



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 5

- [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
- [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

- [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
 - [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
 - [4 балла] Решите систему уравнений
- $$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$
- [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
 - [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Q1 - 5-ий член арифм. прогрессии

$$a_3 = 3x + 3$$

$$a_5 = (x^2 + 2x)^4 \Rightarrow a_5 - a_3 = (a_1 + 4d) - (a_1 + 2d) = 2d, \text{ где } d - \text{разность арифм. прогр.}$$

$$a_3 = 3x^2$$

$$a_5 - a_3 = (a_1 + 3d) - (a_1 + d) = 4d.$$

C

$$2(a_5 - a_3) = a_9 - a_5$$

$$2((x^2 + 2x)^4 - 3x - 3) = 3x^2 - (x^2 + 2x)^2$$

$$2x^8 + 8x^6 + 8x^4 - 6x - 6 = 3x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2$$

$$3x^6 + 12x^4 + 9x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$(x+1)(3x^3 + 9x^2 - 6) = 0$$

$$(x+1)(x+1)(3x^2 + 6x - 6) = 0$$

$$(x+1)^2(3x^2 + 6x - 6) \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9+18}}{3} = \frac{-3 \pm \sqrt{27}}{3} = \frac{-3 \pm 3\sqrt{3}}{3} = -1 \pm \sqrt{3}$$

C

$$\begin{aligned} \text{множ} &= 1 \\ \text{множ} &= \frac{x^2 + 6x - 6}{3} \end{aligned}$$

$$x \in \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = \sqrt{3} - 1 \\ x = -1 - \sqrt{3} \end{array} \right]$$

Ответ: $x = -1$

$x = \sqrt{3} - 1$

$x = -1 - \sqrt{3}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

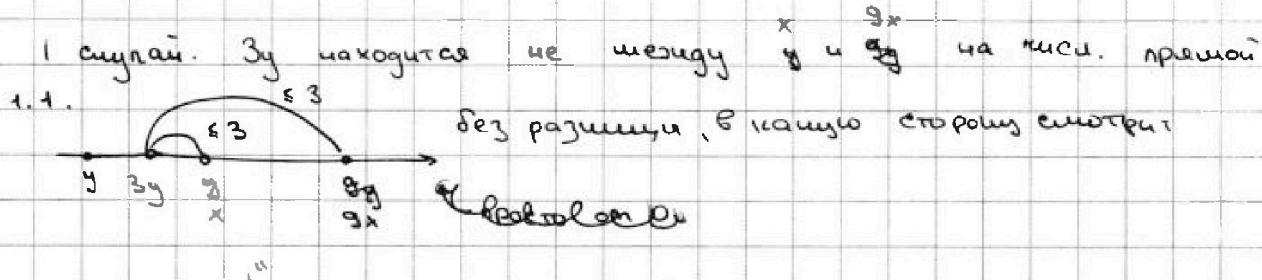
- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases} \Rightarrow 3|x - y| \leq 3 \Rightarrow |9x - 3y| \leq 3.$$

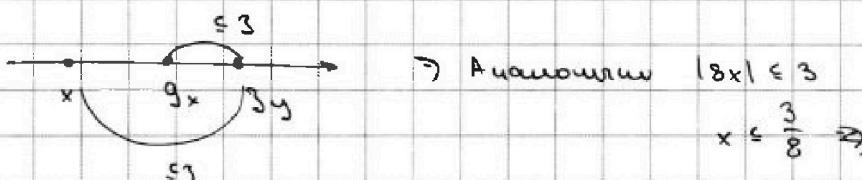


$$|9x - x| \leq 3, \text{ т.к. смотрим на расстояние}$$

$$|8x| \leq 3$$

$$\begin{aligned} x &\leq \frac{3}{8} \Rightarrow [x - 3y \leq 3] \Rightarrow 3x + 3y \leq 3y \Rightarrow y \leq \frac{3}{8} \\ &[3y - x \leq 3] \Rightarrow y \leq \frac{3+x}{3} = \frac{3+\frac{3}{8}}{3} = \frac{3 \cdot \frac{9}{8}}{3} = \frac{9}{8} \\ &4y + 8x \leq \left(\frac{9}{8}\right) + \left(\frac{3}{8}\right) = \frac{9}{2} + 3 = \frac{15}{2} \end{aligned}$$

1.2



$$\text{В обоих случаях } x \leq \frac{3}{8} \Rightarrow 3x \leq \frac{9}{8} \Rightarrow |3x - y| \leq 1$$

$$\text{Однако } |x - 3y| \leq 3 \Leftrightarrow 3y \leq 3 \Rightarrow y \leq 1$$

и еще больше

$$\begin{cases} x - 3y \leq 3 \Rightarrow x \text{ больше } 3y \quad ① \\ 3y - x \leq 3 \Rightarrow y \leq \frac{3+x}{3} = \frac{3+\frac{3}{8}}{3} = \frac{9}{8} \quad ② \end{cases}$$

$$① x \text{ больше } 3y \Rightarrow 3x \text{ больше } 9y.$$

$$x \leq \frac{3}{8}$$

$$3x - y \leq 1 \Rightarrow$$

"

$$y \leq \frac{1}{8}$$

$$4y + 8x \leq \frac{4}{8} + \frac{3}{8} \cdot 8 = \frac{15}{2}$$

$$② 4y + 8x \leq$$

$$\leq 4 \cdot \frac{3}{8} + \frac{3}{8} \cdot 8 =$$

$$= \frac{12}{8} + \frac{15}{2}$$



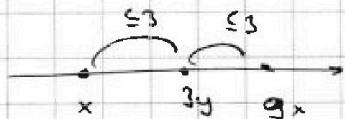
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Однако если бы методом $x \leq 3x$



$$\Rightarrow |3x - x| \leq 6$$

$$x \leq \frac{6}{2} = 3$$

$$3y - x \leq 3 \Rightarrow y \leq \frac{x+3}{3} = \frac{3+\frac{3}{4}}{3} = \frac{5}{4}$$

$$x \leq \frac{3}{4} \Rightarrow 4y + 8x \leq 4 \cdot \frac{5}{4} + 8 \cdot \frac{3}{4} = 5 + 6 = 11$$

$y \leq \frac{5}{4}$ " самое сильное ограничение из всех прошлых

Пример: $x = \frac{3}{4}$ $|x - 3y| = \left| \frac{3}{4} - \frac{15}{4} \right| = 3 \leq 3 \quad \text{⊕} \quad \text{подходит.}$

$y = \frac{5}{4}$ $|3x - y| = \left| \frac{9}{4} - \frac{5}{4} \right| = 1 \leq 1 \quad \text{⊕} \quad \text{подходит}$

"
max значение $8x + 4y = 11$, достичьное при $x = \frac{3}{4}$ и $y = \frac{5}{4}$.

Ответ: "

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 3m - 9n = (m+n)(m+n-3)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

Одно из чисел $= 13p^2$, а другое $75q^2$
 p, q - простые

1 случай.

$$\begin{aligned} A &= 13p^2 \\ B &= 75q^2 \end{aligned}$$

1 Вариант. $\begin{cases} m+n = 13 \\ m+n-q = p^2 \end{cases} \Rightarrow q = 13-p^2$
 $p^2 = 4 \Rightarrow p=2 \Rightarrow m+n = 3 = 10$

2 Вариант. $\begin{cases} m+n = 13p \\ m+n-q = p \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow q = 13p - p \Rightarrow q = 12p \Rightarrow p = \frac{3}{4}$$

(-) не подходит, м.н. $p \in \mathbb{N}$ (-).

3 Вариант. $\begin{cases} m+n = 13p^2 \\ m+n-q = 1 \end{cases}$

$$\begin{aligned} m+n &= 10 \Rightarrow 10 = 13p^2 \\ p^2 &= \frac{10}{13} \text{ (-), м.н.} \\ p &\geq 1 \end{aligned}$$

4 Вариант: $\begin{cases} m+n = p^2 \\ m+n-q = 13 \end{cases}$

$$q = p^2 - 13 \Rightarrow p^2 = 22 \Rightarrow p = \sqrt{22} \text{ (-), м.н. } p \in \mathbb{N}$$

5 Вариант: $\begin{cases} m+n = p \\ m+n-q = 13p \end{cases} \Rightarrow q = p - 13p$

$$\begin{aligned} m &= \frac{75q^2}{10}, \text{ м.н. } m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow \\ &\Rightarrow m, n \in \mathbb{N} \\ \frac{75q^2}{10} &\in \mathbb{N} \Rightarrow q^2 : 2, \text{ но м.н.} \end{aligned}$$

q -простое $\Rightarrow q = 2$

$$\begin{aligned} m, n &= \frac{75 \cdot 4}{10} = 30, \text{ м.н. } m > n, \\ m+n &= 13 \Rightarrow m-n = \sqrt{13^2 - 4 \cdot 30} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m-n &= 7 \Rightarrow 2m = 20 \Rightarrow m = 10, p = 2 \\ 2n &= 6 \Rightarrow n = 3, q = 2 \end{aligned}$$

Вспомни
и смотри

простое (+).

подходит (+) $(10, 3) \cup (3, 10)$

6 Вариант:

$$\begin{aligned} m+n &= 1 \\ m+n-q &= 13p^2 \\ q &= 1 - 13p^2 \\ p^2 &= \frac{8}{13} \text{ (-), м.н. } p^2 \neq 0 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Больше вариантов в этом случае нет, т.к. мы можем распределить простые между двумя скобками только такие образами

2 случай

$$A = 75q^2$$

$$B = 13p^2$$

$$\Rightarrow mn(m+n-3) = 13p^2$$

1 вариант

$$m = n + p \Rightarrow 2p - 3 = 13$$

$$m + n - 3 = 13$$

$$p = 8 \text{ } \textcircled{1}, \text{ т.к. } p \text{ - простой}$$

ИУДО (м.н. т.к. п. смеш. Равно)

$$2 \text{ вариант. } m' = m + n - 3 = p.$$

$$n = 13 \Rightarrow$$

$$p + 13 - 3 = p.$$

$$10 = 0 \text{ } \textcircled{1}$$

нет подходит

3 вариант:

Одни множитель - это 1

Одно из m, n 1

$$\text{или } n(n-2) = 13p^2 \Rightarrow$$

$$3.1. \quad n = 13$$

$$n-2 = 13p^2 \Rightarrow 2 = 13 - p^2$$

$$p^2 = 9$$

$$p = 3.$$

$$3.2. \quad n = p$$

$$n-2 = 13p$$

$$3.3. \quad n = 13p$$

$$n-2 = p$$

$$2 = p - 13p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = -\frac{1}{6} \text{ } \textcircled{1}$$

$$p \in \mathbb{N}$$

$$2 = 12p \Rightarrow p = \frac{1}{6}$$

$$\text{т.к. } p \in \mathbb{N}$$

$$m = 1$$

$$n = 13 \quad p = 3 \Rightarrow A = 14 \cdot 5 = 75q^2$$

$$14 = 15q^2 \text{ } \textcircled{1},$$

т.к. $14 \neq 15$

$$3.4. \quad n = 13p^2 \Rightarrow$$

$$n-2 = 1$$

$$\Rightarrow 2 = 13p^2 - 1 \Rightarrow 13p^2 = 3 \Rightarrow p = \sqrt{\frac{3}{13}}$$

$$\text{т.к. } p \in \mathbb{N}$$

$$3.5. \quad n = p^2$$

$$n-2 = 13 \Rightarrow 2 = p^2 - 13$$

$$p^2 = 15 \text{ } \textcircled{1}, \text{ т.к. } p = \sqrt{15}$$

$$p \in \mathbb{N} \text{ } \textcircled{2}$$

$$3.6.$$

$$n = 1$$

$$n-2 = 13p^2 \Rightarrow 2 = 1 - 13p^2 \Rightarrow 13p^2 = -1$$

$$\text{т.к. } 13p^2 \geq 0$$

Аналогично если $n=1$ подходящих случаев нет

4 вариант: $m+n-2 = 1 \Rightarrow m+n=3$

$$m+n-9 = -6 \Rightarrow A = -18 = 75q^2 \text{ } \textcircled{1}$$

Ответ: $(10, 3); (3, 10)$

$$\text{т.к. } 75q^2 \geq 0$$

не подходит

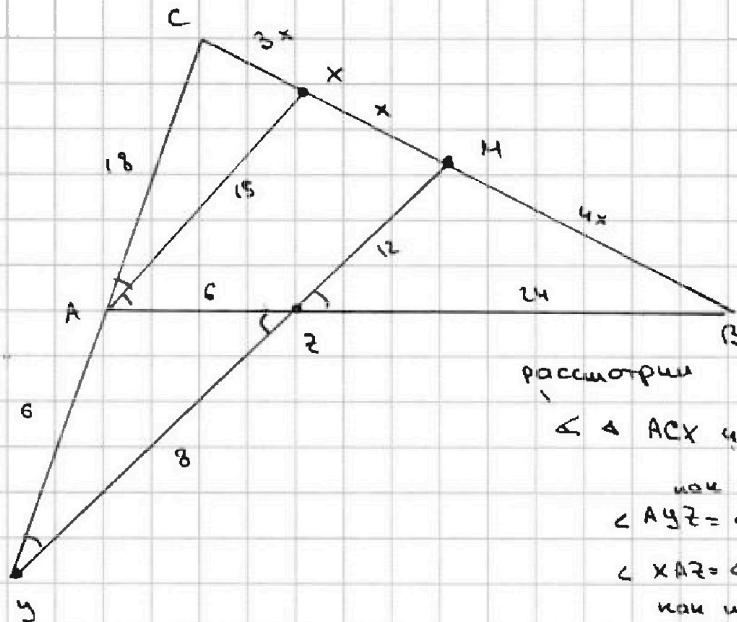


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$BC = ?$$

$$AC = 18$$

$$AZ = 6$$

$$YZ = 8$$

рассмотрим

$\triangle ACX \sim \triangle AYB$:

иначе соотв.

$$\angle AYZ = \angle CAZ, \text{ т.к. } AX \parallel YM.$$

$$\angle XAY = \angle AYZ, \text{ т.к. } AX \parallel YM$$

иначе иначе

"

$$\angle AYZ = \angle AYB \Rightarrow \triangle AYB - p/b.$$

\triangle м. Меняние для $\triangle ACB$ и прямой YM .

"

$$AYB = AY = 6.$$

$$\frac{CA}{AY} \cdot \frac{YZ}{YM} \cdot \frac{CM}{CB} = 1 \Rightarrow \frac{18}{6} \cdot \frac{8}{y} \cdot \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow y = 12$$

т.к. M - середина стороны

"

$$ZY = 12$$

по т. Фалеса для прямых $AX \parallel YM$:

$\triangle ACX \sim \triangle CYM$

$$\frac{CX}{CY} = \frac{18}{18+6} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{AX}{YM} = \frac{AC}{CY}$$

$$\frac{AX}{12+8} = \frac{18}{18+6} \Rightarrow AX = \frac{18}{24} \cdot 12$$

$$AX = 15$$

по т. Фалеса для прямых $AX \parallel YM$:
 $\triangle BAX \sim \triangle BYM$

$$ZY = 12$$

\Leftrightarrow

$$\frac{x}{x+6} = \frac{12}{15} \Rightarrow 15x = 12x + 72$$

$$3x = 72$$

$$x = 24$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{m.u.} \quad \frac{cx}{ch} = \frac{3}{4} \Rightarrow cx = \frac{3}{4} ch \quad \leftarrow \frac{3}{4} \rightarrow \frac{cx}{2 \cdot cm} = \frac{3}{2 \cdot 7} \quad \frac{cx}{cb} = \frac{3}{14}$$

$$\therefore ch = \frac{4}{3} cx$$

$$\frac{cx}{ch} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{cx}{cb} = \frac{cx}{2 \cdot cm} = \frac{3}{8}$$

$$\left\langle \begin{array}{l} \triangle AYZ : \text{по т. Косинусов} : 36 = 36 + 64 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cos \alpha \\ 3 < AYZ = \angle \end{array} \right.$$

$$\cos \alpha = \frac{64}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Применили т. Косинусов для } \triangle CXB : 9x^2 = 18^2 + 15^2 - 2 \cdot 18 \cdot 15 \cos \alpha$$

$$\text{m.u. } \angle CAx = \angle AYz$$

$$36 + 25 - 40$$

$$\cos(\angle CAx) = \cos \alpha$$

$$x^2 = 18 \cdot 2 + 15^2 - 2 \cdot 2 \cdot 15 \cdot \frac{2}{3}$$

$$x^2 = \frac{21}{3} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{21}{3}} \sqrt{21}$$

$$\therefore CB = 8x = \sqrt{21} \cdot 8 \sqrt{21}$$

$$\text{Отвр: } BC = \sqrt{21} \cdot 8 \sqrt{21}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{6x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \quad (1)$$

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 + 5y^2 - \sqrt{x} \quad (2)$$

"

$$(2) \quad x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

Заметим, что $f(x) = x^4 + 5x^2 + \sqrt{x}$ строго возрастает.

т.к. $f(x+\varepsilon) = (x+\varepsilon)^4 + 5(x+\varepsilon)^2 + \sqrt{x+\varepsilon}$

$$\varepsilon > 0$$

$$(x+\varepsilon)^4 > x^4, \text{ т.к. } x \geq 0 \quad (\text{тк определен})$$

$$\varepsilon > 0$$

$$(x+\varepsilon)^2 > x^2, \text{ т.к. } x \geq 0 \text{ и } \varepsilon > 0$$

$$\sqrt{x+\varepsilon} > \sqrt{x}$$

"

$f(x+\varepsilon) > f(x)$. Получается, что $f(x) = f(y)$ только если $x=y$.

$x=y$. Подставим в (1)

$$\sqrt{6x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\] x+1=t \Rightarrow 6-x=7-t \Rightarrow 6+5x-x^2=t(7-t)$$

$$\sqrt{t} - \sqrt{7-t} + 5 = 2\sqrt{t(7-t)}$$

$$(\sqrt{t} - \sqrt{7-t})^2 = (2\sqrt{t(7-t)} - 5)^2$$

$$t + (7-t) - 2\sqrt{t(7-t)} = 25 \cancel{- 25} - 20\sqrt{t(7-t)} + 4t(7-t) - 25$$

$$\] t(7-t)=a \Rightarrow 7-2a=a^2-20a+25$$

$$4a^2 - 18a + 18 = 0 \Rightarrow 2a^2 - 9a + 9 = 0 \Rightarrow a_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{81-72}}{4}$$

$$a_{1,2} = \begin{cases} a = 3 \\ a = \frac{3}{2} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1 \text{ случай } a=3 \Rightarrow \sqrt{t(7-t)} = 3$$

$$t(7-t) = 9 \Rightarrow t^2 - 7t + 9 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49-36}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\text{если } t = \frac{7+\sqrt{13}}{2} \Rightarrow x = t-1 = \frac{5+\sqrt{13}}{2} \quad \text{+ } x > 0, \text{ подходит.}$$

$$t = \frac{7-\sqrt{13}}{2} \Rightarrow x = t-1 = \frac{5-\sqrt{13}}{2} \quad \text{+ } x < 0, \text{ подходит. } \begin{array}{l} t > 0 \\ t < 0 \end{array} \begin{array}{l} t(7-t) > 0 \\ t(7-t) < 0 \end{array}$$

$$2 \text{ случай. } a = \frac{3}{2} \Rightarrow \sqrt{7(7-t)} = \frac{3}{2}$$

$$4t^2 - 28t + 9 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{14 \pm \sqrt{196-36}}{4} = \frac{14 \pm \sqrt{160}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{40}}{2}$$

$$\text{если } t = \frac{7+\sqrt{40}}{2} \Rightarrow x = t-1 = \frac{5+\sqrt{40}}{2}, x > 0, \text{ подходит. } 7-t = \frac{7-\sqrt{40}}{2} > 0$$

$$\text{если } t = \frac{7-\sqrt{40}}{2} \Rightarrow x = t-1 = \frac{5-\sqrt{40}}{2}, x < 0, \text{ не подходит. } (25 < 40)$$

Ответ: $\boxed{\frac{7+\sqrt{13}}{2}}$, $\boxed{\frac{5+\sqrt{13}}{2}, \frac{5-\sqrt{13}}{2}}, \boxed{\frac{7-\sqrt{40}}{2}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Единственное токко, которое никак не переходит при повороте

(т.е. переходит в саму себя) — это центр поворота. (но обе точки
или быть не
может, \Rightarrow 3!
из них является
центром)

Остальные все токки переходят в себя после симметричного
поворота на 360° (т.е. 4 раза)

найти положение

Хочешь доказать, что две какие-либо положения токок \Rightarrow ровно

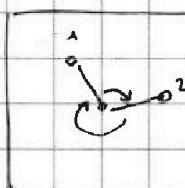
3

4, с которыми он совпадает при повороте

Если это не я ток \Rightarrow какие-то две токки перешли

групп В друга за менее, чем 4 поворота \Rightarrow токка 1 \rightarrow 2

токка 2 \rightarrow 1

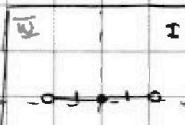


Однако угол поворота 12 должен совпадать с
углом поворота 2 \rightarrow 1

В сумме они дают $360^\circ \Rightarrow 12 = 4 \cdot 9 = 180^\circ$

↓

Это было первая поворота \Rightarrow 1, центр, 2



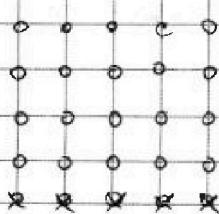
причем на одинаковом расстоянии от центра

↑



Во всех случаях кроме того у положения
есть ровно еще 3 ему подобных.

или во случае, когда токки лежат в I и III четверти
изменяются при поворотах II и IV \Rightarrow считаю токки I и III



✓ Выберем одну пару \Rightarrow Вторая автоматически
задается

\Rightarrow токки случаев 2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего способов выбрать 2 монет $\frac{81 \cdot 80}{2} = 81 \cdot 40$.

(
т.к. по одной стороне квадрата лежит 9 монет)

Из таких способов $25 \cdot 4 = 80$ исключений.
 $80 \cdot 2$

"
 $81 \cdot 40 - 80 = 80$ не В калидам отсюда
то $80 \cdot 2$ сущес. калидий
чтитившие в еще
3 неделих
расстановки $\frac{80 \cdot 40}{4} + 20 =$
 $= 800 + 20 = 820$

Ответ: 820.

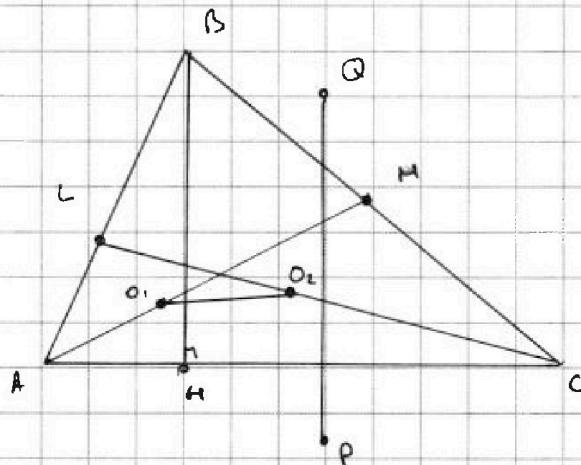


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



ВН - высота из В.

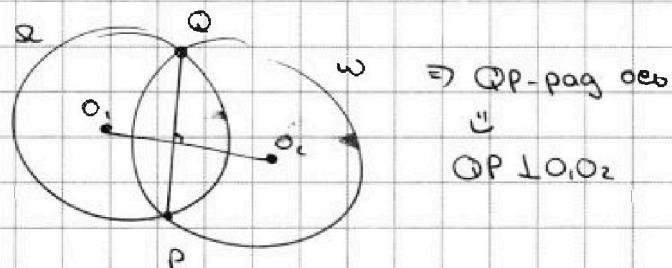
QP || ВН

ВН ⊥ АС, т.к. Висота

и

QP ⊥ АС

Причем Q и P ∈ О1 и О2



т.к. АН - диаметр S2

Причем O_1 - центр $AM \Rightarrow O_1$ - центр CL

$QP \perp O_1O_2 \quad \left\{ \begin{array}{l} QP \perp AC \\ QP \perp CL \end{array} \right. \Rightarrow O_1O_2 \parallel AC$

т.к. CL - диаметр ω

и

O_1O_2 - часть серединной линии $\triangle ALC$ и $\triangle ANC$, которые совпадают

т.к. сер. линия $\triangle ALC \parallel AC$ и проходит через O_2

Аналогично с сер. линией $\triangle ANC$, которая $\parallel AC$ и проходит через O_1



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}x &= 6 \\y &= 3\end{aligned}$$

$6 - 9 \leq 3 \quad \text{④}$

(circle)

$$\begin{aligned}4y + 8x &> 0 \\4(y + 2x) &> 0.\end{aligned}$$

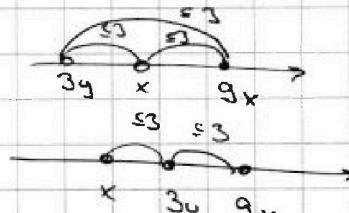
$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}(x - 3y)^2 &\leq 9 \\(3x - y)^2 &\leq 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}8x &\leq 6 \\x &\leq \frac{6}{8}\end{aligned}$$

$$3y - x \leq 3$$

⑤



$$y \leq \frac{3+x}{3} \leq \frac{3+\frac{6}{8}}{3} = \frac{24+6}{8 \cdot 3} = \frac{30}{24} = \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{6}{8}$$

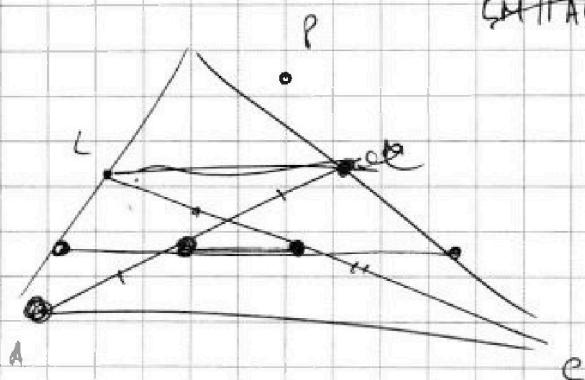
$$|x - 3y| \leq 3$$

$\left|\frac{6}{8} - \frac{15}{4}\right| \leq 3 \quad \text{⑥}$

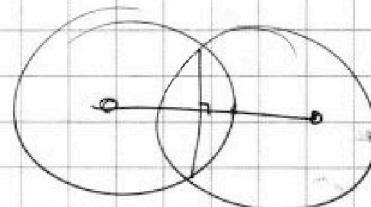
$$\leftarrow x = \frac{6}{8} \Rightarrow 8x + 4y = 6 + 5 = 11 \quad y = \frac{11}{8}$$

$$|3x - y| \leq 1 \quad \left| \frac{9}{4} - \frac{5}{4} \right| \leq 1 \quad \text{⑦}$$

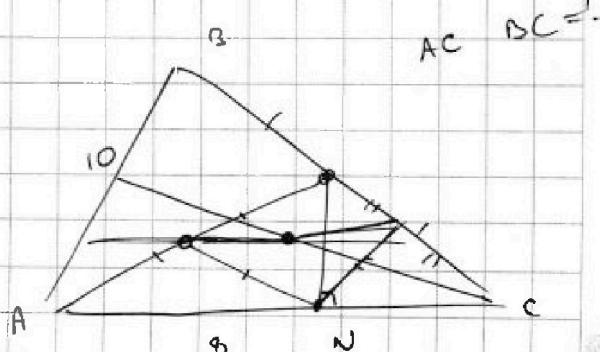
$$\frac{17}{8} \cdot u + 3 = \frac{23}{2}$$



~~LM || AC \Rightarrow L - середина \Rightarrow~~



$$\begin{aligned}\frac{3}{8} \times 3 &= \frac{9}{8} \\2u + 3 &= \frac{9}{8}\end{aligned}$$





На одной странице можно оформлять только **одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) m+n-p \Rightarrow m+n+g = p+g = 13p$$

" " " "

$$g = -12p \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & 2 \cdot 18 + 25 = 2 \cdot 2 \cdot 15 \cdot \frac{2}{3} \\ & 36 + 25 = 40 \\ & \underline{61} \end{aligned}$$

2

$$3) m+n+g = 13 \Rightarrow m+n = 22 = p \quad (2)$$

$$4) m+n-g = p \Rightarrow m+n = 13p \Rightarrow 13p - g = p$$

$$\begin{aligned} 12p &= g \\ p &= \frac{3}{4}(1) \end{aligned}$$

2 способ.

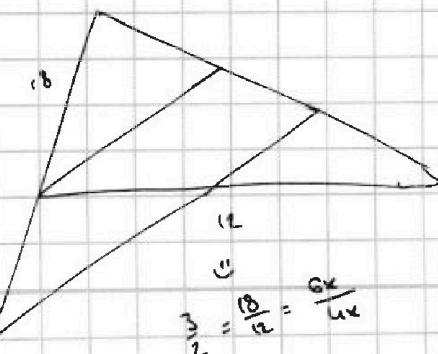
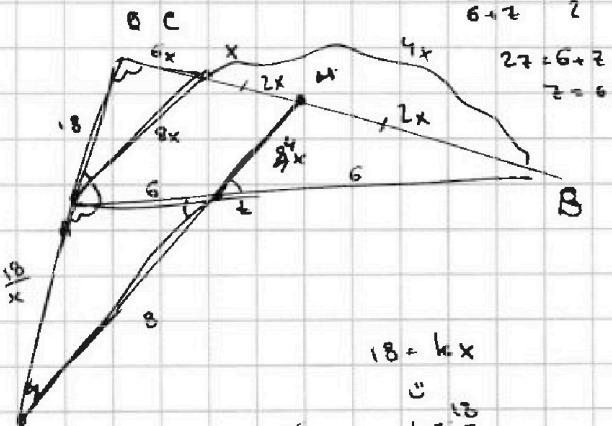
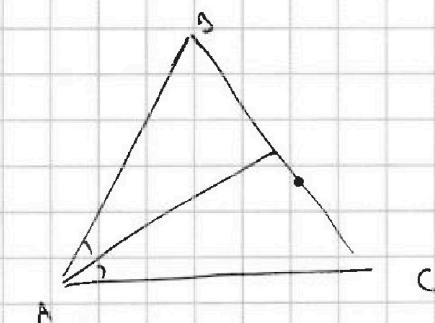
$$mn(m+n-3) = 13p^2$$

" "

$$\begin{aligned} 1) \quad m=n=p \\ m+n-3 = 13 \\ 2p-3 = p = 8 \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad m=13 &\Rightarrow 10+p = p \\ n=p & \Rightarrow 10 = p \quad (2) \end{aligned}$$

таких нет



$$\frac{3}{2} = \frac{18}{12} = \frac{6x}{4x}$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} &= \frac{8}{y} \cdot \frac{1}{2} = 1 \\ \frac{x}{y} &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 18 &= kx \\ \frac{1}{1} \cdot \frac{18}{18} &= \frac{8}{y} = 2 \\ \frac{x}{y} &= \frac{1}{8} \\ 4 &= 5 + 2 \\ 9 &= 40 \\ 72 + 25 - 40 &= 57 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} = \cancel{\text{окр}} \\ x^4 + 5x^2 - \cancel{5y^2} + y^4 - 5x + 5y^2 \end{cases}$$

$$(x+y)(6-y) = 5(x+1), \quad *$$

$$\begin{aligned} 5x - 5y &= x^4 - y^4 + 5x^2 - 5y^2 = (x^2 - y^2)(x^2 + y^2 + 5) \\ (5x - 5y)(x+y)(x+y)(x^2 + y^2 + 5) &\Rightarrow (5x + 5y)(x+y)(x^2 + y^2 + 5) = 1 \end{aligned}$$

$$\text{сумн. } x = y.$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$\cancel{(x+1)(2-x)}$$

$$x^2 - 5x - 6.$$

$$(x-6)(x+1)$$

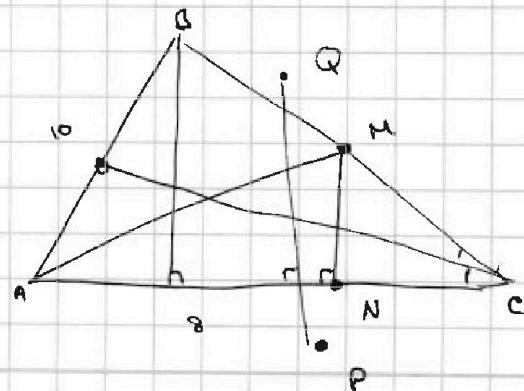
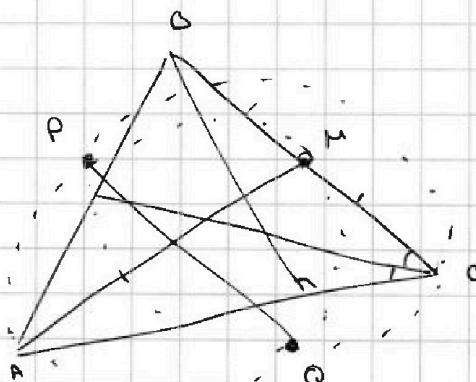
$$\cancel{58} (6-x)(x+1)$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} - 5 = 2\sqrt{...}$$

$$5 = 2\sqrt{...} + 10\sqrt{x-1} - 10\sqrt{6-x} + 25$$

$$\frac{1}{2}(x+1)(6-x)$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{...} =$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

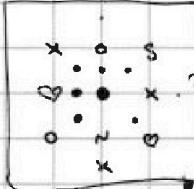
$$3x+3$$

$$3x+3+2x = (x^2+2x)^2$$

as

?

$$2((x^2+2x)^2 - 3x - 3) = 3x^2 - (x^2+2x)^2$$



$$3x^4 + 12x^3 + 12x^2 - 9x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$(x+1)(3x^3 + 9x^2 - 6) = 0$$

$$(x+1)^2(3x^2 + 6x - 6) = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9+18}}{3} = \frac{-3 \pm \sqrt{27}}{3}$$

$$\begin{aligned} & 4y+8x \leq 4 \\ & 4(y+2x) \leq 4 \\ & x \leq 6 \end{aligned}$$

$$y \leq 3 \Rightarrow \begin{aligned} & 4 \cdot 15 = 60 \\ & x = 6 \end{aligned}$$

$$x < 2y \quad x \geq 3y-3 \quad y = 3$$

$$\begin{cases} 3y - x \leq 3 \\ 3x - y \leq 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} & x+3 \geq 3y \\ & 2y+3 - 1 \leq 3 \end{aligned}$$

0, 0, 1, 1, 0, 0,
1, 3

$$4y+8x = \text{max}?$$

$$x, y \quad y+2x > 0.$$

$$\begin{cases} 4x-3y \leq 3 \\ 13x-y \leq 1 \end{cases}$$

$$x, y$$

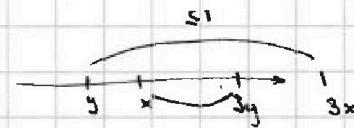
$$3x-y < y+2x$$

$$x < 2y$$

$$1 \text{ способ } x, y \geq 0.$$

$$x-3y \leq 3.$$

$$x \leq 3+3y.$$



$$4y+8x \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} & x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2 \\ & x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4-4}}{2} = 2 \end{aligned}$$

6, 0, 9, 0, 1, 1

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n =$$

$$= (m+n)(m+n-9)$$

$$\text{одно } 13p^2 \quad p, q - \text{простые}$$

$$B = mn(m+n-3)$$

$$25q^2 =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m+n=13 \Rightarrow m+n-3=4-2^2 \oplus \\ m+n-3=10 \Rightarrow q=2 \Rightarrow \end{array} \right.$$

$$1 \text{ способ. } (m+n)(m+n-9) = 13p^2 \Rightarrow$$

одно из них простое $\Rightarrow mn = 300$

$$75 \cdot 4 = 300 \quad \text{одно из них}$$

0, 3

$$69 - 120 = 49 = 7$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Diagram of a triangle ABC with vertices A(0, 0), B(18, 0), and C(0, 18). Point M is the midpoint of BC. A line segment connects A and M. The angle at A is labeled 120° . The angle at M is labeled 24° . The angle at B is labeled 12° . The angle at C is labeled 18° . The angle at D (on the extension of AM) is labeled 6° . The angle at E (on the extension of BC) is labeled 2° . The angle at F (on the extension of AB) is labeled 1° .

Equation: $\frac{72}{24x} = \frac{y+6}{y+6}$

Equation: $72(y+6) = 24(y+6)$

Equation: $y+6 = 24$

Equation: $y = 18$

Equation: $\frac{6}{8} + \frac{18}{x} \Rightarrow x = \frac{8}{6} \cdot 18 = 24$

Equation: $x = \frac{16}{3}$

Equation: $\frac{72}{18x} = \frac{6}{8}$

Equation: $\frac{18}{x} \cdot \frac{8}{4} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow x = 18 \cdot 4$

Equation: $y = \frac{32}{x}$

Equation: $\frac{72 \cdot 3}{18 \cdot 2} = \frac{23}{2}$

Equation: $2x - 7x = \frac{23}{2}$

Equation: $x = \frac{6}{8} \cdot \frac{16}{8} \cdot \frac{2}{2} = 12$

Equation: $\frac{3}{4} \cdot 20$

Equation: $\frac{9 \cdot 8}{2} = 9 \cdot 4 - 2$

Equation: $\frac{9 \cdot 4 - 2 \cdot 2}{4} + 2$

Equation: $8 + 2 = 10$

Equation: $9 \cdot 9 = 81$

Equation: $\frac{81 \cdot 80}{t27} = 81 \cdot 40$

Equation: $a^2 = 810$

Equation: $\begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ \hline 2 \end{array}$

Equation: $\begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ \hline 2 \end{array}$

Equation: $\begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ \hline 2 \end{array}$

Diagram of a 3x3 grid with points at intersections. Points are located at (1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,1), (3,2), (1,3), (2,3), and (3,3).



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2 способ. $x \neq y$.

$$(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})(x^2 + y^2 + 5) = 1$$

$a, b > 0,$

$$2 \quad (\alpha + \beta)(\alpha^2 + \beta^2)(\alpha^4 + \beta^4 + 5) = 1$$

$\Rightarrow \alpha + \beta < 1 \quad \text{и } \alpha, \beta < 1 \quad \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 < 1$

$\text{или } \alpha^2 + \beta^2 < 1$

$$x^4 + 5x^2 + 5x$$

$$\cancel{\alpha^2} \quad \alpha^8 + 5\alpha^4 + 1 \quad \cancel{\frac{1}{2}} \quad \cancel{\frac{1}{256}} \cdot \cancel{\frac{5}{4}} \cancel{\frac{1}{2}}$$

$\cancel{4^8 = 256} \cancel{15 \cdot 15}$

$$\cancel{\alpha^2} \quad \alpha^8 + 5\alpha^4 + 1 \quad \text{корни от 0 до 1?}$$

$$\beta^8 + 5\beta^4 + 1 \quad 8 \cdot \frac{1}{128} = 20 \cdot \frac{1}{8} + 1$$

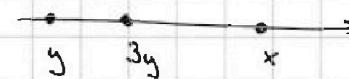
$$-\frac{1}{16} - \frac{5}{4} + 1$$

$$x^4 + 5x^2 + 1$$

$$x \uparrow \Rightarrow x^4 \uparrow$$

$$5x^2 \uparrow \quad \text{+}$$

$$\sqrt{x} \uparrow$$



$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases} \quad \text{(сумм.) } x \geq 3y \quad 3x \leq y$$

$x - 3y \leq 3 \quad \Rightarrow \quad 4x - 12y \leq 12$

$3x - y \leq 1 \quad \Rightarrow \quad x - y \leq \frac{1}{3}$

$x \leq y + \frac{1}{3} \Rightarrow 4y + 8x \leq 8 + 12y$

$x \leq 1 + y \leq 1 + 3x$

2 способ. $x \geq 3y \quad 3x \leq y \quad (-)$

3 способ. $x \leq 3y \quad 3x \leq y$

$$\begin{cases} 3y - x \leq 3 \\ 3x - y \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y - 4x \leq 1 \Rightarrow y - x \leq 1 \end{cases}$$

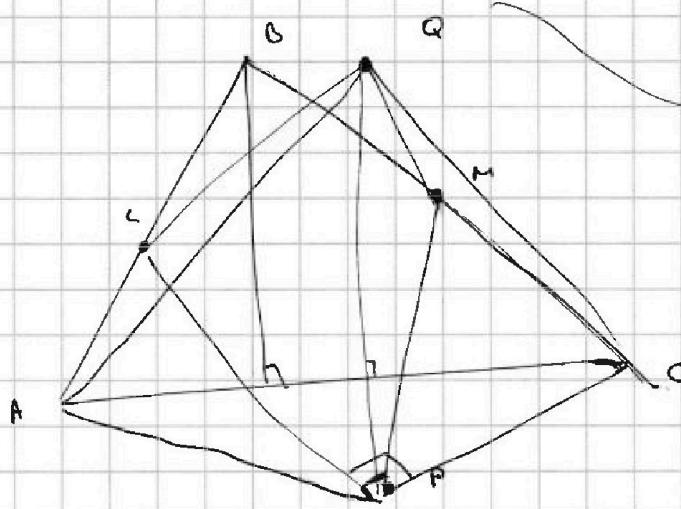
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} 3x - 3y &\leq 3 \Rightarrow 10x - 6y \leq 6. \\ x - 3y &\leq 3 \\ 5x - 3y &\leq 3. \end{aligned}$$

$PQ \perp AC$

$$\begin{aligned} |x - 3y| &\leq 3 \\ 3x - y &\Rightarrow \\ 3|x - 3y| &\leq 9. \end{aligned}$$

$$3|x - 3y| \leq 3$$

$$\begin{aligned} |9x - 3y| &\leq 3 \\ |x - 3y| &\leq 3 \\ 18x - 6y &\leq 6 \\ x \leq \frac{6}{18} = \frac{1}{3} & \text{---} \\ x = t - 1 & \text{---} \\ 3y &\leq 3x = 9x \\ y &\leq 3x \end{aligned}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} \quad x - 3y \leq 3 \quad 3x - 9x \leq 3$$

$$\begin{aligned} x+1 + 6 - x &= 7 \\ x+1 + 7-t &= 7-t \end{aligned}$$

$$\sqrt{t} - \sqrt{7-t} = 5 \rightarrow 2\sqrt{t(7-t)}$$

$$7 - 2\sqrt{t(7-t)} = 4t(7-t) = 4t^2(7-t)$$

$$\begin{aligned} t(7-t) &= a \Rightarrow 7 - 2a = 4a^2 - 20a + 25 \\ 4a^2 - 18a + 18 &= 0 \\ 2a^2 - 9a + 9 &= 0 \\ a_{12} &= \frac{9 \pm \sqrt{81 - 164}}{4} \end{aligned}$$

$$1 \text{ способ. } \sqrt{t(7-t)} = 3$$

$$t^2 - 7t + 9 = 0$$

$$t_{12} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 12}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{37}}{2}$$

$$t_{12} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 36}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$1) t = \frac{7 - \sqrt{13}}{2} \Rightarrow (-)$$

$$2) t = \frac{7 + \sqrt{13}}{2} \Rightarrow x = y = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} (+)$$

$$\begin{aligned} \frac{14 \pm \sqrt{160}}{4} &= \frac{14 \pm 4\sqrt{10}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{10}}{2} \Rightarrow 1) \frac{7 - \sqrt{10}}{2} (-) \\ 2) \frac{7 + \sqrt{10}}{2} (+) \end{aligned}$$

$$\frac{9 \pm 3}{4} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a = \frac{3}{2} \end{cases}$$

2 способ.

$$\sqrt{t(7-t)} = \frac{3}{2}$$

$$4t^2 - 28t + 9 = 0$$

$$t_{12} = \frac{14 \pm \sqrt{196 - 4 \cdot 9}}{4} =$$