



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 7

1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14 + 5x - y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

$$\text{Дано: } a_4 = 6 - 9x \\ \text{АП} \quad a_6 = (x^2 - 2x)^2$$

$$a_{10} = 9x^2$$

$$\text{Так как } a_4 + 2n = a_6$$

$$a_4 + 6n = a_{10}$$

Получим систему уравнений

$$\begin{cases} (6 - 9x) + 2n = (x^2 - 2x)^2 \\ (6 - 9x) + 6n = 9x^2 \end{cases}$$

↓ вычитанием

$$2(6 - 9x) = 3(x^2 - 2x)^2 - 9x^2$$

$$2(6 - 9x) = 3x^2((x - 2)^2 - 3)$$

$$2(6 - 9x) = x^2(x^2 - 4x + 1)$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

Подберем $x = 1$: $1 - 4 + 1 + 6 - 4 = 0$ - корень

По методу Горнера:

	1	-4	1	6	-4
1	1	-3	-2	4	0
1	1	-2	-4	0	

$$1. \quad x^3 - 3x^2 - 2x + 4 = 0$$

$$x = 1: \quad 1 - 3 - 2 + 4 = 0 \text{ - корень}$$

$$2. \quad x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 4 = 20$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2} = 1 \pm \sqrt{5}$$

$$\text{Ответ: } 1, \quad 1 \pm \sqrt{5}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

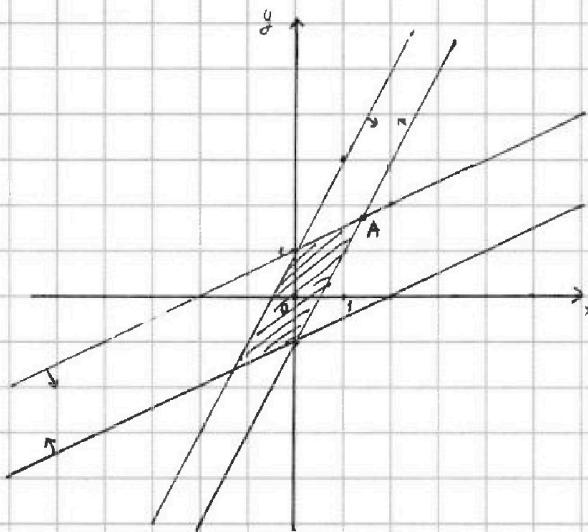
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

Решим данную систему уравнений графически

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases}$$

①



- ② Заметим, что наибольшее значение достигается при $x=\text{мак}$ и $y=\text{мак}$. Именно это происходит в точке А.
Положив графиков и системой определим точные значения $(x_0; y_0)$ в г. А.

$$\begin{cases} 2y_0 - x_0 = 2 \\ 2x_0 - y_0 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y_0 - x_0 = 2 \\ 4x_0 - 2y_0 = 2 \end{cases} \Rightarrow 3x_0 = 4 \\ x_0 = \frac{4}{3}$$

$$2y_0 - \frac{4}{3} = 2 \\ y_0 = \frac{5}{3}$$

Тогда наибольшее значение бирп-2 - $(3y_0 + 6x_0)$

$$3y_0 + 6x_0 = 3 \cdot \frac{5}{3} + 6 \cdot \frac{4}{3} = 5 + 8 = 13$$

Ответ: 13



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

$$A = (m+2n)(m+2n-7)$$

$$B = (m+2n+3)mn$$

1. Заметим, что A - всегда четное, причем $(m+2n)$ и $(m+2n-7)$ разной четности

I случай $A = 11p^2$ - четное

$$p=2$$

$$A = 11 \cdot 4$$

↓

$$m+2n=11 \text{ и } m+2n-7=4$$

$$B = 20mn = 75q^2$$

$$4mn = 15q^2$$

$$q^2 - \text{четное} \Rightarrow q^2 = 4 \Rightarrow mn = 15$$

$$\begin{cases} mn = 15 \\ m+2n = 11 \end{cases}$$

$$m = 5; n = 3 \quad (5; 3)$$

II случай $A = 75q^2$ - четное

$$q = 2; \quad q^2 = 4$$

$$A = 75 \cdot 4 = 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 4$$

↓

$$(m+2n)(m+2n-7) = 75 \cdot 4$$

$$m+2n = t, \quad t \in \mathbb{Z}$$

$$t(t-7) = 300$$

$$t^2 - 7t - 300 = 0$$

$$\Delta = 49 + 1200 = 1249$$

$$t = \frac{7 \pm \sqrt{1249}}{2} - \text{не целое число}$$

↓

Этот случай невозможен

$$\text{Ответ: } (5; 3)$$



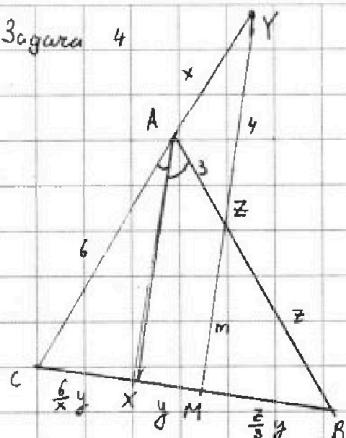
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4



1. Введен $x = AY$

$$y = YM$$

$$z = ZB$$

$$m = ZM$$

и при помощи т. Фалеса для $AH \parallel YM$

и учитыв $\angle ACM$, $\angle ABC$ запишем

на циркуле соотношения отрезков

2. Вспомним свойство дисс-си

$$\frac{CX}{AC} = \frac{BX}{AB}$$

$$\frac{\frac{6}{x}y}{6} = \frac{\frac{1}{3}y + y}{6+3}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{3+3}{(6+3)3} = \frac{1}{3} \Rightarrow x=3$$

3. Так M середина, $CM = MB = \frac{1}{2}BC$

$$\frac{6}{x} + x = \frac{6}{3} + 3 = 5 = \frac{1}{2}BC$$

$$\Downarrow$$

$$BC = 10$$

Остальные соотношения за кенадоступного не достигнулись

Отвр: 10

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2} & (1) \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y & (2) \end{cases}$$

(2) Пусть $f(t) = t^3 + 3t + \sqrt{2t^3} - \text{ возрастает, как сумма возрастающих}$

$$f(x) = f(y) \quad (2)$$

↔

$$x = y$$

$$(1) \quad \underbrace{\sqrt{x+2}}_a - \underbrace{\sqrt{7-x}}_b + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 \geq 0$$

$$\begin{cases} a-b+7=2ab \\ a^2+b^2=9 \end{cases}$$

$$a(1-2b) = b+7 \quad a = \frac{b+7}{1-2b} \quad (1-2b \neq 0)$$

$$\left(\frac{b+7}{1-2b}\right)^2 + b^2 = 9$$

$$(b+7)^2 + b^2(1-2b)^2 = 9(1-2b)^2$$

$$\cancel{b^2 + 49 + 14b + } + \cancel{b^2 + 4b^2 - 4b^3} - 9b^2 = 9 + \cancel{36b^2} - \cancel{36b}$$

$$4b^4 - 48b^2 - 34b^2 + 50b + 49 = 0$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 \geq 0 \\ x+2 + 7 - x + 7 - 2\sqrt{x+2}\sqrt{7-x} = 4(\sqrt{x+2}\sqrt{7-x})^2 \\ t \geq 0 \end{cases}$$

$$16 - 2t = 4t^2$$

$$4t^2 + 2t - 16 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4(1+4^3) = 4 \cdot 65$$

$$t \geq 0 \Rightarrow t = \frac{-1 + \sqrt{65}}{8}$$

$$x = \frac{320 + \sqrt{64}}{2 \cdot 64} > 7$$

не подходит по ОДЗ

$$14+5x-x^2 = \frac{65+1-2\sqrt{65}}{64}$$

$$x = \frac{320 - \sqrt{64}}{2 \cdot 64} > -2$$

подходит по ОДЗ

$$896 + 320x - 64x^2 = 66 - 2\sqrt{65}$$

$$64x^2 - 320x - 830 - 2\sqrt{65} = 0$$

$$D = 320^2 + 4 \cdot 64(830 + 2\sqrt{65}) = 64(5 + 930 + 16\sqrt{65})$$

$$\text{Ответ: } \frac{40 - \sqrt{3320 + 5 + 16\sqrt{65}}}{16}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 6

Шаг I: разделим все (кроме центральной) точки на группы по 4 точки-такие, чтобы они перекрывали друг 6 друга при центральной симметрии.

Например



Таких групп $\frac{11 \cdot 11 - 1}{4} = 30$

Ситуация 1: 2 точки из одной группы: $30 \cdot 2 = 60$

Ситуация 2: 2 точки из разных групп $\underbrace{\frac{30 \cdot 29}{2}}_{\text{выбрели 2 группы}} \cdot \begin{matrix} 1 \\ | \\ \text{выбрал первую точку} \end{matrix} \cdot \begin{matrix} 4 \\ | \\ \text{выбрал вторую точку} \end{matrix} = 30 \cdot 58$

Ситуация 3: точки в центре и одна из групп: $1 \cdot 30 + 1 = 30$

$\begin{matrix} \uparrow \\ \text{выбрал точки} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \uparrow \\ \text{выбрал группу} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \uparrow \\ \text{выбрал точки из группы} \end{matrix}$

Всего: $30 \cdot 2 + 30 \cdot 58 + 30 \cdot 1 = 30 \cdot 61 = 1830$

Ответ: 1830

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
ИЗ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = (m+2n)^2 - 7m - 14n = (m+2n-7)$$

$$B = mn(m+2n+9)$$

Либо $A = 75 \cdot 4$
или $A = 11 \cdot 4$

$$\begin{array}{r} 33 \\ \times 33 \\ \hline 99 \\ 99 \\ \hline 1089 \end{array}$$

$$5 \cdot 13$$

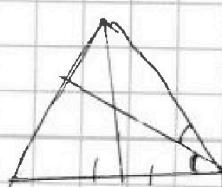
$$\begin{array}{r} 234 \\ \times 34 \\ \hline 936 \\ 702 \\ \hline 816 \end{array}$$

$$10 \cdot 10$$

$$3 \cdot 2$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 3 \\ \hline 18 \\ 18 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$11 \cdot 11 - 1 = \frac{120}{4} = 30$$



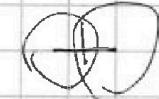
$$759$$

$$q=2$$

$$759$$

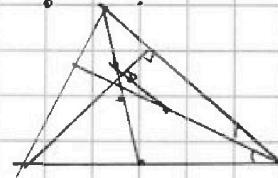
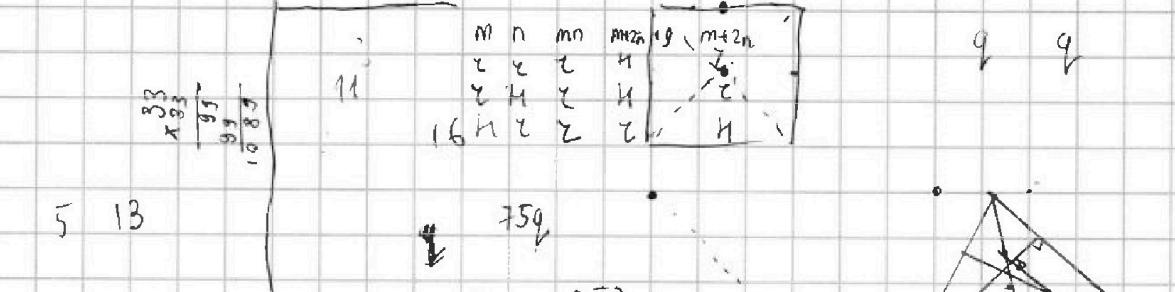
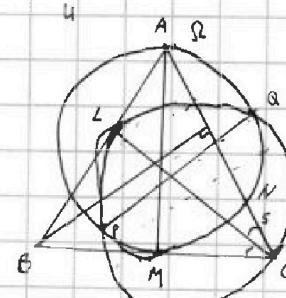


①



$$(30) \cdot 2 + 1 \cdot 30 = 90$$

AC? BC? - ?



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a - b + c = 2a$ b $\sqrt{x+2} - \sqrt{y-x} + z = 2\sqrt{x+2}\sqrt{y-x}$

$b^2 + a^2 = g$ $\sqrt{x+2} + f = \sqrt{x+2}(2\sqrt{x+2} + 1)$

$5 - 2 + 7 = 2\sqrt{5} \cdot 2$ $x+2+49+19\sqrt{x+2} : (f-x)(4x+8+1+4\sqrt{x+2})$

$\sqrt{5} - 5 = 4\sqrt{5}$ $x+51+14\sqrt{x+2} = 28x+63+28\sqrt{x+2} - 4x^2 - 9x - 4\sqrt{x+2}x$

$-5 = \sqrt{5}$ $81 + 4 \cdot 2 \cdot 6 = 81 + 48 = 129$

$\frac{1}{\sqrt{x+2}} - \frac{1}{x+2}$

$3+0+4 = \sqrt{45+49} = 0$

$\frac{x+6}{6} \sqrt{8} \div 1+4 = 2\sqrt{8}$ $\frac{y+6}{6} \div 2 = \frac{208}{z+3}$

$\sqrt{8} - \sqrt{2} + 7 = 2\sqrt{9} \div \frac{y+6}{6} \div 2 = \frac{208}{z+3}$

$-2,7$ $\frac{y+6}{6} \div 3(2+3) = \frac{3+2}{3(2+3)}$

$3(\text{ПДР}) \div x = 3$ $x=3$

$\sqrt{8} - \sqrt{6} + 7 = \frac{2}{z+3}$

$-2,7$ $\frac{y+6}{6} \div x = \frac{5+m}{Ax}$

$2,25$ $m = \frac{m}{Ax}$

$2,36$ $-2 \approx -\frac{1}{2}$

$2,89$ $3,5 \approx 5$

$0,15 - \sqrt{6,75} + 7 = 0,3\sqrt{675}$ $4x^4 - 40x^3 + 77x^2 + 115x - 62 = 0$

$6,25$ $y = \frac{1}{4} - 5 + \frac{7}{4} + \frac{115}{2} - 62 =$

$6,76$ $= \frac{39}{4} - \frac{115}{2} + \frac{10}{2} - 62 =$

$\frac{18}{16} \cdot \frac{1}{9}$ $64 + 320 + 77 \cdot 4 - 230 - 62 =$

$\frac{5}{8}$ $64 - 320 + 77 \cdot 4 + 230 - 62 =$

$\frac{154}{2} = 77 - 62$

$77 = 77 - 62$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1 2 3 4 5 6 7

 ④ ⑤ + ④

+

,

 $\frac{64}{x \times 4}$ $\frac{256}{64}$ $\frac{896}{896}$

$$\cancel{x^2} + \cancel{t^2} - 2\sqrt{17}t + 7 = 16 - 2\sqrt{17}t = 4(\sqrt{17})^2$$

$$\sqrt{17} = t$$

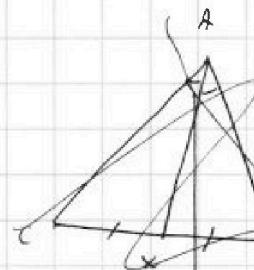
$$80 \cdot 80 = 6400$$

$$5050 = 2500$$

400

$$\frac{5+6}{2}$$

$$\frac{-1}{2}$$



$$\frac{58}{4} = 14.5$$

$$x_2 = \frac{8740 - 56}{2 \cdot 64} = \frac{-18}{16}$$

$$4t^2 + 24 - 16 = 0$$

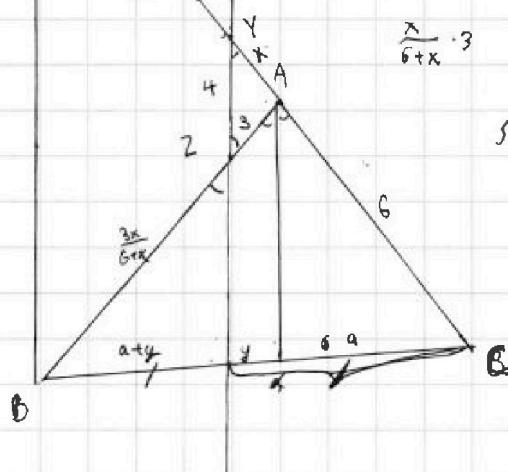
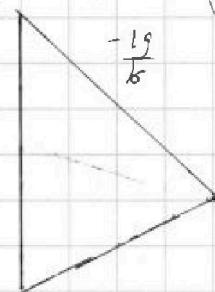
$$D = 4 + 4 \cdot 4 \cdot 16 = 4(1 + 4 \cdot 16) = 4 \cdot 65$$

$$t = \frac{-2 + \sqrt{65}}{8}$$

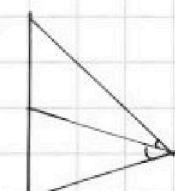
$$= \frac{\sqrt{65} - 2}{4}$$

$$\frac{369}{6+x} \cdot 3$$

55



$$\frac{\frac{3x}{6+x} + 3}{a+2y} = \frac{6}{a}$$



$$\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3}$$

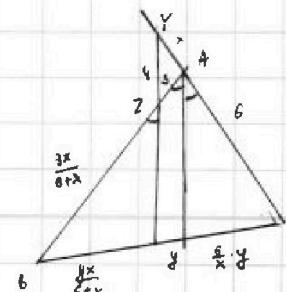
$$\frac{3x}{6+x} + 3a = 6a + 12y$$

$$\frac{\frac{yx}{6+x} + y}{x} = \frac{\frac{3x}{6+x} + 3}{y}$$

$$\frac{y}{x} \cdot x = 3$$

$$\frac{y}{x} \cdot x = 3$$

$$y = 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} a_4 &= 6 - 9x \\ R_4 &= (x^2 - 2x)^2 \\ R_{10} &= 9x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 6 - 9x + 2n = (x^2 - 2x)^2 \\ 2(x^2 - 2x)^2 + 4n = 9x^2 \end{cases}$$

$$12 - 18x + 4n = 2(x^2 - 2x)^2$$

$$(x^2 - 2x)^2 - 12 + 18x = 9x^2 - 2(x^2 - 2x)^2$$

$$3(x^2 - 2x)^2 = 9x^2 - 18x + 12$$

$$3x^4 + 12x^2 - 12x^3 - 9x^2 + 18x - 12 = 0$$

$$\begin{aligned} 3x^4 + 3x^2 - 12x^3 \\ 3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0 \\ 48 - 12 \cdot 8 + 12 + 36 - 12 = 0 \end{aligned}$$

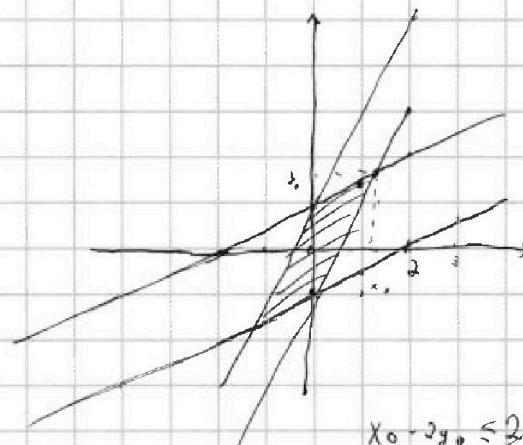
$$3 \cdot 81 - 12 \cdot 27 + 27 + 54 - 12 = 0$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 27 \\ \hline 84 \\ 24 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$243 + 54 + 15 = 324$$

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$2x - y \leq 1$$



$$|x_0 - 2y_0| \leq 2$$

$$|2x_0 - y_0| \leq 1$$

$$x_0 - 2y_0 = 4$$

$$4x_0 - 2y_0 = 2$$

$$2y_0 - 4x_0 = 2$$

$$2x_0 - y_0 = 1$$

$$\begin{aligned} 2y_0 - x_0 &= 2 \\ 4x_0 - 2y_0 &= 2 \\ 3x_0 &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2y_0 - x_0 &= 2 \\ 2y_0 - 4x_0 &= 2 \end{aligned}$$

$$x_0 - 2y_0 = 2$$

$$2x_0 - 4y_0 = 4$$

$$2x_0 - y_0 = 1$$

$$x_0 - 2y_0 \leq 2 \rightarrow 2x_0 - 4y_0 \leq 4$$

$$-2x_0 + y_0 \leq 1$$

$$\begin{array}{l} 3y_0 = 5 \\ y_0 = 5/3 \end{array}$$

#

L

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3(6-9x) + \cancel{6n} = 3(x^2 - 2x)^2$$

$$(6-9x) + 6n = 9x^2$$

$$2(6-9x) = 3(x^2 - 2x)^2 - 9x^2$$

$$\cancel{6}(2-3x) = 3x^2 ((x-2)^2 - 3)$$

$$2(2-3x) = x^2 (x^2 - 4x + 1)$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

50

$$1: 1-4+1-4+6=0$$

1-корень

$$6^2 - 35^2 + 30\cancel{6} + \cancel{45^2}$$

$$6 - 9 - 9\sqrt{5} = -3 - 9\sqrt{5}$$

$$(1+5+2\sqrt{5} - 2 - 2\sqrt{5})^2 = 16$$

$$1(1+5+2\sqrt{5}) = 54 + 18\sqrt{5}$$

$$x^3 + 3x + \sqrt{2x} = y^3 + 3y + \sqrt{2y}$$

$$f(x) \uparrow \Rightarrow x=y$$

$$\sqrt{2x} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{14+5x-x^2} \quad 4 \cdot 49^3 - 4 \cdot 49^2 + 34 \cdot 49 + 50 + 1 = 0$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = \cancel{0}$$

$$\sqrt{9} - \sqrt{7} + 7 = 2\sqrt{6} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & 4 & -4 & -34 & 50 \\ \hline 9 & | & 4 & | & 9 \\ \hline & 4 & -4 & -34 & 50 \\ \hline \end{array}$$

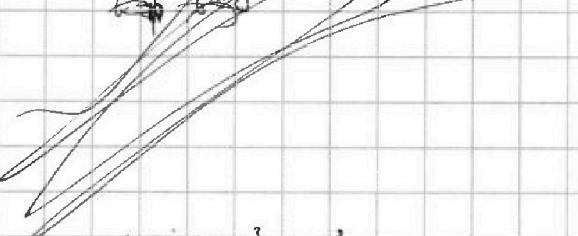
$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{14+5x-x^2}$$

$$\cancel{3} \cdot \cancel{1} \cdot \cancel{7} + \cancel{4} = \cancel{9} - \cancel{2} \cdot \cancel{5} + \cancel{7}$$

$$6 - 1 - 2$$

$$2\cancel{7} - 1 + 7 = \cancel{14}$$

$$6 - 6 = 0$$



$$47 - 28 \cdot 7^3 - 4 \cdot 7^3 - 34 \cdot 49 + 49 + 50 \cdot 7 =$$

$$= 34 \cdot 7^3 - 32 - 33 \cdot 49 + 50 \cdot 7 = 0$$

$$24 \cdot 49 - 33 \cdot 7 + 50 = 0$$

$$1009$$

38

$$4 \cdot 7^4 + 4 \cdot 7^3 - 34 \cdot 7^2 - 50 \cdot 7 + 49 = 0$$

$$4 \cdot 7^3 \cdot 8 - 7(34 \cdot 7 + 50) + 49 = 0$$

$$32 \cdot 49 - 34 \cdot 7 - 50 + 49 = 0$$

$$4 \cdot 49^3 - 4 \cdot 49^2 + 34 \cdot 49 + 50 + 1 = 0$$

88

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{x+2}\sqrt{7-x}$$

$a = 2\sqrt{6}-6$

$a(1-a) = 6(1-4)$

$3+7=10$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = \max$$

$$\max^2 = x+2 + 7-x - 2\sqrt{7}$$

$$\bullet \max = 3$$

10

$$0 = 3+7 = 10$$

$$(4,5)^2 = \frac{81}{4} = 20\frac{1}{4}$$

$$\sqrt{x+2} + 7 \geq \sqrt{7-x}$$

$$7-x$$

$$=\frac{5}{2} = 2,5$$

$$-28+1 + 36+6 = 3(8+2)$$

$$40\frac{1}{8}$$

$$x+2+49+14\sqrt{x}$$



$$\sqrt{1,5} - \sqrt{4,5} = 0$$

$$16\sqrt{57} = 56 + 20x - 4y^2$$

$$-2\sqrt{57} = 50 + 20x - 4y^2$$

$$\frac{10}{-5} = -2$$

$$3-6b = 6+7$$

$$7b = -4$$

$$b = -\frac{4}{7}$$

4

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = 2\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x}$$

$$\sqrt{x+2} + 7 \geq \sqrt{7-x}$$

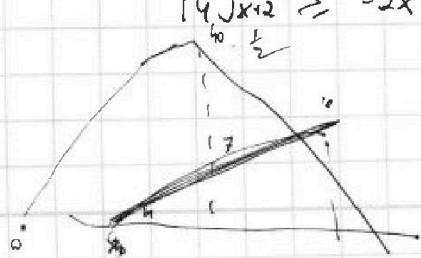
$$x+2+49+14\sqrt{x+2} \geq 7-x$$

$$x \geq -2$$

$$x \leq 7$$

$$40\frac{1}{8}$$

$$14\sqrt{x+2} \geq -2x$$



$$4 \rightarrow 10$$

$$4 \rightarrow 10$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

$$A = (m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n)(m+2n-7)$$

$$B = mn(m+2n+9)$$

Наблюдение 1: $(m+2n)$ и $(m+2n-7)$ разной четности, т.е. A-четное

шестка

$$A = 11p^2$$

$$p \geq 2$$

$$A = 44$$

①

четверка

$$A = 75q^2$$

$$q \geq 2$$

$$A = 75 \cdot 4$$

②

① четверки

$$A = 11 \cdot 4$$

$$m+2n = 4$$

$$m+2n = 7 = 11$$

$$m+2n = 7 - 4$$

∅

$$\left\{ \begin{array}{l} B = mn/(11+9) = 18mn \\ m+2n = 4 \end{array} \right.$$

$$\text{так } m, n \in N$$

$$m=2 \quad n=1$$

$$B = 36$$

~~—————~~
(2; 1)

② четверки

$$A = 75 \cdot 4$$

$$m+2n = 4 \cdot 5$$

$$m+2n = 4 \cdot 5 - 7 = 13$$

$$m+2n = 20$$

$$B = mn \cdot 29 = 11p^2$$

$$m+2n = 20$$

$$\left\{ \begin{array}{l} mn = 29k \cdot 11 \\ \text{так } k \in N \end{array} \right.$$

$$m+2n = 75$$

$$m+2n = 4 \cdot 13$$

$$m+2n = 5 \cdot 7$$

$$m+2n = 4$$

$$\emptyset$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

$$A = (m+2n)(m+2n-7)$$

$$B = (m+2n+9)mn$$

1. Заметим, что числа $(m+2n)$ и $(m+2n-7)$ разной четности $\Rightarrow A$ -четное

I случай $A = 11p^2$ и A -четное $\Rightarrow p=2$.
 p -простое

$$A = 44 = (m+2n)(m+2n-7)$$

a) пусть $m+2n = \text{четное}$ и $m+2n-7 = \text{нечетное}$

$$m+2n = 4$$

$$m+2n-7 = 11$$

$$-3 = 11$$

б

б) пусть $m+2n = \text{нечетное}$ и $m+2n-7 = \text{четное}$

$$\begin{cases} m+2n = 11 \\ m+2n-7 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+2n = 11 \\ m+2n-7 = 4 \end{cases}$$

Тогда $m+2n = 11$. Т.к. m и n - натуральные, то

х

$$B = (2+2+8)^2 = 2^2$$

$$B = 20mn = 75q^2$$

$$q^2 = 4 \Rightarrow q = 2 (\text{простое})$$

$$20mn = 75 \cdot 4$$

$$\begin{cases} mn = 13 \\ m+2n = 11 \end{cases}$$

Нет решений в натуральных числах

II случай $A = 75q^2 = 75 \cdot 4$

$$A = (m+2n)(m+2n-7)$$

Так как разница между натуральными $= 7$ $A = 13 \cdot 20$

$$\begin{cases} m+2n = 13 + 7 \\ m+2n = 20 \end{cases}$$

$$B = 11p^2 = 29mn$$

$$p^2 = 29 \Rightarrow p = 29 \Rightarrow mn = 11 \cdot 29$$

$$\begin{cases} m+2n = 20 \\ mn = 11 \cdot 29 \end{cases}$$

Нет решений в натуральных числах

Ответ: таких пар нет