



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



✓1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .

✓2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

✓3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

✓5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

✓6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 a_1 &= 3n+3 \\
 a_2 &= (n^2+2n)^2 - 3n+3 \\
 a_3 &= (n^2+2n)^2 - 3n+3 \\
 a_4 &= (n^2+2n)^2 \\
 a_5 &= (n^2+2n)^2 \\
 a_6 &= \\
 a_7 &= \\
 a_8 &= 3n^2 \\
 a_9 &= 3n^2
 \end{aligned}$$

нужно b - разность арифмет. прогрессии

$$\begin{aligned}
 a_5 - a_3 &= 2b \\
 a_9 - a_5 &= 6b
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases}
 a_5 - a_3 = 2b \\
 a_9 - a_5 = 6b
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 (n^2+2n)^2 - (3n+3) = 2b \quad /:2 \\
 3n^2 - (n^2+2n)^2 = 4b
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 2(n^4 + 4n^3 + 4n^2) - 6n - 6 = 4b \\
 3n^2 - n^4 - 4n^3 - 4n^2 = 4b
 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 \Downarrow \\
 2n^4 + 8n^3 + 8n^2 - 6n - 6 &= 3n^2 - n^4 - 4n^3 - 4n^2 \\
 3n^4 + 12n^3 + 9n^2 - 6n - 6 &= 0 \quad /:3
 \end{aligned}$$

$$f(x) = x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$f(-1) = 1 - 4 + 3 + 2 - 2 = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ корень.}$$

поделим $f(x)$ на $(x+1)$

метод Горнера:

1	4	3	-2	-2	
-1	1	3	0	-2	0
-1	1	2	-2	0	

м.к. $f(x)$ два раза поделится на $x+1$ без остатка, но $x = -1$ кратный корень

$$f(x) = (x+1)^2 (x^2 + 2x - 2) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(n) = (n+1)^2 (n^2 + 2n - 2) = 0$$

$$(n+1)^2 = 0$$

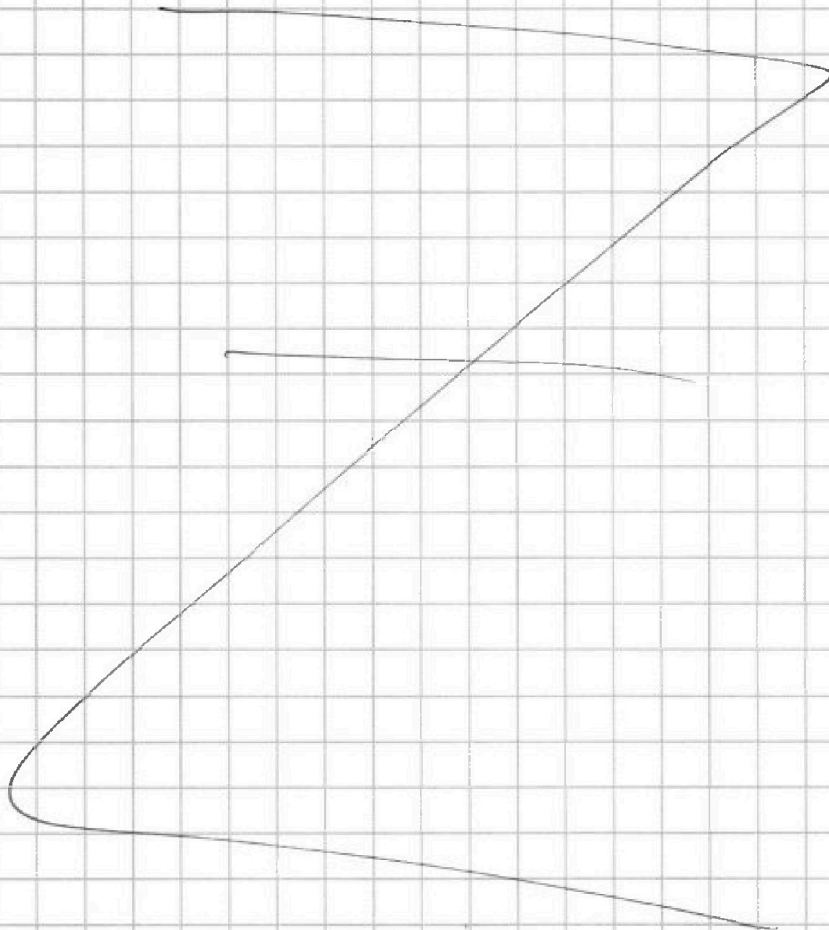
$$n = -1$$

$$n^2 + 2n - 2 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 2 = 12$$

$$n = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$\text{Ответ: } n = -1; n = -1 + \sqrt{3}; n = -1 - \sqrt{3}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$|x - 3y| \leq 3$$

$$|3x - y| \leq 1$$

$$\begin{cases} \textcircled{1} x - 3y \leq 3 \\ \textcircled{2} x - 3y \geq -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \textcircled{3} 3x - y \leq 1 \\ \textcircled{4} 3x - y \geq -1 \end{cases}$$

$$\textcircled{1} x - 3y \leq 3$$

$$x - 3 \leq 3y$$

$$\boxed{\frac{x-3}{3} \leq y}$$

$$\textcircled{2} x - 3y \geq -3$$

$$\boxed{\frac{x+3}{3} \geq y}$$

$$\textcircled{3} 3x - y \leq 1$$

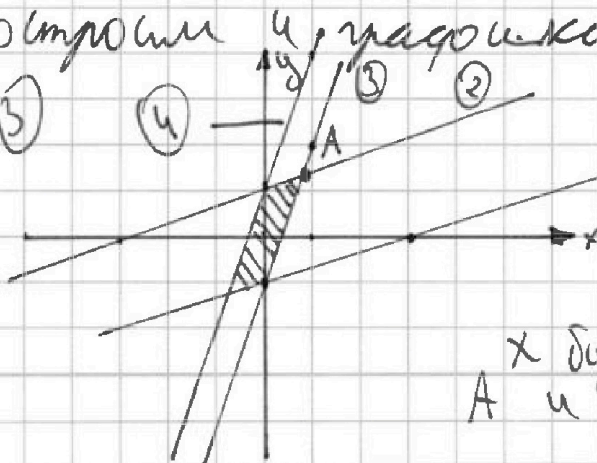
$$\boxed{3x - 1 \leq y}$$

$$\textcircled{4} 3x - y \geq -1$$

$$\boxed{3x + 1 \geq y}$$

Построим 4 графика

$$A = \textcircled{1} \cap \textcircled{2}$$



решением системы является область, ограниченная этими линиями.

Из рисунка видно, что x и y могут максимизироваться в точке A и y может максимизироваться в точке B .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

A - точка пересечения ~~(1)~~⁽²⁾ и (3) графика, найти
какие будут координаты A \rightarrow \uparrow

(1) (2) $\frac{x+3}{3} = y$

(3) $3x-1 = y$

(2) = (3)

$\frac{x+3}{3} = 3x-1$

$x+3 = 9x-3$

$8x = 6$

$x = \frac{3}{4}$

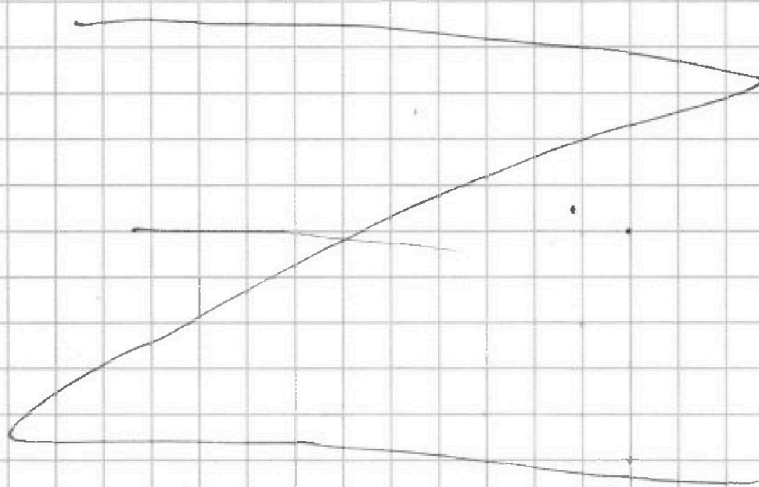
$y = 3x-1 = \frac{3 \cdot 3}{4} - 1$

$y = \frac{9}{4} - \frac{4}{4} = \frac{5}{4}$

$4y+8x = \frac{4 \cdot 5}{4} + \frac{8 \cdot 3}{4}$

$4y+8x = 5+6 = 11$

Ответ: $4y+8x = 11$ (max значение)





1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
① ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

① $A = m^2 + 2mn + n^2 - gm - gn = 13p^2$ (p - простое)

$$A = (m+n)^2 - g(m+n) = (m+n)(m+n-g) = 13p^2$$

$p = 13$

тогда $A = 13^3$

⇓

$$\begin{cases} m+n = 169 \\ m+n-g = 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 13 \\ m+n-g = 169 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 1 \\ m+n-g = 13^3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 13^3 \\ m+n-g = 1 \end{cases}$$

⇒

$$\begin{cases} m+n = 169 \\ m+n = 22 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 13 \\ m+n = 178 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 1 \\ m+n = 13^3 + g \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 13^3 \\ m+n = 10 \end{cases}$$

решения нет

$p \neq 13$

тогда m, n, p - простые и

13 простое, тогда $\text{НОД}(13, p) = 1 \Rightarrow$

① $\begin{cases} m+n = 13 \\ m+n-g = p^2 \end{cases}$

② $\begin{cases} m+n = p^2 \\ m+n-g = 13 \end{cases}$

① $\begin{cases} m+n = 13 \\ m+n = p^2 + g \end{cases}$

$$p^2 + g = 13$$

$$p^2 = 4 \quad (p \geq 0)$$

$$p = 2 \quad m+n = 13$$

② $\begin{cases} m+n = p^2 \\ m+n = 22 \end{cases}$

$$p^2 = 22 \Rightarrow p \notin \mathbb{N}$$

значит
 $p = 2$
 $m+n = 13$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = 75q^2$$

$$mn(m+n-3) = 75q^2$$

$$m+n=13 \text{ (из условия задачи)}$$

$$mn \cdot 10 = 75q^2 \Rightarrow q=2, \text{ но } q \text{ - простое} \Rightarrow q=1$$

$$mn = \frac{75 \cdot 4}{10} = 30$$

$$\left. \begin{array}{l} mn = 30 \\ m+n = 13 \end{array} \right\} \rightarrow m=13-n$$

mn

$$m(13-n)$$

$$n(13-n) = 30$$

$$13n - n^2 - 30 = 0$$

$$n^2 - 13n + 30 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} n_1 \cdot n_2 = 30 \\ n_1 + n_2 = 13 \end{array} \right\}$$

$$\left[\begin{array}{l} n=10 \Rightarrow m=3 \\ n=3 \Rightarrow m=10 \end{array} \right]$$

$$\text{Ответ: } (m, n) = (10, 3)$$

$$(m, n) = (3, 10)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

(2) шуган

$$A = (m+n)(m+n-g) = 75q^2$$

$$B = m(n(m+n-3)) = 13p^2$$

$m+n$ и $m+n-g$ разной четности \Rightarrow

A - четное $\Rightarrow 75q^2 : 2$, т.к. q - четное, то $q=2$.

$$(m+n)(m+n-g) = 75 \cdot 4 = 300$$

пусть $m+n=a$

$$a(a-g) - 300 = 0$$

$$a^2 - ga - 300 = 0$$

$$a = \frac{g \pm \sqrt{81 + 1200}}{2}$$

т.к. $\sqrt{1281}$ - иррациональное число, то a - нецелое

$\Rightarrow m$ и n не могут быть натуральными \Rightarrow

этом шуган не реализуется.

$$\text{Ответ: } (m, n) = (10, 3)$$

$$(m, n) = (3, 10)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2$$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y} \quad (x, y \geq 0)$$

пусть (не учитывая общности) $x > y$, тогда.

$$x > y$$

$$\begin{cases} x^4 > y^4 \\ 5x^2 > 5y^2 \\ \sqrt{x} > \sqrt{y} \end{cases}$$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} > y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

$$x = y$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$t = \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x}$$

$$t^2 = x+1 + 6-x - 2\sqrt{(x+1)(6-x)}$$

$$2\sqrt{6+5x-x^2} = 7-t^2$$

$$t+5 = 7-t^2$$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$\begin{cases} t_1 \cdot t_2 = -2 \\ t_1 + t_2 = -1 \\ t_1 = -2 \\ t_2 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 6 \\ x \geq 0 \\ x \in [0; 6] \end{cases}$$

$$(1) \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = -2$$

$$\sqrt{x+1} + 2 = \sqrt{6-x}$$

$$x+1 + 4 + 4\sqrt{x+1} = 6-x$$

$$4\sqrt{x+1} = 1-2x \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{1}{2}$$

$$16(x+1) = 1-4x^2+4x^2$$

$$4x^2 - 20x - 15 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4n^2 - 20n - 15 = 0$$

$$n = \frac{20 \pm \sqrt{400 + 16 \cdot 15}}{8} \quad (n \in \mathbb{Z}; \frac{1}{2})$$

$$n = \frac{20 \pm 8\sqrt{10}}{8}$$

$$20 < 8\sqrt{10} \quad (\text{м.к. } \sqrt{10} > 3 \Rightarrow 8\sqrt{3} > 24)$$

$$n = \frac{20 - 8\sqrt{10}}{8} < 0$$

$$n = \frac{20 + 8\sqrt{10}}{8} = \frac{5}{2} + \sqrt{10} > \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{2} \sqrt{n+1} - \sqrt{6-x} = 1$$

$$\sqrt{n+1} = \sqrt{6-x} + 1$$

$$n+1 = 6-x+1+2\sqrt{6-x}$$

$$2n-6 = 2\sqrt{6-x} \quad /:2$$

$$n-3 = \sqrt{6-x} \quad (n \geq 3 \text{ и } n < 6) \quad n \in \mathbb{Z}; 3; 6$$

$$n^2 - 6n + 9 = 6-x$$

$$n^2 - 5n + 3 = 0$$

$$n = \frac{5 \pm \sqrt{25-12}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\textcircled{1} \frac{5 - \sqrt{13}}{2} < 3 \quad \text{м.к. } \sqrt{13} > 3 \Rightarrow 5 - \sqrt{13} < 2$$

$$\textcircled{2} \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \approx 6 \notin \mathbb{Z} \quad \textcircled{3} \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \geq 4 \quad \text{м.к. } \sqrt{13} > 3 \Rightarrow 5 + \sqrt{13} > 8 \Rightarrow \Rightarrow (5 + \sqrt{13})/2 \geq 4.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

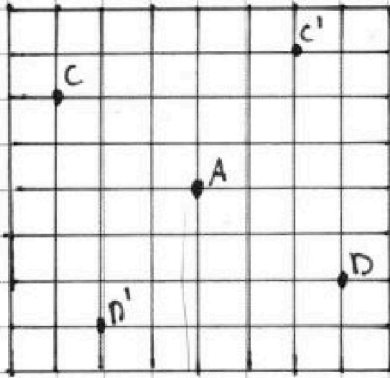
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

по клеткам в данном рисунке поставили



рассмотрим 3 случая

- ① одна из клеток 6 углов (на рисунке точка A) вторая же углов.

т.е. мы можем подобрать углы на 90° , но у нас может

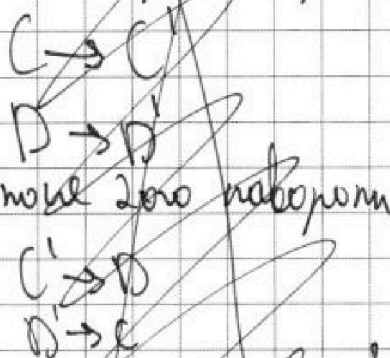
Всего клеток: $9 \cdot 9 = 81$

быть 4 "одинаковых" расположения,

② другая.

одна из клеток центрального угла

т.е. при повороте клетки перпендикулярно друг другу, к-я центрального угла



т.е. при повороте клетки перпендикулярно друг другу, к-я центрального угла

по отношению к диагонали (или центральной линии) \Rightarrow когда поворачивали

кон-во таких расположений надо будем поделить на 4.

$(81-1) \cdot 1 = 20$ способов.

Всего способов $\frac{80}{4} = 20$

т.е. мы можем подобрать какие-то много поделить на 2. т.е. одна из угловых клеток 3 различных способов, но надо поделить на 4

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

② Шугай

Если мы можем из первой во вторую перейти через несколько поворотов, т.е.

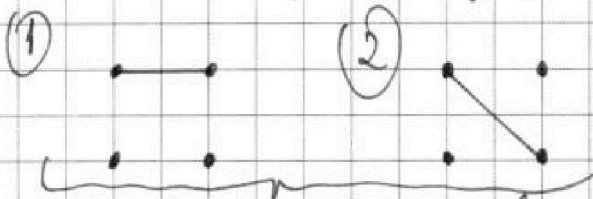
две клетки на соседях в каком-то вертикальном квадрате, т.е. или горизонтальную доску повернуть

и тогда, то каждая клетка пройдет по квадрату.

Значит 1 клетка квадрат займёт 2 клетки,

всего $\frac{80}{2} = 40$ таких квадратов, в каждом

квадрате можно выбрать две конфигурации, не пересекающие друг в друга.



Второй поворот

всего способов $40 \cdot 2 = 80$

отлично подходит
выбранные клетки и
здесь

③ Шугай, когда две клетки выбраны так, что одна никогда не падает на другую, где была вторая.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего таксистов пар можно выбрать $80 \cdot (80 - 1 - 3)$

т.к. $80 - 1$, т.к. одно место уже занято, $80 - 1 - 3$, т.к.

мы не ставим в те, в которых можно перейти

наоборот и разделим на 2, т.к. комбинирование

(D) и (C) мы здесь считаем, как разные

Всего способов выбрать пару: $\frac{80 \cdot 76}{2} = 40 \cdot 76$

Одной комбинации соответствует еще 3

комбинации наоборот и получим $\Rightarrow \frac{80 \cdot 76}{4} = 760$

Итого: $760 + 40 + 10 = 810$

Ответ: 810



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

M

1a -

2a -

$$3a - 3n + 3 = 3(n+1)$$

$$4a - (n^2 + 2n)^2 = n^2(n+2)^2$$

$$n^2(n+2)^2 - 3(n+1) = 2b$$

$$n^2(n^2 + 4n + 4) - 3n - 3 = 2b$$

$$n^4 + 4n^3 + 4n^2 - 3n - 3 = 2b$$

$$5a = (n^2 + 2n)^2$$

$$6a$$

$$7a$$

$$8a$$

$$9a = 3n^2$$

$$(n^2 - 2n + 2)(n^2 + 2n - 2) = 0$$

$$n^4 + 2n^3 - 2n^2 - 2n^3 - 4n^2 + 4n + n^2 + 2n - 2$$

$$3n^2 - (n^2 + 2n)^2 = 4b \quad n^4$$

$$3n^2 - n^4 - 4n^3 - 4n^2 = 4b$$

$$2n^4 + 8n^3 + 8n^2 - 6n - 6 = 3n^2 - n^4 - 4n^3 - 4n^2$$

$$3n^4 + 12n^3 + 9n^2 - 6n - 6 = 0$$

$$n^4 + 4n^3 + 3n^2 - 2n - 2 = 0$$

$$n^4 - 4n^3 + 3n^2 - 2n - 2 = 0$$

1/3

n = -2 корень

$$\begin{array}{r|rrrr|r} 1 & 4 & 3 & -2 & -2 \\ -1 & 1 & 3 & 0 & -2 & 0 \\ \hline -1 & 1 & 2 & -2 & 0 & \end{array}$$

$$(n^3 + 3n^2 - 2)(n+1) = 0$$

$$(n^2 + 2n - 2)(n+1)^2 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{2} \quad \frac{5+\sqrt{13}}{2} < 6, \text{ т.к. } \sqrt{13} < 4 \Rightarrow 5+\sqrt{13} < 9 \Rightarrow \frac{5+\sqrt{13}}{2} < 4,5$$

⇓

кг. решим уравн.

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

Обозначим $x = \frac{5+\sqrt{13}}{2}$

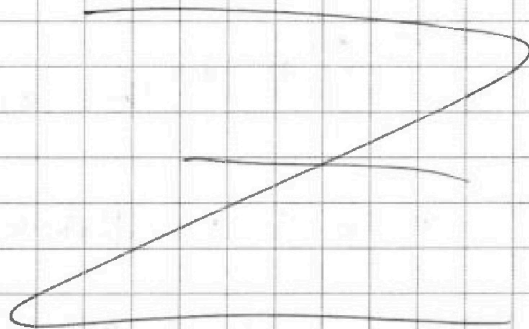
⇓

кг. найдем решение системы:

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} \\ x^2 + 5x^2 - 5y = y^4 - 5x + 5y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{5+\sqrt{13}}{2} \\ y = \frac{5+\sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

Ответ: $\left(\frac{5+\sqrt{13}}{2}, \frac{5+\sqrt{13}}{2}\right)$



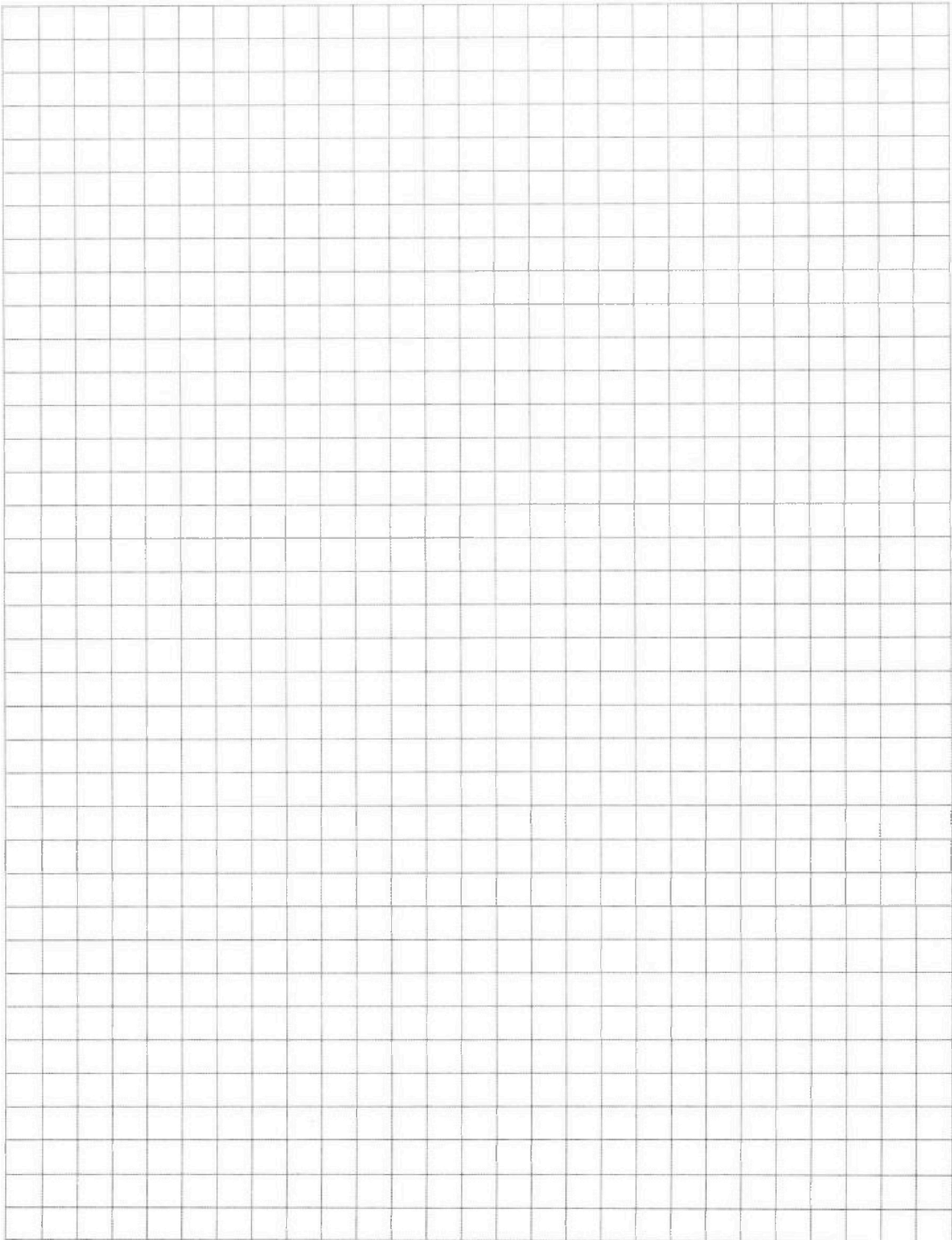


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{n+1} = \sqrt{6-x} + 2$$

$$n+1 = 6-x+1 + 2\sqrt{6-x}$$

$$2n-6 = 2\sqrt{6-x}$$

$$n-3 = \sqrt{6-x}$$

$$n \geq 3$$

$$n^2 - 6n^2 + 9 = 6-x$$

$$n^2 - 5n + 3 = 0$$

$$n = \frac{5 \pm \sqrt{25-12}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{5 - \sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{5 + \sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{5 + \sqrt{13}}{2}$$

$$-42^2 = \frac{(28-18^2) \cdot 36 \cdot 9}{12 \cdot 18} - 9^2 - 18^2$$

$$0, \dots, 1, \dots, 2, \dots, 3$$

$$= \frac{(y+6)^2 + 18^2 - 42^2}{36(y+6)} = \frac{n^2 x - 28}{12x}$$

$$(y+6)^2 + 18^2 - 42^2 = \frac{(28-x^2) \cdot 36(y+6)}{12x}$$

$$(y+6)^2 + 18^2 - 42^2 = \frac{(28-x^2) \cdot 36(y+6)}{12x}$$

$$(18+x)y = 108$$

$$x=18 \quad y=3$$

$$108 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$n=4 \quad n=6$$

$$\frac{BM}{MC} \cdot \frac{AC}{CY} \cdot \frac{AZ}{ZB} = 1 \cdot \frac{\sqrt{13}}{5+\sqrt{13}} \cdot 1$$

$$\frac{18}{18+x} \cdot \frac{6}{y} = 1$$

$$(18+x)y = 108$$

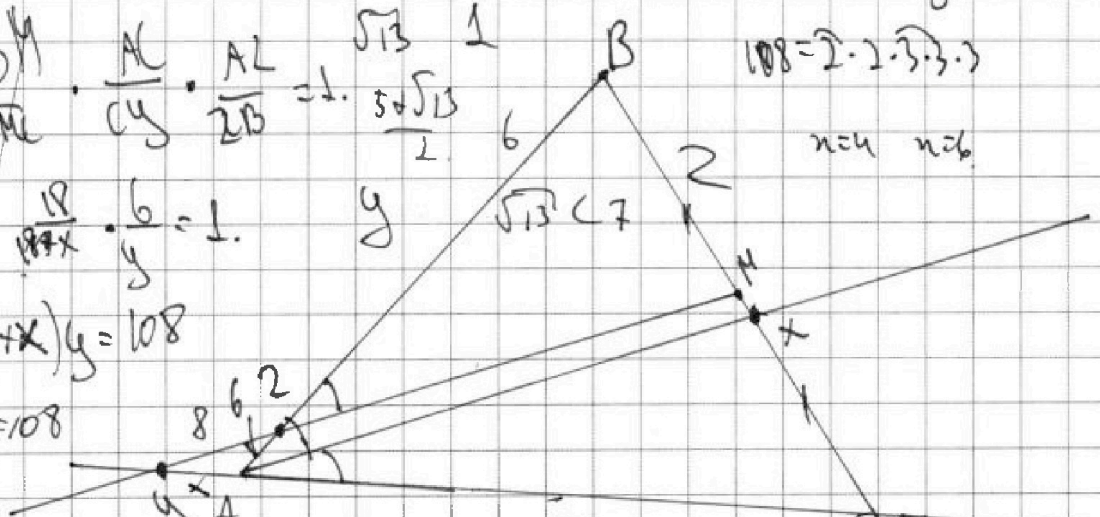
$$xy = 108$$

$$x=12 \quad y=9$$

$$\cos \alpha = \frac{64+36-n^2}{12 \cdot 18}$$

$$\frac{64}{36}$$

$$\cos \alpha = \frac{x^2+36-64}{12x}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{n+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5n-x^2}$$

$$\sqrt{n+1} - \sqrt{6-x} = t$$

$$t^2 = n+1 + 6-x - 2\sqrt{(n+1)(6-x)}$$

$$(n+1)(6-x) =$$

$$6x - n^2 + 6 - x = -n^2 + 5n + 6$$

$$\sqrt{5t} = \sqrt{5(n+1)} = 5\sqrt{n+1}$$

$$t^2 = 7 - 2\sqrt{(n+1)(6-x)}$$

$$\begin{cases} n \leq 6 \\ n \geq 0 \end{cases}$$

$$a = 7 - t^2$$

$$16x + 16 = 1 - 4n + 4n^2$$

$$4n^2 - 20x - 15 = 0$$

$$n = \frac{20 \pm \sqrt{400 + 16 \cdot 15}}{8}$$

$$t + 5 = 7 - t^2$$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$\begin{cases} t = -2 \\ t = 1 \end{cases}$$

$$\frac{16}{80}$$

$$\frac{16}{240}$$

$$\sqrt{n+1} - \sqrt{6-x} = 2$$

$$\sqrt{n+1} = \sqrt{6-x} + 2$$

$$n+1 = 6-x + 4 + 2\sqrt{6-x}$$

$$16(n+1) = 1 - 4x + 4n^2$$

$$20n+1 = 1 - 2x$$

$$4n^2 - 8n - 3 = 0$$

$$4n^2 - 8n - 3 = 0$$

$$n = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 48}}{8}$$

$$n =$$

$$\sqrt{n+1} - \sqrt{6-x} = -2$$

$$\sqrt{n+1} + 2 = \sqrt{6-x}$$

$$n+1 + 4 + 2\sqrt{n+1} = 6-x$$

$$2n+6 = 1 - 2\sqrt{n+1}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m \cdot y \neq 108 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$\begin{matrix} n=4 & y=27 \\ n=6 & y=18 \end{matrix}$$

$$n=3 \quad y=36$$

$$y_2^2 = \frac{(n^2 - 28) \cdot y^2 \cdot (y + 6)}{12x} + (y + 6)^2 + 18^2$$

$$\textcircled{1} \quad y_2^2 = \frac{-2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}$$

$$= -27 \cdot 11 + 33^2 + 18^2$$

$$y_2^2 = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}$$

$$2^5 \cdot 3 \cdot 24^2 + 18^2$$

$$156 \cdot 576 + 324$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 24 \\ \hline 48 \\ 576 \\ 324 \\ \hline 400 \\ 156 \\ \hline 1056 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ 33 \\ \hline 99 \\ 99 \\ \hline 1089 \\ 324 \\ \hline 1413 \\ 297 \\ \hline 1116 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1413 \\ 27 \\ \hline 41 \\ 27 \\ \hline 27 \\ 27 \\ \hline 297 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

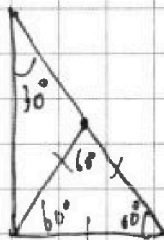
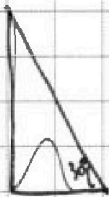
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m+n \quad \text{и} \quad m+n-g$$

$$m+n-2ln \Rightarrow m+n-g \quad \text{или} \quad ln$$

$$m+n-4ln \Rightarrow m+n-g-2ln$$



$$g = 2 \quad \times (n-g) = 300$$

$$n^2 - gn - 300 = 0$$

$$A = 75g^2 = (m+n)(m+n-g) = 25g^2$$

$$B = 13p^2 = mn(m+n-3)$$

$$n = \frac{g \pm \sqrt{81 + 1200}}{2}$$

$$n = 9 \pm \sqrt{}$$

$$m = n$$

$$mn(m+n-3) = 13p^2$$

$$n(n-2) = 13p^2$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ 31 \\ \hline 31 \\ 93 \\ \hline 961 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ 33 \\ 34 \\ 35 \\ 36 \\ 37 \\ 38 \\ 39 \end{array}$$

$$1281$$

$$12100$$

$$90^2 = 8100$$

$$30^2 =$$

$$\begin{array}{r} 39 \\ 39 \\ \hline 151 \\ 117 \\ \hline 1021 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |n-3y| \leq 3 \\ |3n-y| \leq 1 \end{cases}$$

$4y \leq 8n$!

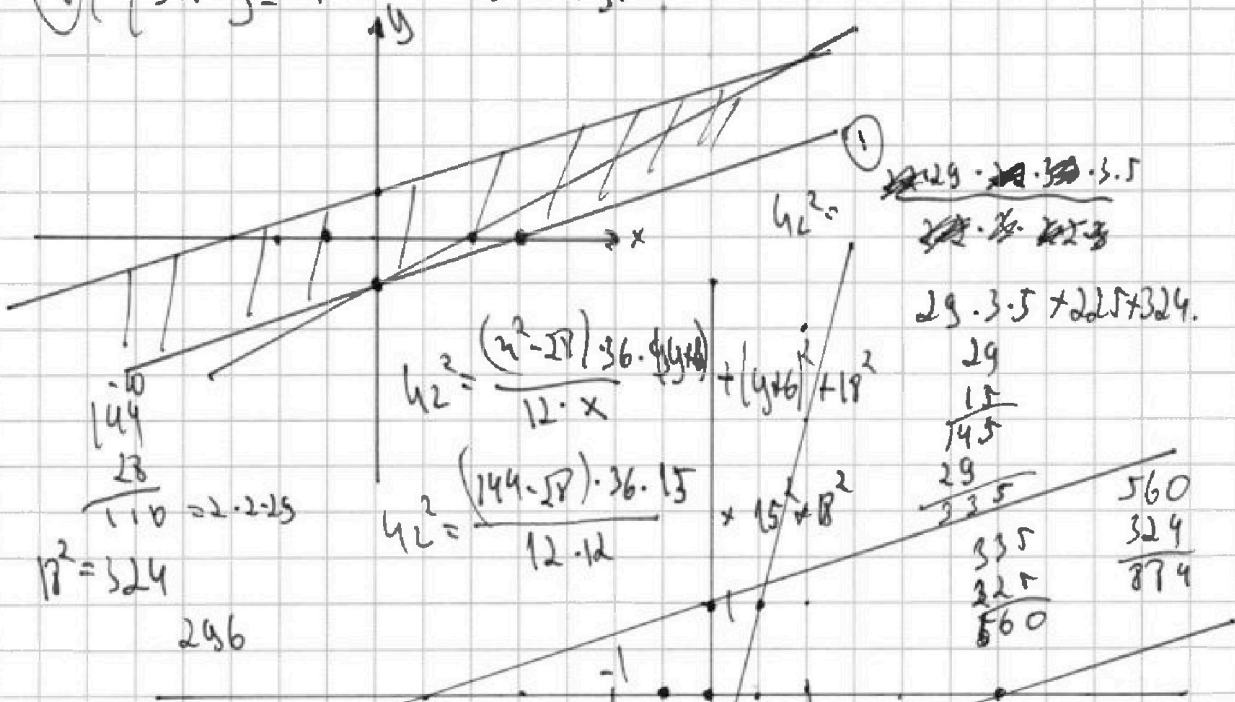
- ① $\begin{cases} |n-3y| \leq 3 \\ |3n-y| \leq 1 \end{cases}$
- ② $\begin{cases} |n-3y| \geq -3 \\ |3n-y| \leq 1 \end{cases}$
- ③ $\begin{cases} |3n-y| \leq 1 \\ |3n-y| \geq -1 \end{cases}$
- ④ $\begin{cases} |3n-y| \leq 1 \\ |3n-y| \geq -1 \end{cases}$

$$x-3 \leq 3y$$

$$y \geq \frac{n-3}{3} \text{ (649n)}$$

$$\begin{aligned} n-3y &\geq -3 \\ 3n-1 &\leq y \\ 3n+12y & \end{aligned}$$

$$\frac{n+3}{3} \geq y$$



$$\begin{array}{r} 144 \\ 28 \\ \hline 172 = 2 \cdot 2 \cdot 23 \\ 17^2 = 324 \end{array}$$

$$4y^2 = \frac{(n^2 - 27) \cdot 36 \cdot (y+1)}{12 \cdot x} + (y+6)^2 + 18^2$$

$$4y^2 = \frac{(144 - 27) \cdot 36 \cdot 15}{12 \cdot 12} \times 15^2 + 18^2$$

$$\begin{array}{r} 29 \cdot 3 \cdot 5 \times 225 + 324 \\ 29 \\ 18 \\ \hline 145 \\ 29 \\ \hline 235 \\ 335 \\ 225 \\ \hline 560 \\ 560 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 296/2 \\ 2 \\ \hline 148 \\ 18 \\ \hline 144 \\ 18 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$296 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 37$$

$$\frac{37}{9}$$

$$\begin{array}{r} 37 \\ \cdot 10 \\ 324 \\ 28 \\ \hline 296 \\ 12 \\ 74 \\ 37 \\ \hline 444 \end{array}$$

$$4y^2 = \frac{(28 - 324) \cdot 36 \cdot 9}{12 \cdot 18} + 81 + 324$$

$$\begin{array}{r} 324 \\ 81 \\ \hline 405 \end{array}$$

$$849$$

$$4y^2 = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 37 \cdot 12 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} + 405 = 12 \cdot 37 + 405$$

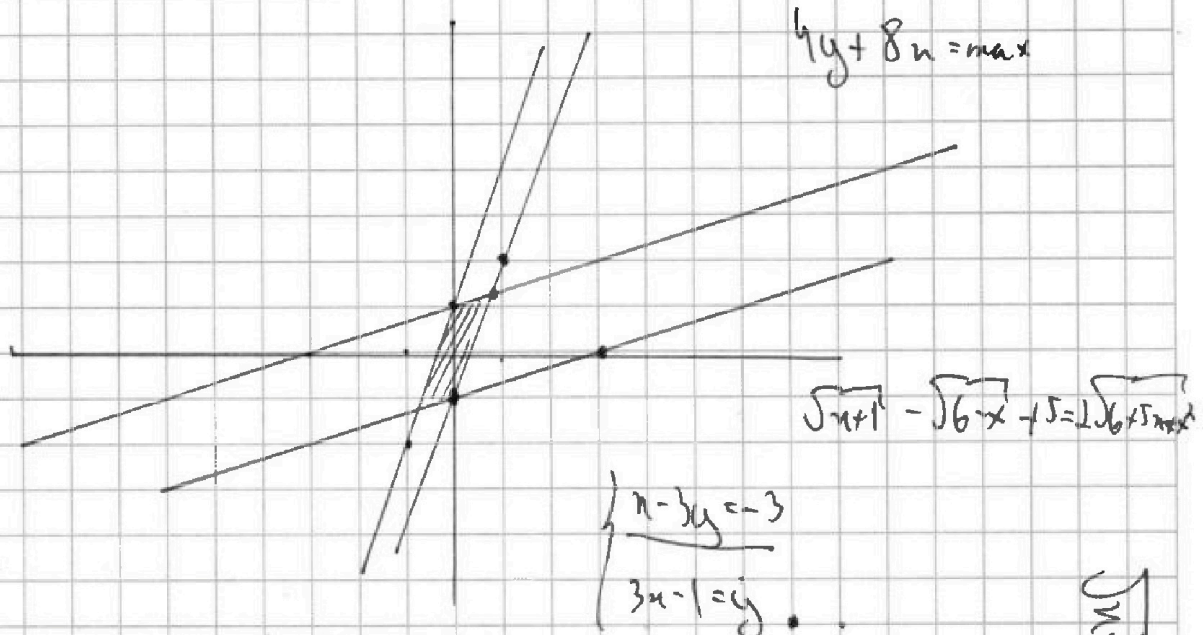


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x}$$

$$\begin{cases} x - 3y = -3 \\ 3x - 1 = y \end{cases}$$

$$y = 3x - 1 = \frac{9}{4} - 1$$

$$y = \frac{5 \cdot 4}{4} = \frac{5}{1}$$

$$4y + 8x = \frac{5 \cdot 4}{4} = \frac{3 \cdot 8^2}{4} = 11$$

$$\begin{cases} x + 3 = 3y \\ 3x - 1 = y \end{cases}$$

$$\frac{x+3}{3} = y$$

$$3x - 1 = y$$

$$x + 3 = 9x - 3$$

$$9x - x = 6$$

$$8x = 6$$

$$x = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6x}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x}$$

$$x^2 + 5x^2 + 5x = y^2 + 5y^2 + 5y$$

$$2^{-4} + 5 \cdot 2^{-2} + 2^{\frac{1}{4}} =$$

x

x > y

$\sqrt{x} > y$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$d) \sqrt{m+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5n-y^2}$$

$$t^2 = m+1 + 6-y - 2\sqrt{(m+1)(6-y)}$$

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) =$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3) = 75q^2 = 5 \cdot 5 \cdot 3q^2$$

$$\begin{cases} (m+n)(m+n-9) = 13p^2 \\ mn(m+n-3) = 75q^2 \end{cases}$$

м.к. p -простое, то либо $(13, p) = 1$, либо

$$(13, p) = 13 \Rightarrow p = 13 \Rightarrow (m+n)(m+n-9) = 169 \cdot 13$$

возможен $\begin{cases} m+n: 169 \\ m+n-9: 13 \end{cases}$ ~~⊗~~

возможен

$$\begin{cases} m+n \equiv p^2 \\ m+n-9 \equiv 13 \end{cases} \Rightarrow m+n=2 \Rightarrow p \in \mathbb{N}$$

$$mn(m+n-3) = 3 \cdot 5^2 \cdot q^2$$

$$\begin{cases} m+n \equiv 13 \\ m+n-9 \equiv p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 13 \\ m+n = p^2 + 9 \end{cases} \Rightarrow p = 2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(mn) \left(\frac{m+n}{13} - 1 \right) = 75q^2$$

$$(mn) \left(\frac{m+n}{13} - 1 \right) = 75q^2$$

$$\frac{80 \cdot 76}{2 \cdot 4} = 760$$

$$\frac{80}{4} \cdot 2 = 40$$

$$mn \cdot 10 = 75q^2$$

$$q^2 : 2 \Rightarrow q = 2$$

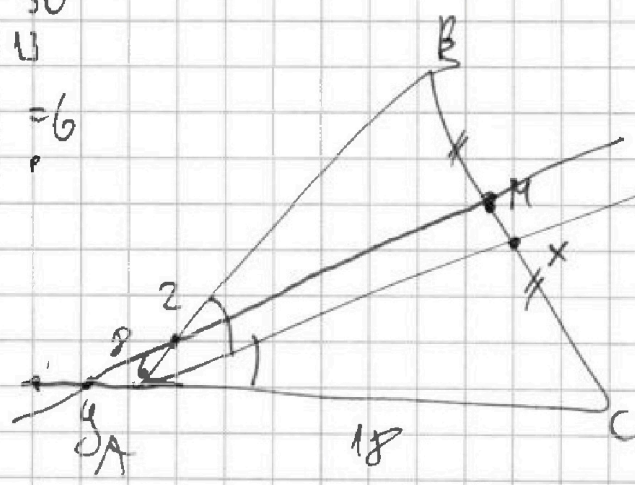
$$mn = 30 \quad \text{20 шт.}$$

$$\frac{80 \cdot 76}{2 \cdot 4}$$

$$\frac{80 \cdot 3}{4} = 60$$

$$\begin{cases} mn = 30 \\ m+n = 13 \end{cases}$$

$$\frac{13}{2} = 6$$



$$81$$

$$81 - 1 = 80$$

$$\frac{80!}{40 \cdot 78! \cdot 2!}$$

$$\frac{80 \cdot 79}{2}$$

$$\frac{40 \cdot 79}{4} = 790$$

1) одна группа \Rightarrow 20 способов

2) одна комбинация группы $\frac{20}{2} = 10$

3) не комбинация $\frac{80 \cdot 78}{2 \cdot 4} = 780$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(n^2 + 2n + 1)(n^2 + 2n - 2) = 0$$

$$n^4 + 2n^3 + 2n^2 + 2n^3 + 4n^2 + 4n + n^2 + 2n - 2 = 0$$

$$n^4 + 4n^2 + 7n^2$$

$$n^4 + 2n^3 - 2n^2 + 2n^3 + 4n^2 - 4n + n^2 + 2n - 2 = 0$$

$$n^4 + 4n^2 + 3n^2 - 2n - 2$$

$$(n+1)^2 (n^2 + 2n - 2) = 0$$

$$n = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 8}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$n = -1 + \sqrt{3}$$

$$-3 + 3\sqrt{3} + 3 = 3\sqrt{3} \quad | \bar{u}$$

$$3\bar{u} = n^4 + 4n^2 + 2n^2 = 3^4 \cdot 3^2 + 4 \cdot 3^3 \cdot \sqrt{27} + 2 \cdot 9 \cdot 3$$

$$3^6 + 4 \cdot 3^4 \sqrt{3} + 2 \cdot 3^3 = 3^3 (3^3 + 4\sqrt{3} + 2)$$

$$3n^2 = 3 \cdot 3$$

$$n_1 = -1 - \sqrt{3} = -3 - 3\sqrt{3} + 3 = -3\sqrt{3}$$

$$n_2 = 3n^2 = 3 \cdot 9\sqrt{3} = 81$$

$$n_3 = n^4 + 4n^2 + 2n^2$$

$$\begin{array}{r} | n - 3\sqrt{3} | \\ | 3n - 9\sqrt{3} | \\ | 3n - 9\sqrt{3} | \\ | 3n - 9\sqrt{3} | \end{array}$$