



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



✓1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .

✓2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

✓3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

✓5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

✓6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 a_1 &= 3n+3 \\
 a_2 &= (n^2+2n)^2 - 3n+3 \\
 a_3 &= (n^2+2n)^2 - 3n+3 \\
 a_4 &= (n^2+2n)^2 \\
 a_5 &= (n^2+2n)^2 \\
 a_6 &= \\
 a_7 &= \\
 a_8 &= 3n^2 \\
 a_9 &= 3n^2
 \end{aligned}$$

нужно b - разность арифмет. прогрессии

$$\begin{aligned}
 a_5 - a_3 &= 2b \\
 a_9 - a_5 &= 6b
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2a_5 - a_3 &= 2b \\
 a_9 - a_5 &= 4b
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases}
 (n^2+2n)^2 - (3n+3) = 2b \quad /:2 \\
 3n^2 - (n^2+2n)^2 = 4b
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 2(n^4 + 4n^3 + 4n^2) - 6n - 6 = 4b \\
 3n^2 - n^4 - 4n^3 - 4n^2 = 4b
 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 \Downarrow \\
 2n^4 + 8n^3 + 8n^2 - 6n - 6 &= 3n^2 - n^4 - 4n^3 - 4n^2 \\
 3n^4 + 12n^3 + 9n^2 - 6n - 6 &= 0 \quad /:3
 \end{aligned}$$

$$f(x) = x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$f(-1) = 1 - 4 + 3 + 2 - 2 = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ корень.}$$

поделится $f(x)$ на $(x+1)$

метод Горнера:

1	4	3	-2	-2	
-1	1	3	0	-2	0
-1	1	2	-2	0	

м.к. $f(x)$ два раза поделится на $x+1$ без остатка, но $x = -1$ кратный корень

$$f(x) = (x+1)^2 (x^2 + 2x - 2) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(n) = (n+1)^2 (n^2 + 2n - 2) = 0$$

$$(n+1)^2 = 0$$

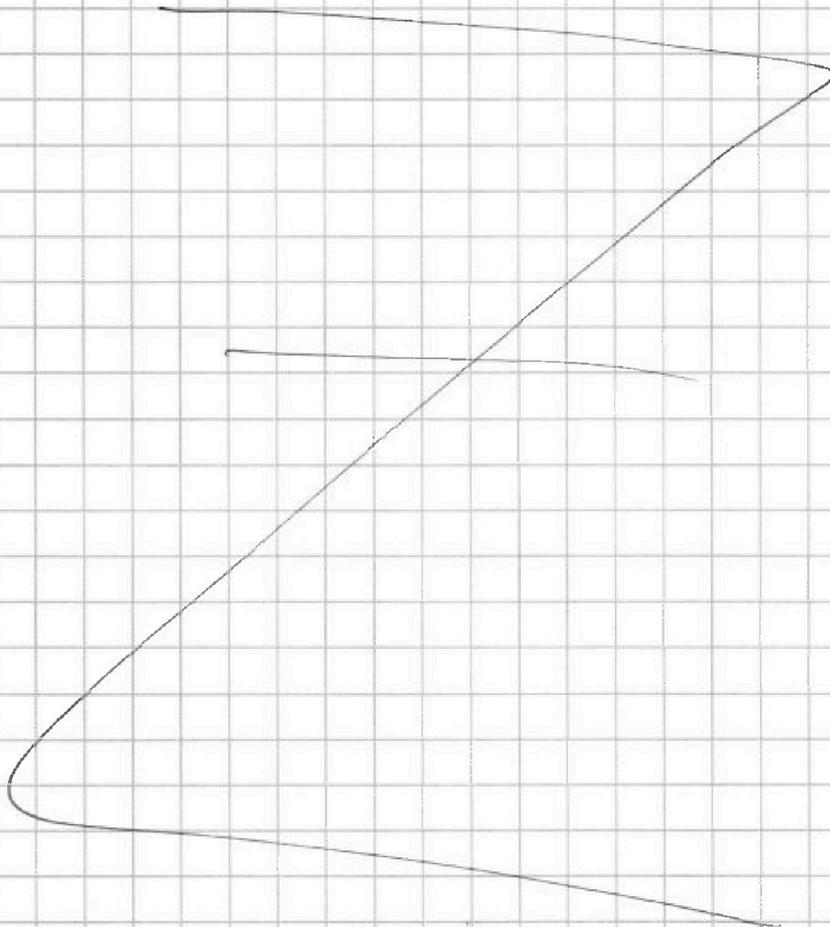
$$n = -1$$

$$n^2 + 2n - 2 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 2 = 12$$

$$n = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$\text{Ответ: } n = -1; n = -1 + \sqrt{3}; n = -1 - \sqrt{3}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$|x - 3y| \leq 3$$

$$|3x - y| \leq 1$$

$$\begin{cases} ① x - 3y \leq 3 \\ ② x - 3y \geq -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ③ 3x - y \leq 1 \\ ④ 3x - y \geq -1 \end{cases}$$

$$① x - 3y \leq 3$$

$$x - 3 \leq 3y$$

$$\boxed{\frac{x-3}{3} \leq y}$$

$$② x - 3y \geq -3$$

$$\boxed{\frac{x+3}{3} \geq y}$$

$$③ 3x - y \leq 1$$

$$\boxed{3x - 1 \leq y}$$

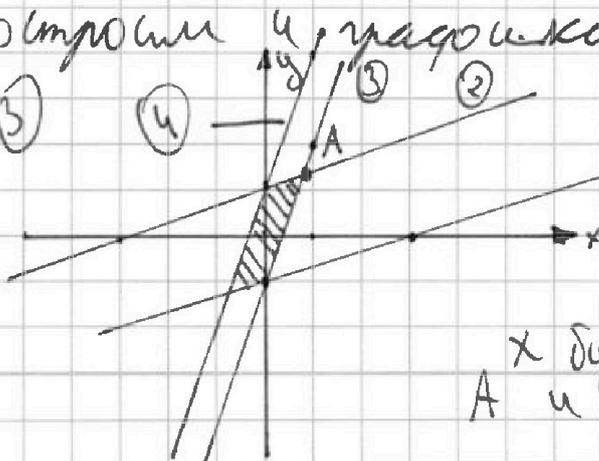
$$④ 3x - y \geq -1$$

$$\boxed{3x + 1 \geq y}$$

Построим 4 графика

$$A = ① \cap ③$$

$$④$$



решением системы является область, ограниченная этими линиями.

Из рисунка видно, что x и y могут максимизироваться в точке A и y тоже максимизируется.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

A - точка пересечения ~~э~~⁽²⁾ и (3) графика, найти
их координаты A \rightarrow \uparrow

(2) $\frac{x+3}{3} = y$

(3) $3x-1 = y$

(2) = (3)

$$\frac{x+3}{3} = 3x-1$$

$$x+3 = 9x-3$$

$$8x = 6$$

$$x = \frac{3}{4}$$

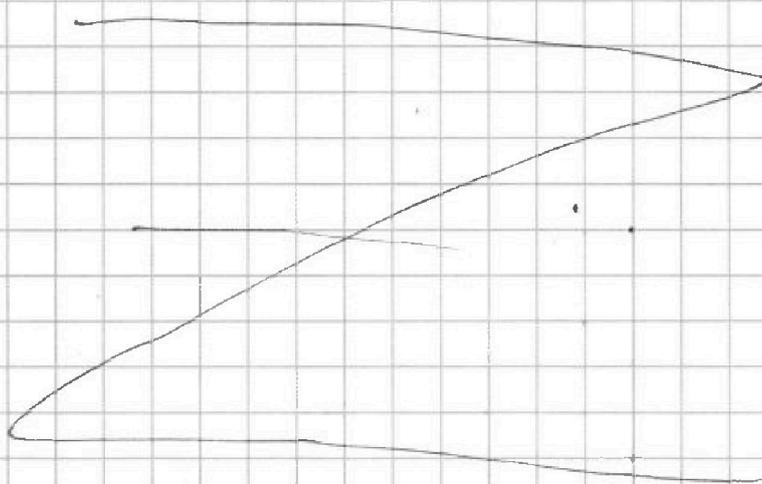
$$y = 3x-1 = \frac{3 \cdot 3}{4} - 1$$

$$y = \frac{9}{4} - \frac{4}{4} = \frac{5}{4}$$

$$4y+8x = \frac{4 \cdot 5}{4} + \frac{8 \cdot 3}{4}$$

$$4y+8x = 5+6 = 11$$

Ответ: $4y+8x = 11$ (max значение)





1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
① ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

① $A = m^2 + 2mn + n^2 - gm - gn = 13p^2$ (p - простое)

$A = (m+n)^2 - g(m+n) = (m+n)(m+n-g) = 13p^2$

$p = 13$

тогда $A = 13^3$

\Downarrow

$$\begin{cases} m+n = 169 \\ m+n-g = 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 13 \\ m+n-g = 169 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 1 \\ m+n-g = 13^3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 13^3 \\ m+n-g = 1 \end{cases}$$

\Rightarrow

$$\begin{cases} m+n = 169 \\ m+n = 22 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 13 \\ m+n = 178 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 1 \\ m+n = 13^3 + g \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 13^3 \\ m+n = 10 \end{cases}$$

решений нет

$p \neq 13$

тогда m, n, p - простые и

13 простое, тогда $\text{НОД}(13, p) = 1 \Rightarrow$

① $\begin{cases} m+n = 13 \\ m+n-g = p^2 \end{cases}$

② $\begin{cases} m+n = p^2 \\ m+n-g = 13 \end{cases}$

① $\begin{cases} m+n = 13 \\ m+n = p^2 + g \end{cases}$

$p^2 + g = 13$

$p^2 = 4$ ($p \geq 0$)

$p = 2$ $m+n = 13$

② $\begin{cases} m+n = p^2 \\ m+n = 22 \end{cases}$

$p^2 = 22 \Rightarrow p \notin \mathbb{N}$

значит
 $p = 2$
 $m+n = 13$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = 75q^2$$

$$mn(m+n-3) = 75q^2$$

$$m+n=13 \text{ (из условия задачи)}$$

$$mn \cdot 10 = 75q^2 \Rightarrow q=2, \text{ но } q \text{ - простое} \Rightarrow q=1$$

$$mn = \frac{75 \cdot 4}{10} = 30$$

$$\left. \begin{array}{l} mn = 30 \\ m+n = 13 \end{array} \right\} \rightarrow m = 13 - n$$

mn

$$m(13-n)$$

$$n(13-n) = 30$$

$$13n - n^2 - 30 = 0$$

$$n^2 - 13n + 30 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} n_1 \cdot n_2 = 30 \\ n_1 + n_2 = 13 \end{array} \right\}$$

$$\left[\begin{array}{l} n = 10 \Rightarrow m = 3 \\ n = 3 \Rightarrow m = 10 \end{array} \right.$$

$$\text{Ответ: } (m, n) = (10, 3)$$

$$(m, n) = (3, 10)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

(2) стороны

$$A = (m+n)(m+n-9) = 75q^2$$

$$B = m(n(m+n-3)) = 13p^2$$

$m+n$ и $m+n-9$ разной четности \Rightarrow

A - квадрат $\Rightarrow 75q^2 : 2$, т.к. q - квадрат, то $q=2$.

$$(m+n)(m+n-9) = 75 \cdot 4 = 300$$

пусть $m+n=a$

$$a(a-9) - 300 = 0$$

$$a^2 - 9a - 300 = 0$$

$$a = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 1200}}{2}$$

т.к. $\sqrt{1281}$ - иррациональное число, то a - не цел.

$\Rightarrow m$ и n не могут быть натуральными \Rightarrow

этом случае не реализуется.

$$\text{Ответ: } (m, n) = (10, 3)$$

$$(m, n) = (3, 10)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2$$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y} \quad (x, y \geq 0)$$

пусть (не учитывая общности) $x > y$, тогда.

$$x > y$$

$$\begin{cases} x^4 > y^4 \\ 5x^2 > 5y^2 \\ \sqrt{x} > \sqrt{y} \end{cases}$$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} > y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

$$x = y$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$t = \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x}$$

$$t^2 = x+1 + 6-x - 2\sqrt{(x+1)(6-x)}$$

$$2\sqrt{6+5x-x^2} = 7-t^2$$

$$t+5 = 7-t^2$$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$\begin{cases} t_1 \cdot t_2 = -2 \\ t_1 + t_2 = -1 \\ t_1 = -2 \\ t_2 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 6 \\ x \geq 0 \\ x \in [0; 6] \end{cases}$$

$$(1) \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = -2$$

$$\sqrt{x+1} + 2 = \sqrt{6-x}$$

$$x+1 + 4 + 4\sqrt{x+1} = 6-x$$

$$4\sqrt{x+1} = 1-2x \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{1}{2}$$

$$16(x+1) = 1-4x^2+4x^2$$

$$4x^2 - 20x - 15 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4n^2 - 20n - 15 = 0$$

$$n = \frac{20 \pm \sqrt{400 + 16 \cdot 15}}{8} \quad (n \in \mathbb{Z}; \frac{1}{2})$$

$$n = \frac{20 \pm 8\sqrt{10}}{8}$$

$$20 < 8\sqrt{10} \quad (\text{м.к. } \sqrt{10} > 3 \Rightarrow 8\sqrt{3} > 24)$$

$$n = \frac{20 - 8\sqrt{10}}{8} < 0$$

$$n = \frac{20 + 8\sqrt{10}}{8} = \frac{5}{2} + \sqrt{10} > \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{2} \quad \sqrt{n+1} - \sqrt{6-x} = 1$$

$$\sqrt{n+1} = \sqrt{6-x} + 1$$

$$n+1 = 6-x + 1 + 2\sqrt{6-x}$$

$$2n-6 = 2\sqrt{6-x} \quad /:2$$

$$n-3 = \sqrt{6-x} \quad (n \geq 3 \text{ и } n < 6) \quad n \in \mathbb{Z}; 3; 6$$

$$n^2 - 6n + 9 = 6-x$$

$$n^2 - 5n + 3 = 0$$

$$n = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 12}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\textcircled{1} \quad \frac{5 - \sqrt{13}}{2} < 3 \quad \text{м.к. } \sqrt{13} > 3 \Rightarrow 5 - \sqrt{13} < 2$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \approx 6 \notin \mathbb{Z} \quad \textcircled{3} \quad \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \geq 4 \quad \text{м.к. } \sqrt{13} > 3 \Rightarrow 5 + \sqrt{13} > 8 \Rightarrow \Rightarrow (5 + \sqrt{13})/2 \geq 4.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

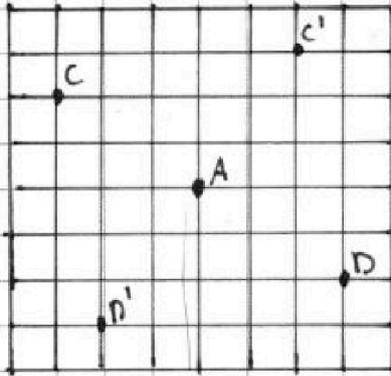
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

по клеткам в данном рисунке поставьте углы



рассмотрим 3 случая

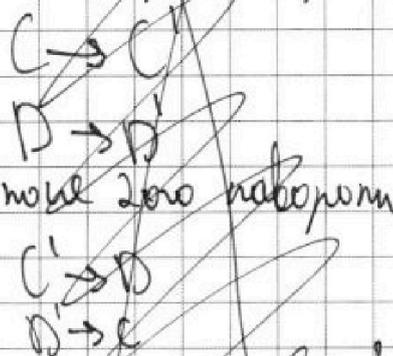
- 1) углы из клеток 6 углов (на рисунке точка A) вторая же углы.

т.е. мы можем подобрать углы на 90° , но углы можно

Всего клеток: $9 \cdot 9 = 81$

2) углы.

углы из клеток
интересна группа
отм. углы.
но можно выбрать
80 способов вторая
выбирается относительно
углы C или D отн. A
или первого порядка:



Будет 4 "одинаковых" расположения,

т.е. при выборе клетки перпендикулярно
в группе, к-я интересна углы
ной относительно диагонали (или
центральной линии) \Rightarrow когда подставляем

кон-во таких расположений надо
будем подставить на 4.

$$\frac{(81-1) \cdot 1}{4} = 20 \text{ способов}$$

Всего способов $\frac{80 \cdot 1}{4 \cdot 2} = 10$

т.е. мы выбираем конкретную

~~(A) и (D) или другие можно подставить на 2.
т.е. углы конкретными (D) 100% или 3 конкретных
способов, но надо подставить на 4~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

② Шугай

Если мы можем из первой во вторую перейти через несколько поворотов, т.е.

две клетки на соседних вертикальных квадратах, т.е. или горизонтальную доску повернуть

и тогда, то каждая клетка пройдет по квадратам.

Значит 1 клетка квадрат займется двумя клетками,

всего $\frac{80}{2} = 40$ таких квадратов, в каждом

квадрате можно выбрать две конфигурации, не пересекающие друг в друга.



Второй поворот

всего способов $40 \cdot 2 = 80$

отметим вертикали
выбранные клетки и
здесь

③ Шугай, когда две клетки выбраны так, что одна никогда не попадет туда, где была вторая.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего таксистов пар можно выбрать $80 \cdot (80 - 1 - 3)$

т.к. $80 - 1$, т.к. одно место уже занято, $80 - 1 - 3$, т.к.

мы не ставим в те, в которых можно перейти

наоборот и разделим на 2, т.к. комбинирование

CD и DC мы здесь считаем, как разные

Всего способов выбрать пару: $\frac{80 \cdot 76}{2} = 40 \cdot 76$

Одной комбинирование соответствует еще 3,

направленные поворотом негодной $\Rightarrow \frac{80 \cdot 76}{4} = 760$

Итого: $760 + 40 + 20 = 86 \cdot 820$

Ответ: 820



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

m

1a -

2a -

$$3a - 3n + 3 = 3(n+1)$$

$$4a - (n^2 + 2n)^2 = n^2(n+2)^2$$

$$n^2(n+2)^2 - 3(n+1) = 2b$$

$$n^2(n^2 + 4n + 4) - 3n - 3 = 2b$$

$$n^4 + 4n^3 + 4n^2 - 3n - 3 = 2b$$

$$5a = (n^2 + 2n)^2$$

$$6a$$

$$7a$$

$$8a$$

$$9a = 3n^2$$

$$(n^2 - 2n + 2)(n^2 + 2n - 2) = 0$$

$$n^4 + 2n^3 - 2n^2 - 2n^3 - 4n^2 + 4n + n^2 + 2n - 2$$

$$3n^2 - (n^2 + 2n)^2 = 4b \quad n^4$$

$$3n^2 - n^4 - 4n^3 - 4n^2 = 4b$$

$$2n^4 + 8n^3 + 8n^2 - 6n - 6 = 3n^2 - n^4 - 4n^3 - 4n^2$$

$$3n^4 + 12n^3 + 9n^2 - 6n - 6 = 0$$

$$n^4 + 4n^3 + 3n^2 - 2n - 2 = 0$$

$$n^2 - 4n + 3 + 2n - 2 = 0$$

1/3

n = -2 корень

$$\begin{array}{r|rrrr|r} 1 & 4 & 3 & -2 & -2 \\ -1 & 1 & 3 & 0 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & 2 & -2 & 0 & \end{array}$$

$$(n^3 + 3n^2 - 2)(n+1) = 0$$

$$(n^2 + 2n - 2)(n+1)^2 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{2} \quad \frac{5+\sqrt{13}}{2} < 6, \text{ т.к. } \sqrt{13} < 4 \Rightarrow 5+\sqrt{13} < 9 \Rightarrow \frac{5+\sqrt{13}}{2} < 4,5$$

⇓

кг. решим уравн.

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\text{Иногда } x = \frac{5+\sqrt{13}}{2}$$

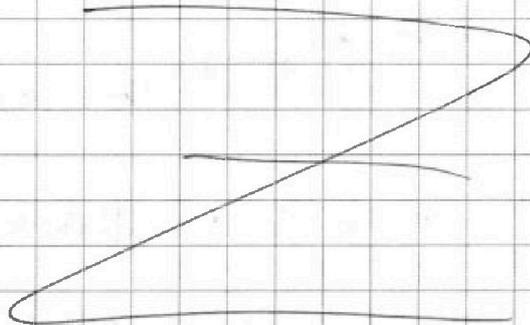
⇓

кг. найдем решение системы:

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} \\ x^2 + 5x^2 - 5y = y^4 - 5x + 5y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{5+\sqrt{13}}{2} \\ y = \frac{5+\sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{5+\sqrt{13}}{2}, \frac{5+\sqrt{13}}{2} \right)$$



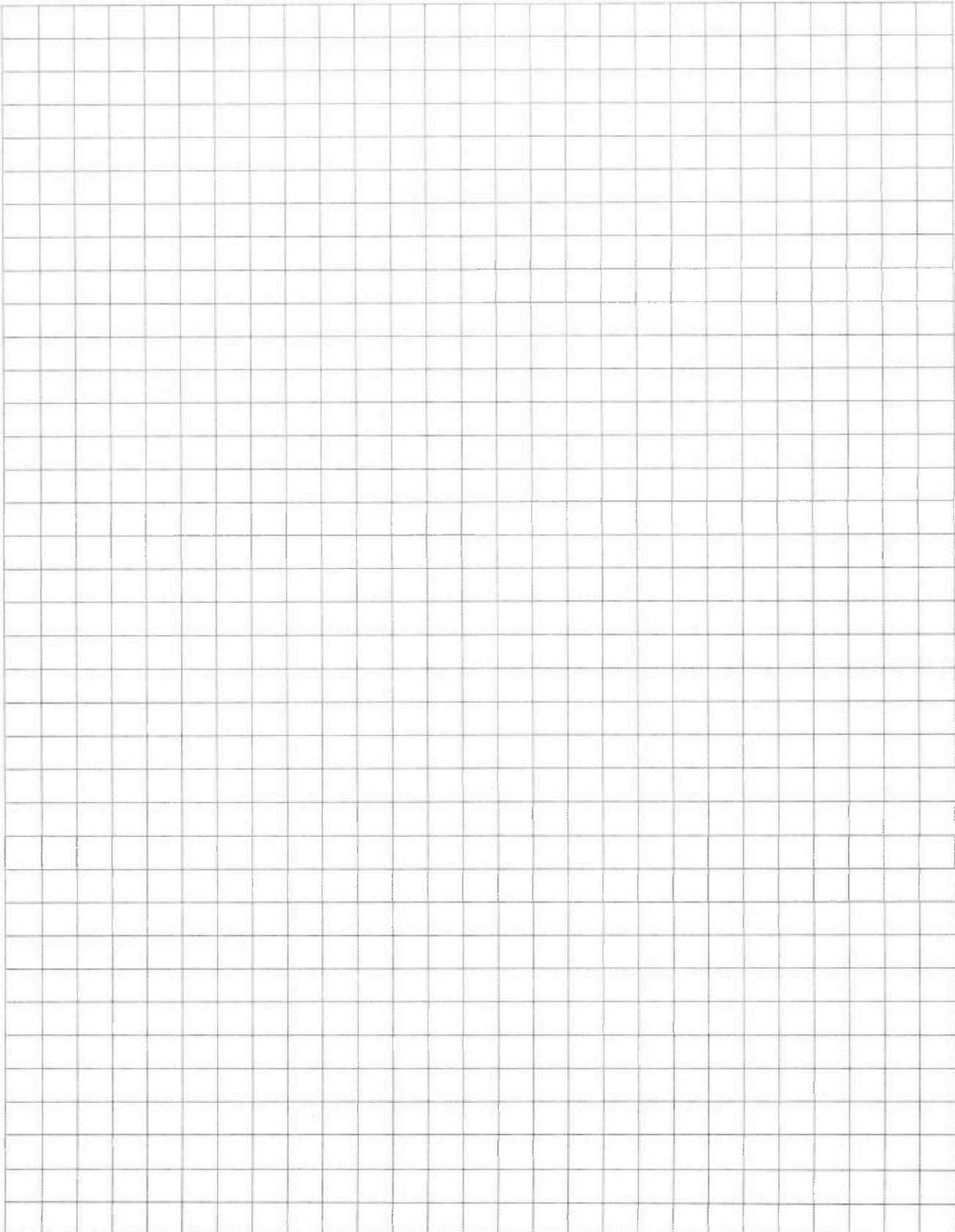


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>						

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{n+1} = \sqrt{6-x} + 2$$

$$n+1 = 6-x+1 + 2\sqrt{6-x}$$

$$2n-6 = 2\sqrt{6-x}$$

$$n-3 = \sqrt{6-x}$$

$$n \geq 3$$

$$n^2 - 6n^2 + 9 = 6-x$$

$$n^2 - 5n + 3 = 0$$

$$n = \frac{5 \pm \sqrt{25-12}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{5 - \sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{5 + \sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{5 + \sqrt{13}}{2}$$

$$-42^2 = \frac{(28-18^2) \cdot 36 \cdot 9}{12 \cdot 18} - 9^2 - 18^2$$

$$0, \dots, 1, \dots, 2, \dots, 3$$

$$= \frac{(y+6)^2 + 18^2 - 42^2}{36(y+6)} = \frac{n^2 x - 28}{12x}$$

$$(y+6)^2 + 18^2 - 42^2 = \frac{(28-x^2) \cdot 36(y+6)}{12x}$$

$$(y+6)^2 + 18^2 - 42^2 = \frac{(28-x^2) \cdot 36(y+6)}{12x}$$

$$(18+x)y = 108$$

$$x=18 \quad y=3$$

$$108 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$n=4 \quad n=6$$

$$\frac{BM}{MC} \cdot \frac{AC}{CY} \cdot \frac{AZ}{ZB} = 1 \cdot \frac{\sqrt{13}}{5+\sqrt{13}} \cdot 1$$

$$\frac{18}{18+x} \cdot \frac{6}{y} = 1$$

$$(18+x)y = 108$$

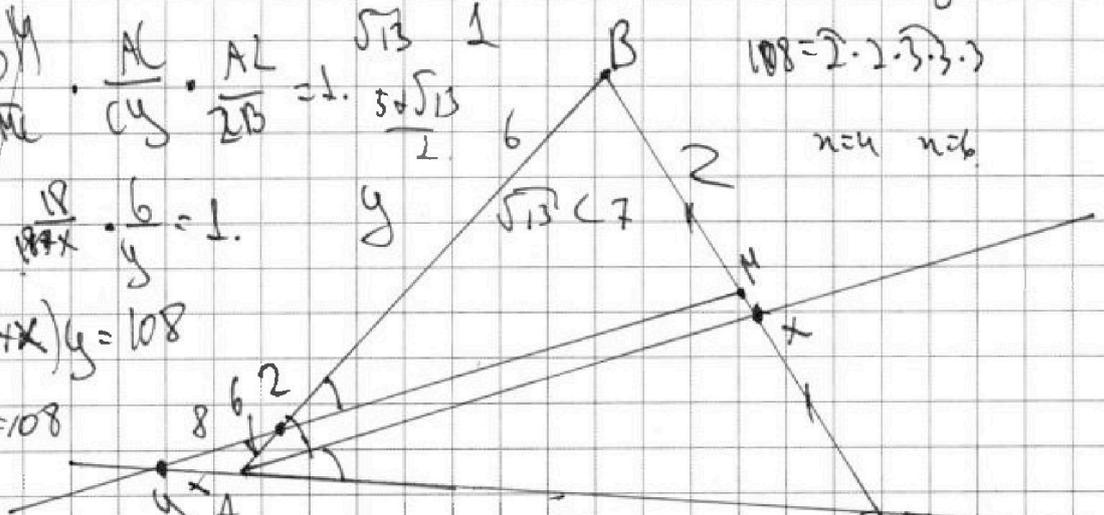
$$xy = 108$$

$$x=12 \quad y=9$$

$$\cos \alpha = \frac{64+36-n^2}{12 \cdot 18}$$

$$\frac{64}{36}$$

$$\cos \alpha = \frac{x^2+36-64}{12x}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{n+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5n-x^2}$$

$$\sqrt{n+1} - \sqrt{6-x} = t$$

$$t^2 = n+1 + 6-x - 2\sqrt{(n+1)(6-x)}$$

$$(n+1)(6-x) =$$

$$6x - n^2 + 6 - x = -n^2 + 5n + 6$$

$$t^2 = 7 - 2\sqrt{(n+1)(6-x)}$$

$$\begin{cases} n \leq 6 \\ n \geq 0 \end{cases}$$

$$a = 7 - t^2$$

$$16x + 16 = 1 - 4n + 4n^2$$

$$4n^2 - 20x - 15 = 0$$

$$n = \frac{20 \pm \sqrt{400 + 16 \cdot 15}}{8}$$

$$t + 5 = 7 - t^2$$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$\begin{cases} t = -2 \\ t = 1 \end{cases}$$

$$\frac{16}{80}$$

$$\frac{16}{240}$$

$$\sqrt{n+1} - \sqrt{6-x} = 2$$

$$\sqrt{n+1} = \sqrt{6-x} + 2$$

$$n+1 = 6-x + 4 + 2\sqrt{6-x}$$

$$16(n+1) = 1 - 4x + 4n^2$$

$$20n+1 = 1 - 2x$$

$$4n^2 - 8n - 3 = 0$$

$$n = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 48}}{8}$$

$$n =$$

$$\sqrt{n+1} - \sqrt{6-x} = -2$$

$$\sqrt{n+1} + 2 = \sqrt{6-x}$$

$$n+1 + 4 + 2\sqrt{n+1} = 6-x$$

$$2n+6 = 1 - 2\sqrt{n+1}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m \cdot y \neq 108 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$\begin{aligned} n=4 & \quad y=27 \\ n=6 & \quad y=18 \end{aligned}$$

$$n=3 \quad y=36$$

$$y_2^2 = \frac{(n^2 - 28) \cdot y^2 \cdot (y + 6)}{12x} + (y + 6)^2 + 18^2$$

$$\textcircled{1} \quad y_2^2 = \frac{-2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}$$

$$= -27 \cdot 11 + 33^2 + 18^2$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ 33 \\ \hline 99 \\ 99 \\ \hline 1089 \\ 324 \\ \hline 1413 \\ 297 \\ \hline 1716 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1413 \\ 27 \\ \hline 41 \\ 27 \\ \hline 27 \\ 27 \\ \hline 297 \end{array}$$

$$y_2^2 = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3}{2 \cdot 2 \cdot 2}$$

$$2^5 \cdot 3 \cdot 24^2 + 18^2$$

$$156 \cdot 576 + 324$$

$$156 \cdot 576 + 324$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 24 \\ \hline 48 \\ 576 \\ 324 \\ \hline 900 \\ 156 \\ \hline 1056 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

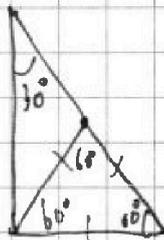
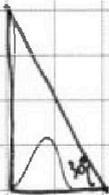
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m+n \quad \text{и} \quad m+n-g$$

$$m+n-2lm \Rightarrow m+n-g \quad \text{или} \quad lm$$

$$m+n-4llm \Rightarrow m+n-g-2lm$$



$$g = 2 \quad \times (n-g) = 300$$

$$n^2 - gn - 300 = 0$$

$$A = 75g^2 = (m+n)(m+n-g) = 25g^2$$

$$B = 13p^2 = mn(m+n-3)$$

$$n = \frac{g \pm \sqrt{81 + 1200}}{2}$$

$$n = 9 \pm \sqrt{1281}$$

$$m = n$$

$$mn(m+n-3) = 13p^2$$

$$n(n-2) = 13p^2$$

31
31

31
93

964

32
33
34
35
36
37
38
39

1281

121.00

90^2 = 8100

30^2 =

39
39

117

1521

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |n-3y| \leq 3 \\ |3n-y| \leq 1 \end{cases}$$

$4y \leq 8n$!

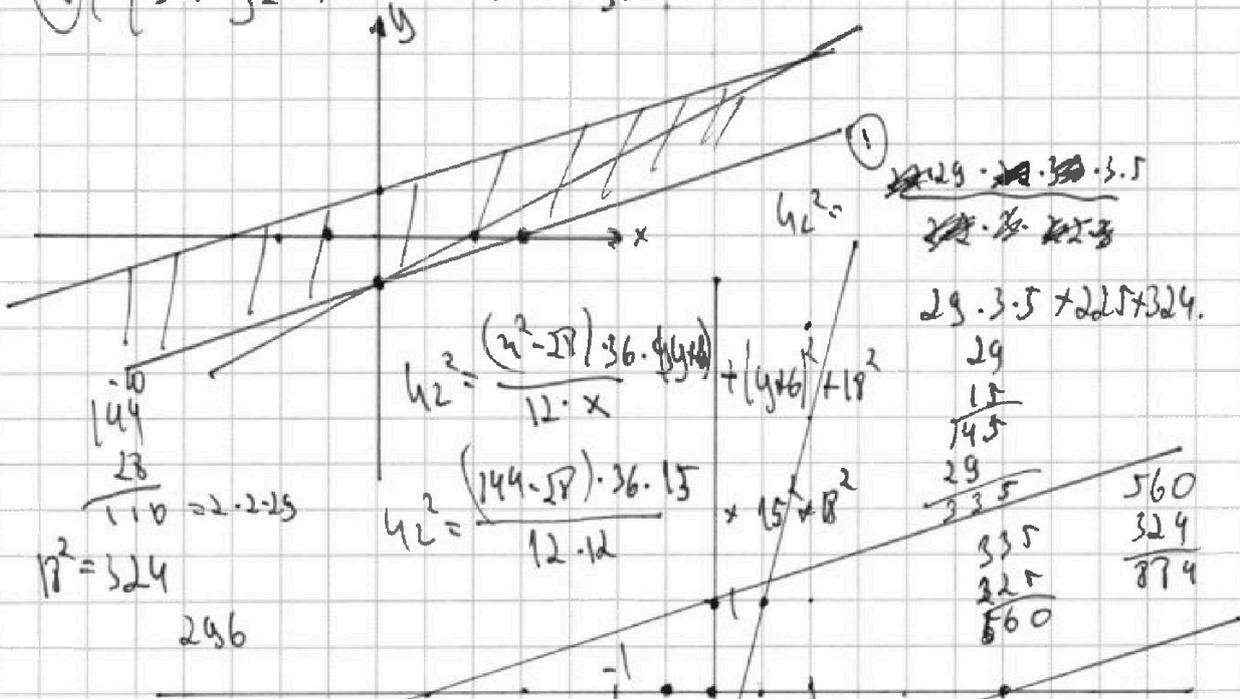
- ① $\begin{cases} |n-3y| \leq 3 \\ |3n-y| \leq 1 \end{cases}$
- ② $\begin{cases} |n-3y| \geq -3 \\ |3n-y| \leq 1 \end{cases}$
- ③ $\begin{cases} |3n-y| \leq 1 \\ |3n-y| \geq -1 \end{cases}$
- ④ $\begin{cases} |3n-y| \leq 1 \\ |3n-y| \geq -1 \end{cases}$

$$2-3 \leq 3y$$

$$y \geq \frac{n-3}{3} \text{ (649n)}$$

$$\begin{aligned} n-3y &\geq -3 \\ 3n-1 &\leq y \\ 3n+12y & \end{aligned}$$

$$\frac{n+3}{3} \geq y$$



$$\begin{array}{r} 144 \\ 28 \\ \hline 172 = 2 \cdot 2 \cdot 23 \\ 17^2 = 324 \end{array}$$

$$4y^2 = \frac{(2^2 - 27) \cdot 36 \cdot 9}{12 \cdot x} + (y+6)^2 + 18^2$$

$$4y^2 = \frac{(144 - 27) \cdot 36 \cdot 15}{12 \cdot 12} \times 15 + 18^2$$

$$\begin{array}{r} 29 \cdot 3 \cdot 5 \times 225 + 324 \\ 29 \\ 18 \\ \hline 145 \\ 29 \\ \hline 235 \\ 335 \\ 225 \\ \hline 560 \\ 560 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 296/2 \\ 2 \\ \hline 148 \\ 18 \\ \hline 144 \\ 18 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$296 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 37$$

$$\frac{37}{9}$$

$$\begin{array}{r} 37 \\ 10 \\ \hline 324 \\ 28 \\ \hline 296 \\ 74 \\ 37 \\ \hline 444 \end{array}$$

$$4y^2 = \frac{(28 - 324) \cdot 36 \cdot 9}{12 \cdot 18} + 81 + 324$$

$$\frac{324}{81} = 405$$

$$849$$

$$4y^2 = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 37 \cdot 12 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} + 405 = 12 \cdot 37 + 405$$

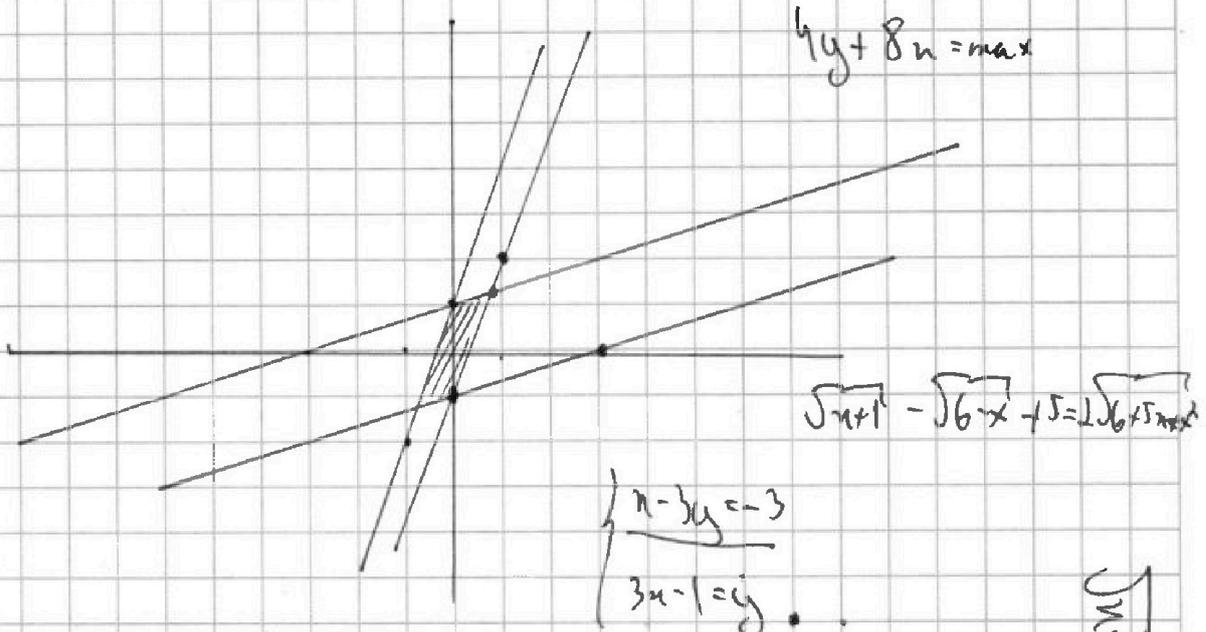


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x}$$

$$\begin{cases} x - 3y = -3 \\ 3x - 1 = y \end{cases}$$

$$y = 3x - 1 = \frac{9}{4} - 1$$

$$y = \frac{5 \cdot 4}{4} = \frac{5}{1}$$

$$4y + 8x = \frac{5 \cdot 4}{4} = \frac{3 \cdot 8^2}{4} = 11$$

$$\begin{cases} x + 3 = 3y \\ 3x - 1 = y \end{cases}$$

$$\frac{x+3}{3} = y$$

$$3x - 1 = y$$

$$x + 3 = 9x - 3$$

$$9x - x = 6$$

$$8x = 6$$

$$x = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6x}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x}$$

$$x^2 + 5x^2 + 5x = y^2 + 5y^2 + 5y$$

$$2^{-4} + 5 \cdot 2^{-2} + 2^{\frac{1}{4}} =$$

x

x > y

$\sqrt{x} > y$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$d) \sqrt{m+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5n-y^2}$$

$$t^2 = m+1 + 6-y - 2\sqrt{(m+1)(6-y)}$$

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) =$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3) = 75q^2 = 5 \cdot 5 \cdot 3q^2$$

$$\begin{cases} (m+n)(m+n-9) = 13p^2 \\ mn(m+n-3) = 75q^2 \end{cases}$$

м.к. p -простое, то либо $(13, p) = 1$, либо

$$(13, p) = 13 \Rightarrow p = 13 \Rightarrow (m+n)(m+n-9) = 169 \cdot 13$$

возможен $\begin{cases} m+n: 169 \\ m+n-9: 13 \end{cases}$

возможен

$$\begin{cases} m+n \equiv p^2 \\ m+n-9 \equiv 13 \end{cases} \Rightarrow m+n=2 \Rightarrow p \in \mathbb{N}$$

$$mn(m+n-3) = 3 \cdot 5^2 \cdot q^2$$

$$\begin{cases} m+n \equiv 13 \\ m+n-9 \equiv p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 13 \\ m+n = p^2 + 9 \end{cases} \Rightarrow p = 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(mn) \left(\frac{m+n}{2} - 1 \right) = 75q^2$$

$$(mn) \left(\frac{m+n}{13} - 1 \right) = 75q^2$$

$$\frac{80 \cdot 76}{2 \cdot 4} = 760$$

$$\frac{80}{4} \cdot 2 = 40$$

$$mn \cdot 10 = 75q^2$$

$$q^2 : 2 \Rightarrow q = 2.$$

$$mn = 15 \cdot \frac{300}{10} \quad 20 \text{ шт.}$$

$$\frac{80 \cdot 76}{2 \cdot 4}$$

$$\frac{80 \cdot 3}{4} = 60$$

$$\begin{cases} mn = 30 \\ m+n = 13 \end{cases}$$

$$\frac{13}{2} = 6.5$$

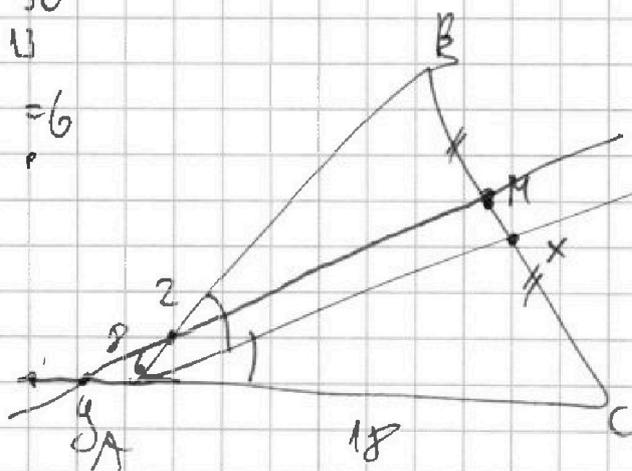
$$81$$

$$81 - 1 = 80$$

$$\frac{80!}{40 \cdot 40} = \frac{80!}{2! \cdot 40 \cdot 40}$$

$$\frac{80 \cdot 79}{2}$$

$$\frac{40 \cdot 79}{4} = 790$$



1) одна группа \Rightarrow 20 способов

2) две комбинации групп $\Rightarrow 20/2 = 10$

3) не комбинация $\frac{80 \cdot 78}{2 \cdot 4} = 780$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(n^2 + 2n + 1)(n^2 + 2n - 2) = 0$$

$$n^4 + 2n^3 + 2n^2 + 2n^3 + 4n^2 + 4n + n^2 + 2n - 2 = 0$$

$$n^4 + 4n^2 + 7n^2$$

$$n^4 + 2n^3 - 2n^2 + 2n^3 + 4n^2 - 4n + n^2 + 2n - 2 = 0$$

$$n^4 + 4n^2 + 3n^2 - 2n - 2$$

$$(n+1)^2 (n^2 + 2n - 2) = 0$$

$$n = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 8}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$n = -1 + \sqrt{3}$$

$$-3 + 3\sqrt{3} + 3 = 3\sqrt{3} \quad | \bar{u}$$

$$3\bar{u} = n^4 + 4n^2 + 2n^2 = 3^4 \cdot 3^2 + 4 \cdot 3^3 \cdot \sqrt{27} + 2 \cdot 9 \cdot 3$$

$$3^6 + 4 \cdot 3^4 \sqrt{3} + 2 \cdot 3^3 = 3^3 (3^3 + 4\sqrt{3} + 2)$$

$$3n^2 = 3 \cdot 3$$

$$n_1 = -1 - \sqrt{3} = -3 - 3\sqrt{3} + 3 = -3\sqrt{3}$$

$$n_2 = 3n^2 = 3 \cdot 9\sqrt{3} = 81$$

$$n_3 = n^4 + 4n^2 + 2n^2$$

$$\begin{array}{r} | n - 3\sqrt{3} | \\ | 3n - 9\sqrt{3} | \\ | 3n - 9\sqrt{3} | \\ | 3n - 9\sqrt{3} | \end{array}$$