением $P = \alpha V + \beta$, где α и β — некоторые коэффициенты. Зная из графика, что $P_1 = 4P_0$, $V_1 = 4V_0$, $P_2 = 2,5P_0$, $V_2 = 7V_0$, найдём эти коэффициенты:

$$\begin{cases} 4P_0 = \alpha \cdot 4V_0 + \beta \\ 2,5P_0 = \alpha \cdot 7V_0 + \beta \end{cases}$$

$$1,5P_0 = -3\alpha V_0$$

$$\alpha = -\frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0}$$

$$\beta = 4P_0 - \alpha \cdot 4V_0 = 4P_0 + \frac{1}{2} \cdot \frac{P_0}{V_0} \cdot 4V_0 = 6P_0$$

Таким образом, $P = -\frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0} V + 6P_0$.

Из уравнения состояния идеального газа $PV = \nu RT$, или

$$-\frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0} V^2 + 6P_0 V = \nu RT$$

Очевидно, что T максимальна, когда максимальна левая часть выражения. Заметив, что это парабола с ветвями вниз, найдём её глобальный максимум:

$$\frac{d}{dV} \left(-\frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0} V^2 + 6P_0 V \right) = 0$$

$$-\frac{P_0}{V_0} \cdot V + 6P_0 = 0$$

$$V = 6V_0$$

При данном объёме $T(6V_0) = \frac{1}{\nu R} \left(-\frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0} \cdot 36V_0^2 + 6P_0 \cdot 6V_0 \right) = \frac{18P_0 V_0}{\nu R}$
и $T(6V_0)$ максимальна для данного процесса.

$$T_1 = \frac{P_1 V_1}{\nu R} = \frac{4P_0 \cdot 4V_0}{\nu R} = \frac{16P_0 V_0}{\nu R}. \text{ Отсюда } \frac{T(6V_0)}{T_1} = \frac{\frac{18P_0 V_0}{\nu R}}{\frac{16P_0 V_0}{\nu R}} = \frac{18}{16} = \frac{9}{8}.$$

Ответом на второй пункт будет дробь $\frac{9}{8}$.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2 (продолжение).

3) Пусть η - КПД цикла, Q_H - поступающая теплота в цикл (нагреватель)
 ~~C - теплоёмкость вещества (полная)~~

$$\left(\eta = \frac{A}{Q_H}\right)$$

Из курса физики известно, что $\frac{1}{\eta} = \frac{Q_H}{A}$, где A - кол-во работы цикла.
Первый закон термодинамики: $\delta Q = dU + \delta A$. Заметим, что для изохорного процесса $\delta A = 0$, откуда знак Q определяется знаком ΔU . В пункте (1) решения данной задачи было получено, что $\Delta U_{2-3} < 0$, следовательно, в процессе 2-3 $Q_H = 0$, т.к. теплота только уходит.

Рассмотрим процесс 1-2. Из пункта (2) знаем его уравнение:

$$p = -\frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0} V + 6p_0$$

Выясним, на каком участке $Q_H \neq 0$, т.е. на каком участке тепло в систему поступает. Для этого в данной точке должно выполняться условие $\delta Q > 0$ или $dU + \delta A > 0$. Зная, что $dU = \frac{1}{2} d(pV) = \frac{3}{2} d(pV)$ и что $\delta A = p dV$, находим $\delta Q = \frac{3}{2} V dp + \frac{5}{2} p dV > 0$. Но уравнение для $p(V)$ известно, откуда должно выполняться неравенство

$$\frac{3}{2} V d\left(-\frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0} V + 6p_0\right) + \frac{5}{2} \left(-\frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0} V + 6p_0\right) dV > 0$$

или

$$\frac{3}{2} V \left(-\frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0}\right) dV + \left(\frac{5}{2} V \left(-\frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0}\right) + 15p_0\right) dV > 0$$

т.к. в процессе 1-2 объём увеличивается, $dV > 0$. Тогда

$$-2V \cdot \frac{p_0}{V_0} + 15p_0 > 0$$

$$2V \cdot \frac{p_0}{V_0} < 15p_0$$

$$V < 7,5V_0$$

Так как в процессе 1-2 объём лежит в промежутке $[4V_0; 7V_0]$, в течение всего процесса тепло поступает и $Q_H = Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} + A_{1-2}$. Аналогично требуется проверить, будет ли в процессе 3-1 переход с Q_H на Q_X , где Q_X - отдаваемая теплота (холодильник).



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2 (продолжение)

3) Проделаем ту же самую вычислительную работу: (для процесса 3-1)

$$P = \alpha V + \beta, \quad \begin{cases} P_0 = \alpha \cdot 7V_0 + \beta \\ 4P_0 = \alpha \cdot 4V_0 + \beta \end{cases}, \quad \begin{cases} -3P_0 = \alpha \cdot 3V_0 \\ \alpha = -\frac{P_0}{V_0} \end{cases} \quad \begin{cases} \beta = 4P_0 - \alpha \cdot 4V_0 = 8P_0 \\ \text{откуда } P = -\frac{P_0}{V_0} V + 8P_0 \end{cases}$$

Для выполнения условия $\delta Q > 0$:

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} V dp + \frac{5}{2} p dV &> 0 \\ \frac{3}{2} V d\left(-\frac{P_0}{V_0} V + 8P_0\right) + \frac{5}{2} \left(-\frac{P_0}{V_0} V + 8P_0\right) dV &> 0 \\ \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{P_0}{V_0}\right) V dV + \frac{5}{2} \left(-\frac{P_0}{V_0}\right) V dV + 20P_0 dV &> 0 \end{aligned}$$

Разделим обе части на $dV < 0$ (в процессе 3-1 объем уменьшается):

$$\begin{aligned} 4\left(-\frac{P_0}{V_0}\right) V + 20P_0 &< 0 \\ 4\frac{P_0}{V_0} V &> 20P_0 \\ V &> 5V_0 \end{aligned}$$

Т.к. процесс происходит на промежутке $[7V_0; 4V_0]$, Q_H будет соответствовать промежутку $[7V_0; 5V_0]$.

$$\begin{aligned} \text{Тогда } Q_{H1-2} &= \frac{3}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1) + \frac{P_1 + P_2}{2} \cdot (V_2 - V_1) = \\ &= \frac{3}{2} (2,5 \cdot 7 - 4 \cdot 4) P_0 V_0 + \frac{15}{4} \cdot 3 P_0 V_0 = 20 P_0 V_0 \end{aligned}$$

$$\text{В точке } 5V_0 \quad P(5V_0) = -\frac{P_0}{V_0} \cdot 5V_0 + 8P_0 = 3P_0$$

$$\begin{aligned} \text{Тогда } Q_{H3-1} &= \frac{3}{2} (15P_0 V_0 - P_3 V_3) + \frac{3P_0 + P_3}{2} (5V_0 - 7V_0) = \\ &= \frac{3}{2} (15P_0 V_0 - 7P_0 V_0) + 2P_0 (-2V_0) = 8P_0 V_0 \end{aligned}$$

Из пункта (1) известна работа цикла $A = \frac{9}{4} P_0 V_0$. $Q_H = Q_{H1-2} + Q_{H3-1}$

$$\eta = \frac{A}{Q_H} = \frac{\frac{9}{4} P_0 V_0}{28 P_0 V_0} = \frac{9}{112}$$

Ответ: 1) 7; 2) $\frac{9}{8}$; 3) $\frac{9}{112}$.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

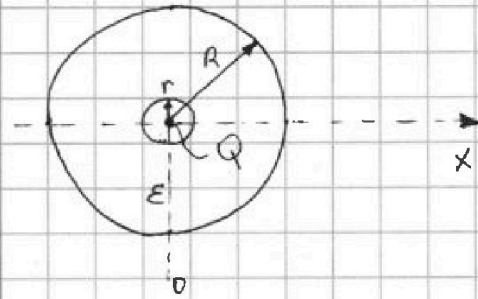
N3.

1) Дано:

ϵ
 r, R
 Q
 $\varphi(x)$ на $[\frac{R}{3}; \frac{2R}{3}]$
 φ_0

$\varphi(\frac{R}{4}) - ?$
 $\epsilon - ?$

Решение:



Выберем ось x такую, чтобы она проходила через центр поля. В целом, за счёт симметрии системы, направление оси не принципиально. Пусть точка $x=0$ находится в центре шара.

Тогда

$$E(x) = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x^2}, & 0 < x < r \text{ или } x > R \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x^2}, & r < x < R \end{cases}$$

где $E(x)$ — поле заряда Q на расстоянии x от него (в точке x на оси x)

случай $x < 0$ не рассматривается ввиду симметрии обращения

Из курса физики известно, что $\vec{E} = -\nabla\varphi$, что в нашем случае переходит в

$$\vec{E} = -\frac{d\varphi}{dx} \vec{e}_x$$

где \vec{e}_x — единичный вектор вдоль оси x .

Тогда в проекции на ось x : $E_x = -\frac{d\varphi}{dx}$.

Тогда $\varphi = -\int E_x dx$ и $\varphi_1 - \varphi_2 = +\int_{x_1}^{x_2} E_x dx$.

Предполагая, что раз $x = \frac{R}{4}$ находится внутри диэлектрика, то $\frac{R}{4} > r$, найдём потенциал $\varphi(\frac{R}{4})$ с учётом того, что $\varphi(\infty) = 0$ по условию:

$$\begin{aligned} \varphi(\frac{R}{4}) - 0 &= \int_{R/4}^{\infty} E_x dx = \int_{R/4}^R \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x^2} dx + \int_R^{\infty} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x^2} dx = \\ &= \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q}{R^2} - \frac{16Q}{R^2} \right) + \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} \left(0 - \frac{Q}{R^2} \right) = \frac{15Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \left(\frac{15}{\epsilon} + 1 \right). \end{aligned}$$

Это и будет ответом на пункт (1).



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

13 (продолжение)

Если же подразумевалось, что $\frac{R}{4}$ может быть меньше r , раз r дано по условию, сделаем ту же работу:

$$\varphi(R/4) = \int_{R/4}^r \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x^2} dx + \int_r^R \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x^2} dx + \int_R^{\infty} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x^2} dx$$

$$\varphi(R/4) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{16Q}{R^2} - \frac{Q}{r^2} \right) + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q}{r^2} - \frac{Q}{R^2} \right) + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{R^2}$$

Тогда ответом на первый пункт будет

$$\varphi(R/4) = \begin{cases} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \left(\frac{16}{\epsilon} + 1 \right), & \text{если } R/4 > r \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{16Q}{R^2} - \frac{Q}{r^2} \right) + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q}{r^2} - \frac{Q}{R^2} \right) + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}, & \text{если } R/4 < r \end{cases}$$

2) В графике нет "изломов", т.е. везде определена первая производная по x , значит, потенциал дан в границах одной среды (видимо, тот факт, что из графика $r < R/3$, прямо на это указывает).

Тогда имеем:

$$\varphi\left(\frac{R}{3}\right) = \int_{R/3}^R \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x^2} dx + \int_R^{\infty} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x^2} dx = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \left(\frac{8}{\epsilon} + 1 \right) = 4\varphi_0$$

(из графика)

$$\varphi\left(\frac{2R}{3}\right) = \int_{2R/3}^R \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x^2} dx + \int_R^{\infty} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x^2} dx = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \left(\frac{5}{4\epsilon} + 1 \right) = 3\varphi_0$$

(из графика)

$$\text{Тогда } \frac{\varphi\left(\frac{R}{3}\right)}{\varphi\left(\frac{2R}{3}\right)} = \frac{\frac{8}{\epsilon} + 1}{\frac{5}{4\epsilon} + 1} = \frac{4}{3}; \quad \frac{24}{\epsilon} + 3 = \frac{5}{\epsilon} + 4; \quad \frac{19}{\epsilon} = 1;$$

$\epsilon = 19$. Таким образом, диэлектрическая проницаемость диэлектрика равна 19.

Ответ: 19.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4.

Дано:

$$L_1 = L$$

$$L_2 = 4L$$

$$n_1 = n$$

$$n_2 = 2n$$

S

$$\alpha = \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\alpha > 0$$

1) $\frac{dI}{dt} = ?$

Решение:

1) Когда в катушке с индуктивностью L , начал меняться магнитное поле, начал меняться магнитный поток Φ , появилась ЭДС самоиндукции \mathcal{E}_i :

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(BS)}{dt} = -S\alpha$$

Т.к. $\Phi = BS$ в перпендикулярно направ. поле. Известно, это напряжение на трансформаторе пропорционально кол-ву витков:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{n_2}{n_1}$$

где U — напряжение. Тогда, если на первой катушке напряжение равно \mathcal{E}_i :

$$U_2 = \frac{n_2}{n_1} \mathcal{E}_i = 2\mathcal{E}_i$$

Тогда суммарное напряжение в цепи будет $U_0 = U_1 + U_2 = 3\mathcal{E}_i$ (катушки можно представить в виде источника),

Тогда для параллельного соединения катушек: $L_0 = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} = \frac{4L^2}{5L} = \frac{4}{5}L$.

И найдём напряжение в системе

$$U_0 = L_0 \frac{dI}{dt}$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{U_0}{L_0} = \frac{3\mathcal{E}_i}{\frac{4}{5}L} = \frac{15}{4} \alpha \frac{S}{L}$$

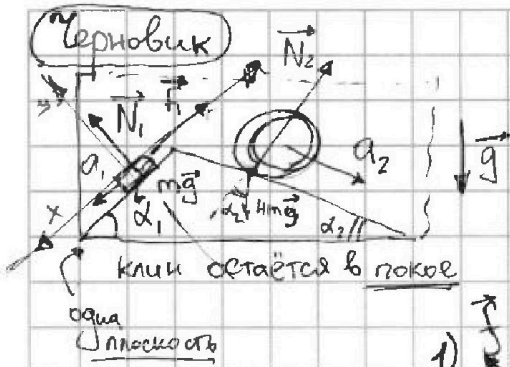


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$a_1 = \frac{5}{13}g$$

$$a_2 = \frac{5}{24}g$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{3}{5} \quad \cos \alpha_1 = \frac{4}{5}$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{5}{13} \quad \cos \alpha_2 = \frac{12}{13}$$

$$4mg \cos \alpha_2 - F_2 = 4m a_2$$

$$4mg \cos \alpha_2 + F_2 = 4m a_1$$

$$F_2 = 4mg \left(\frac{12}{13} - \frac{5}{24} \right)$$

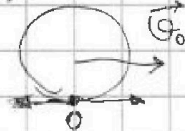
$$F_2 = 4mg \left(\frac{5}{24} - \frac{12}{13} \right)$$

$$\frac{3}{11} \times \frac{28}{4} = \frac{21}{2}$$



$$M = mgR = I \varepsilon = m R^2 \frac{a}{R}$$

$$15 \cdot 7 = 105$$



$$\frac{9}{R}$$

$$\frac{105}{39}$$

$$\frac{144}{4}$$

$$a = g$$

$$\frac{\Delta U}{A}$$

$$1 - \frac{Q_x}{Q_H} = \frac{Q_H - Q_x}{Q_H} = \frac{A}{Q_H}$$

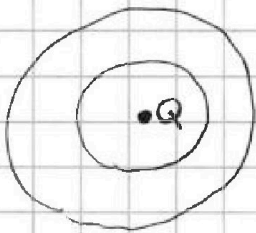
$$\frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{4} + \frac{39}{4} = 16$$

$$\frac{3}{5} - \frac{5}{13} = \frac{39 - 25}{5 \cdot 13} = \frac{14}{65}$$

$$12 P_0 V_0 - 4 P_0 V_0$$

$$E(r) = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

в диэлектрике $E(r) = \frac{1}{4\pi \epsilon \epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$



$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi$$

$$\varphi = -\int E dx$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{x_2}^{x_1} E dx$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int_{x_1}^{x_2} E_x dx$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{x_1}^{x_2} E_x dx$$

$$\frac{Q}{4\pi \epsilon_0 R^2} \left(\frac{15}{4\epsilon} + 1 \right)$$

$$\frac{Q}{4\pi \epsilon \epsilon_0} \left(\frac{1}{\left(\frac{2R}{3}\right)^2} - \frac{1}{R^2} \right) = \frac{Q}{4\pi \epsilon \epsilon_0 R^2} \left(\frac{9}{4} - 1 \right) = \frac{5}{4}$$