



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12-12x$, четвёртый член равен $(x^2+4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x+5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6, \\ |3x-2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x+4y^2}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1: $\{a_n\}$ - арифметическая прогрессия

$$a_2 = 12 - 12x \quad \text{Пусть } d - \text{разность прогрессии}$$

$$a_4 = (x^2 + 4x)^2 \quad d \leq 0, \text{ т.к. } a_8 \leq 0, \text{ а } a_4 \geq 0$$

$$a_8 = -6x^2 \quad \text{то есть } a_8 \leq a_4$$

$$\begin{cases} a_4 - a_2 = 2d \\ a_8 - a_4 = 4d \end{cases}$$

$$2(a_4 - a_2) = a_8 - a_4$$

$$2(x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 12 + 12x) = (-6x^2 - x^2 - 8x^2 - 16x^2)$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0 \quad |:3$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$(x^2 + 4x + 4)(x^2 + 4x - 2) = 0$$

$$\begin{cases} (x + 2)^2 = 0 \\ x^2 + 4x - 2 = 0 \end{cases}$$

$$(1) \quad x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$D = 16 + 4 \cdot 2 = 24$$

$$x = \frac{-4 \pm 2\sqrt{6}}{2}$$

$$x = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ x = -2 + \sqrt{6} \\ x = -2 - \sqrt{6} \end{cases}$$

Ответ: $x \in \{-2, -2 + \sqrt{6}, -2 - \sqrt{6}\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 2:

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases} \quad \begin{cases} |3y-2x| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases} \quad \begin{cases} -6 \leq 3y-2x \leq 6 & | \cdot 7 \\ -4 \leq 3x-2y \leq 4 & | \cdot 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -42 \leq 21y - 14x \leq 42 \\ -32 \leq 24x - 16y \leq 32 \end{cases} \quad (+)$$

$$-74 \leq 10x + 5y \leq 74$$

Значит, $10x + 5y \geq -74$. Покажем, что значение -74 достигается

Пусть $y = -\frac{26}{5}$ $x = -\frac{24}{5}$

Тогда $|2x-3y| = \left| -\frac{48}{5} + \frac{78}{5} \right| = \frac{30}{5} = 6$

$|3x-2y| = \left| -\frac{72}{5} + \frac{52}{5} \right| = 4$ - все условия соблюдены

$$10x + 5y = 10 \cdot \left(-\frac{24}{5}\right) + 5 \cdot \left(-\frac{26}{5}\right) = -48 - 26 = -74$$

Ответ: -74 - наименьшее значение $10x + 5y$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3:

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m-2n-2)$$

① Пусть $A = 15q^2$, $B = 17p^2$

$B > 0 \Rightarrow mn(m-2n-2) > 0$, т.к. $m \in \mathbb{N}$ и $n \in \mathbb{N}$, то

$$m-2n-2 > 0$$

$$m-2n > 2$$

$(m-2n)(m-2n+13) = 15q^2$ - оба множителя больше 2, второй множитель больше 15

т.к. q - простое рассмотрим все варианты, чему могут равняться множители

① $\begin{cases} m-2n = 15 \\ m-2n+13 = q^2 \end{cases} \Rightarrow q^2 = 28$ - противоречие (также $m-2n < m-2n+13$ и не умножая общности $q > 0$)

② $\begin{cases} m-2n = 3 \\ m-2n+13 = 5q^2 \end{cases} \Rightarrow 5q^2 = 16$ - противоречие

③ $\begin{cases} m-2n = 5 \\ m-2n+13 = 3q^2 \end{cases} \Rightarrow 3q^2 = 18$ - противоречие

④ $\begin{cases} m-2n = 1 \\ m-2n+13 = 15q \end{cases} \Rightarrow 14q = 13$ - противоречие

⑤ $\begin{cases} m-2n = 3q \\ m-2n+13 = 5q \end{cases} \Rightarrow 2q = 13$ - противоречие



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Все удовлетворяющие поставленным условиям варианты рассмотрены ($m-2n > 2$
 $m-2n+13 > 15$ и $m-2n+13 > m-2n$)
подходящих (m, n) - в таком случае нет

② $A = 17p^2, B = 15q^2$

$$(m-2n)(m-2n+13) = 17p^2$$

$$1) \begin{cases} m-2n = 17 \\ m-2n+13 = p^2 \end{cases} \quad p^2 = 30 - \text{противоречие}$$

$$2) \begin{cases} m-2n = p \\ m-2n+13 = 17p \end{cases} \quad 16p = 13 - \text{противоречие}$$

$$3) \begin{cases} m-2n = p^2 \\ m-2n+13 = 17 \end{cases} \quad \begin{matrix} p^2 = 4 \\ p = 2 \end{matrix}$$

все условия из 1
случае ($m-2n > 2$
 $m-2n+13 > 15$
 $m-2n+13 > m-2n$)
в этом случае соблюдаются, т.к. $B = 15q^2 > 0$

это все варианты,
- удовлетворяющие
поставленным условиям

$$B = mn(m-2n-2) = 15q^2 \quad m-2n=4, \text{ тогда } m-2n-2=2$$

$$\begin{cases} 2mn = 15q^2 \\ m-2n = 4 \end{cases} \quad \begin{matrix} 15q^2 : 2 \\ q^2 : 2 \end{matrix}; \text{ т.к. } q - \text{простое, то } q = 2$$

тогда $2mn = 15q^2 = 60$

$$\begin{cases} mn = 30 \\ m-2n = 4 \end{cases} \quad \begin{matrix} (2n+4)n = 30 \\ n^2 + 2n - 15 = 0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} n = 3 \\ n = -5 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{т.к. } n \in \mathbb{N} \\ n = 3 \end{matrix}$$

$$m = 2n + 4 = 10; A = 17 \cdot (2)^2, B = 15 \cdot (2)^2$$

Ответ: $(10, 3)$



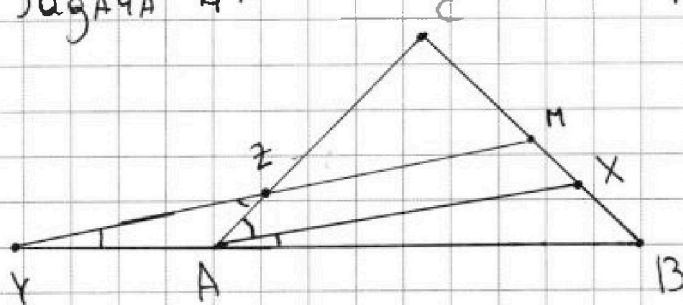
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4:



AX - биссектриса
M - середина BC

$MY \parallel AX$

$AC = 18, AZ = 6, YZ = 8$

$\angle CZM = \angle CAX$ - накрест лежащие при $YM \parallel AX$ и секущей AC
 $\angle ZYA$

$\angle ZYA = \angle XAB$ - соответственные при $XA \parallel YM$ и секущей AB

$\angle CAX = \angle BAX$ - т.к. AX - биссектриса $\angle BAC$

Тогда $\angle AZY = \angle ZYA$ и $\triangle YAZ$ - равнобедренный ($YA = AZ = 6$)

по т. косинусов для $\triangle YAZ$:

$$\cos \angle YAZ = \frac{AY^2 + AZ^2 - YZ^2}{2 \cdot AY \cdot AZ} = \frac{72 - 64}{2 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{8}{72} = \frac{1}{9}$$

$\cos \angle CAB = -\cos \angle YAZ = -\frac{1}{9}$ (т.к. $\angle CAB = 180^\circ - \angle YAZ$)

по т. Фалеса (т.к. $ZM \parallel AX$): $\frac{CZ}{CM} = \frac{AZ}{MX}$

$$\frac{AC - AZ}{AZ} = \frac{CM}{MX}; \quad \frac{CM}{MX} = \frac{12}{6} = 2; \quad CM = 2MX$$

т.к. M - середина BC: $CM = BM, BM = 2MX, BX = MX$

по свойству биссектрисы $\triangle ABC$: $\frac{AC}{AB} = \frac{CX}{BX} = \frac{CM + MX}{MX} = \frac{3MX}{MX} = 3$

$$AB = \frac{AC}{3} = 6$$

по т. косинусов для $\triangle CAB$: $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cdot \cos \angle CAB$

$$BC^2 = 18^2 + 6^2 - 2 \cdot 18 \cdot 6 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) = 324 + 36 + 2 \cdot 2 \cdot 6 = 360 + 24 = 384$$

$$BC = \sqrt{384} = 8\sqrt{6}$$

Ответ: $8\sqrt{6}$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №5

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} + \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} & (1) \\ 2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2 & (2) \end{cases}$$

$$2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2 \quad (2)$$

$$(2) \quad 2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt[4]{3y}$$

Пусть $f(x) = 2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x}$ - данная функция возрастает на $D(f) = [0; +\infty)$ - как сумма возрастающих функций (* $\sqrt[4]{3x}$ - возрастает на $[0; +\infty)$ - как композиция возрастающих функций)

Тогда $(2) \Leftrightarrow f(x) = f(y)$, т.к. f - возрастающая функция, то это равносильно

$$\begin{cases} x = y \\ x \in D(f) \end{cases}$$

Тогда наша система равносильна системе

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2} \\ x \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x+4+3-x-2\sqrt{12-x-x^2} = 48-4x-4x^2+2x-20\sqrt{12-x-x^2} \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

Пусть $a = \sqrt{12-x-x^2} \geq 0$

Тогда $7-2a = 4a^2 + 25 - 20a$

$$4a^2 - 18a + 18 = 0$$

$$D = 324 - 4 \cdot 4 \cdot 18 = 2 \cdot 18 = 36$$

$$a = \frac{18 \pm 6}{2 \cdot 4} \quad \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ a = \frac{3}{4} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{12-x-x^2} = \frac{3}{2} \\ \sqrt{12-x-x^2} = \frac{3}{4} \\ 0 \leq x \leq 3 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 12-x-x^2 = \frac{9}{4} \quad (1) \quad | \cdot 4 \\ 12-x-x^2 = \frac{9}{16} \quad (2) \quad | \cdot 16 \\ 0 \leq x \leq 3 \end{array} \right.$$

$$(1) \quad 4x^2 + 4x - 39 = 0$$

$$D = 16 + 4 \cdot 4 \cdot 39 = 16 \cdot 40 = 64 \cdot 10$$

$$x = \frac{-4 \pm 8\sqrt{10}}{8} \quad x = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{10}$$

$$(2) \quad 16x^2 + 16x - 183 = 0$$

$$D = 16^2 + 4 \cdot 16 \cdot 183 = 16(16 + 732) = 16 \cdot 748$$

$$x = \frac{-16 \pm 4\sqrt{4748}}{2 \cdot 16} = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{187}}{4}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = -\frac{1}{2} + \sqrt{10} \\ x = -\frac{1}{2} - \sqrt{10} \\ x = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{187}}{4} \\ x = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{187}}{4} \\ 0 \leq x \leq 3 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x = -\frac{1}{2} + \sqrt{10} \\ x = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{187}}{4} \\ 0 \leq x \leq 3 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} -\frac{1}{2} + \sqrt{10} < 3 \\ \sqrt{10} < 3,5 \quad \text{т.к. обе части} > 0 \\ 10 < \frac{49}{4} \\ 10 < \frac{49}{4} \Rightarrow \\ -\frac{1}{2} + \sqrt{10} < 3 \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = -\frac{1}{2} + \sqrt{10} \\ x = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{187}}{4} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \frac{\sqrt{187}}{4} - \frac{1}{2} < 3 \\ \frac{\sqrt{187}}{4} < \frac{7}{2} \quad \text{т.к. обе части} > 0 \\ \frac{187}{16} < \frac{49}{4} \\ \frac{187}{16} < \frac{196}{16} \Rightarrow \\ -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{187}}{4} < 3 \end{array}$$

$$\text{Ответ: } \left(-\frac{1}{2} + \sqrt{10}, -\frac{1}{2} + \sqrt{10}\right); \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{187}}{4}, -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{187}}{4}\right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

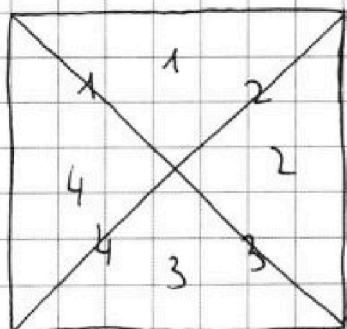
Задача 6:

Всего узлов сетки в квадрате 7×7 -

$$(7+1)(7+1) = 64$$

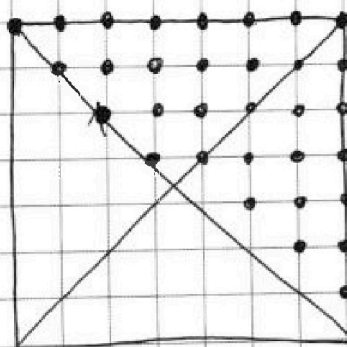
Выбрать из этих узлов 2 и покрасить их в белый можно $C_{64}^2 = \frac{64 \cdot 63}{2} = 32 \cdot 63$ способами

Но при таком подсчёте мы посчитали некоторые пары 2 или 4 раза. Мы считали каждую пару только 1 раз только если при каждом повороте доски она переходит в саму себя. При повороте 1 поворота точка



из своей области обязательно переходит в соседнюю. Поэтому не может быть так, чтобы 1 точка перешла в область 2-ой точки, а 2 в область 1-ой за 1 поворот.

Тогда найдём количество пар точек, которые мы посчитали только 2 раза



Для каждой из 32 выделенных точек существует единственная невыделенная точка, в которую после 2 поворотов переходит выделенная, и которая после 2 поворотов сама переходит в выделенную.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Такими образом пар, которые переходят в сами себя после 2 поворотов всего 32 и их мы посчитали 2 раза. Все остальные пары, посчитали 4 раза, т.к. после каждого поворота они переходят в новые пары (после 4 поворотов все пары разумеется переходят сами в себя).

Тогда всего пар, которые не получают друг из друга поворотами

$$\frac{32 \cdot 63 - 32 \cdot 2}{4} + 32 = 8 \cdot 61 + 32 = 488 + 32 = 520$$

Ответ: 520 раскрасок

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

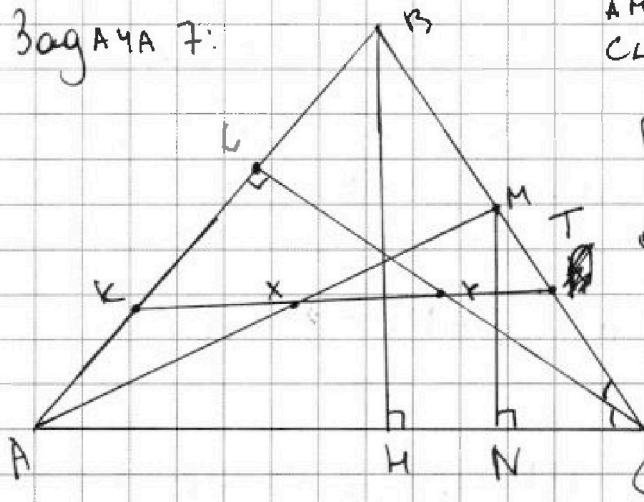


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7:



AM - медиана
CS - биссектриса

PQ - общая хорда
окружностей, а значит
она перпендикулярна
к линии центров

X - середина AM

Y - середина CS

т.к. окружности

построены на AM и CS как на диаметрах

Значит $XK \perp BH$, K - основание высоты

$AC \perp BH$, т.к. BH - высота

Значит $XK \parallel AC$, $XK \cap AB = K$

$XK \cap BC = T$

$KY \parallel AC$ и Y - середина CS $\Rightarrow KY$ - средняя линия
 $\triangle ABC$ по признаку; K - середина AB

$XH \parallel AC$ и X - середина AM $\Rightarrow XH$ - средняя линия
 $\triangle AMC$ по признаку; H - середина CM

$\triangle BCM$: Y - середина CS, H - середина CM;

тогда YH - средняя линия по определению

$YH \parallel BM$; т.к. $YH \parallel AC$, то $BM \parallel AC$

$BM \parallel AC$ и M - середина BC $\Rightarrow BM$ - средняя линия
по признаку

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда L - середина AB ; CL - биссектриса и медиана одновременно; тогда по признаку $\triangle ABC$ - равнобедренный ($AC=BC$) и CL - высота

т.к. $N \in AC$ и $N \in \Omega$, то $\angle ANM = 90^\circ$, т.к.

AM - диаметр Ω

$MN \perp AC$ и $BH \perp AC$ тогда $MN \parallel BH$, а M - середина BC ; по признаку MN - средняя линия $\triangle BCH$ и пусть:

$$CN = NH = a$$

$$MN = BH/2$$

$$\triangle ABH: AH = AN - NH = 5 - a, \angle BHA = 90^\circ$$

$$AB = 6$$

по т. Пифагора: $AH^2 + BH^2 = AB^2$

$$BH = \sqrt{36 - (5-a)^2} = \sqrt{11 + 10a - a^2}$$

$$MN = \frac{BH}{2} = \frac{\sqrt{11 + 10a - a^2}}{2}$$

для $\triangle MNC$: $\angle MNC = 90^\circ$; $MN = \frac{\sqrt{11 + 10a - a^2}}{2}$, $CN = a$

$$MC = \frac{BC}{2} = \frac{AC}{2} = \frac{AN + CN}{2} = \frac{5 + a}{2}$$

по т. Пифагора: $MN^2 + NC^2 = MC^2$; $\frac{11 + 10a - a^2}{4} + a^2 = \frac{25 + 10a + a^2}{4}$

$$\frac{4a^2 + 11 - a^2 - 25 - a^2}{4} = 0 \quad 2a^2 - 14 = 0 \Rightarrow a = \sqrt{7} \quad (\text{т.к. } a > 0)$$

$$AC = BC = AN + NC = 5 + a = 5 + \sqrt{7}$$

Ответ: $AC = BC = 5 + \sqrt{7}$

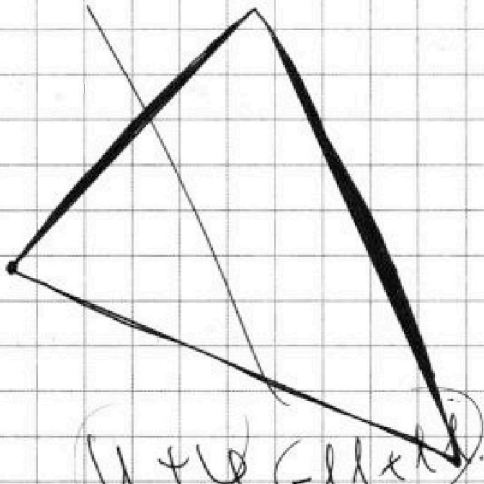


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



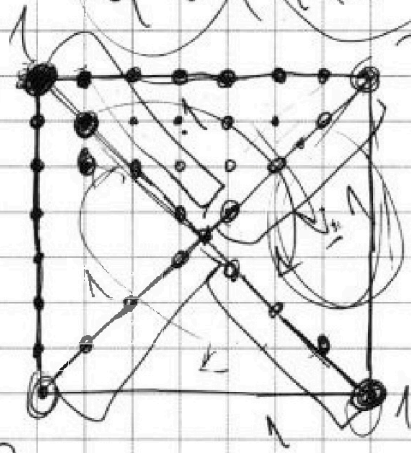
$$\sqrt{384} = 19.3$$

$$\frac{11}{8\sqrt{6}}$$

$$\frac{32 \cdot 63 - 30}{4}$$

$$6 \cdot 67$$

$$\begin{array}{r} \times 18 \\ 18 \\ \hline 144 \\ \times 18 \\ \hline 324 \end{array}$$



$$C_{64} - \text{всего} = 64 \cdot 3$$

$$32 \cdot 63$$

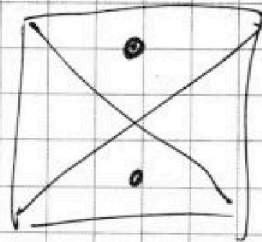
каждая считается сколько раз.

2
1 раз считается. = C

2 раза считается. - A - 30.

4 раза считается. - B - кей.

$$32 \cdot 63 - \frac{18}{2} - \frac{18}{4}$$



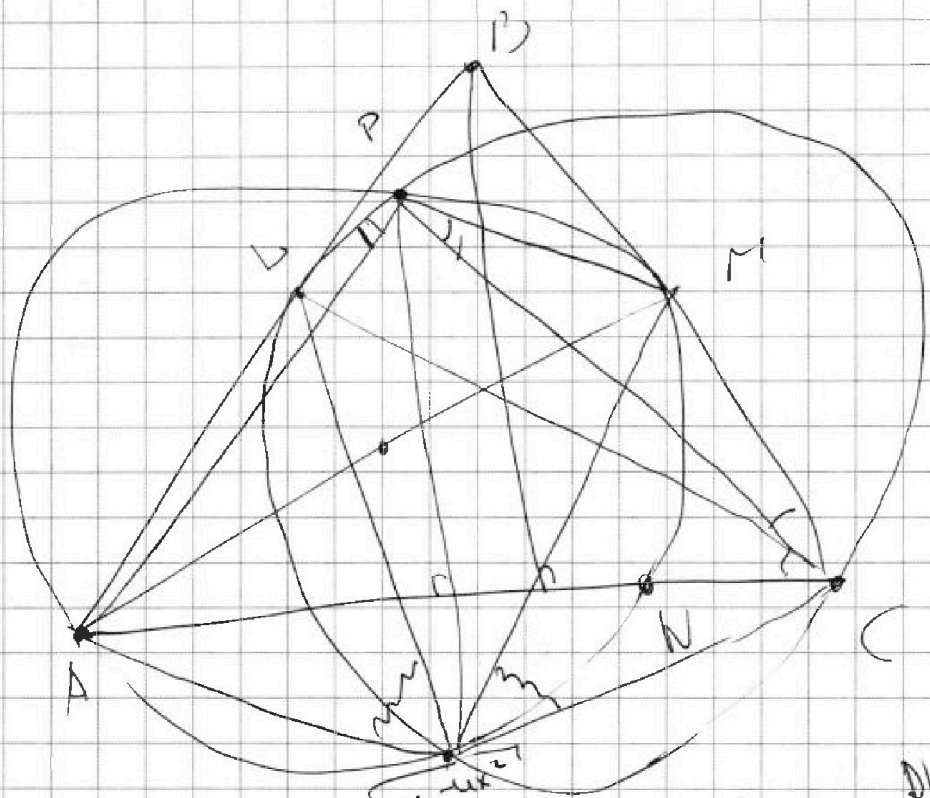


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

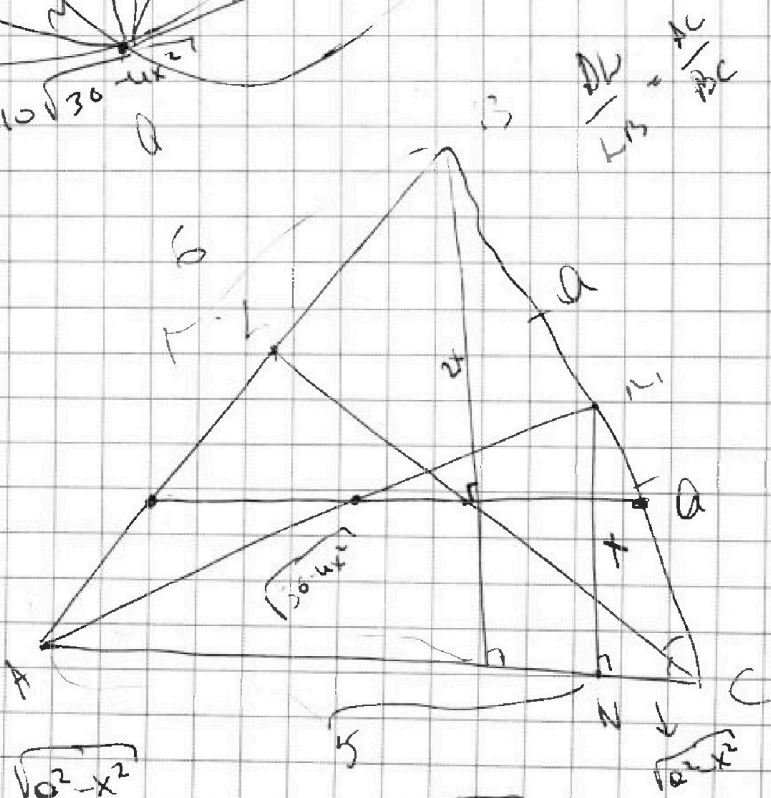
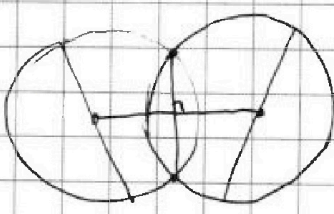
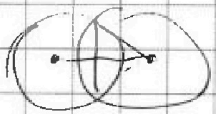
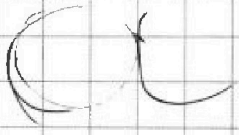
СТРАНИЦА _____ ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$AC \sim PC$
 $AB = 6$
 $AN = 5$

$$a^2 = 61 - 3x^2 - 10\sqrt{36 - 4x^2}$$



$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$

$$5 - \sqrt{36 - 4x^2} = \sqrt{a^2 - x^2}$$

$$25 + 36 - 8x^2 - 10\sqrt{36 - 4x^2} = a^2 - x^2$$

$$AC = 5 + 5 - \sqrt{36 - 4x^2}$$

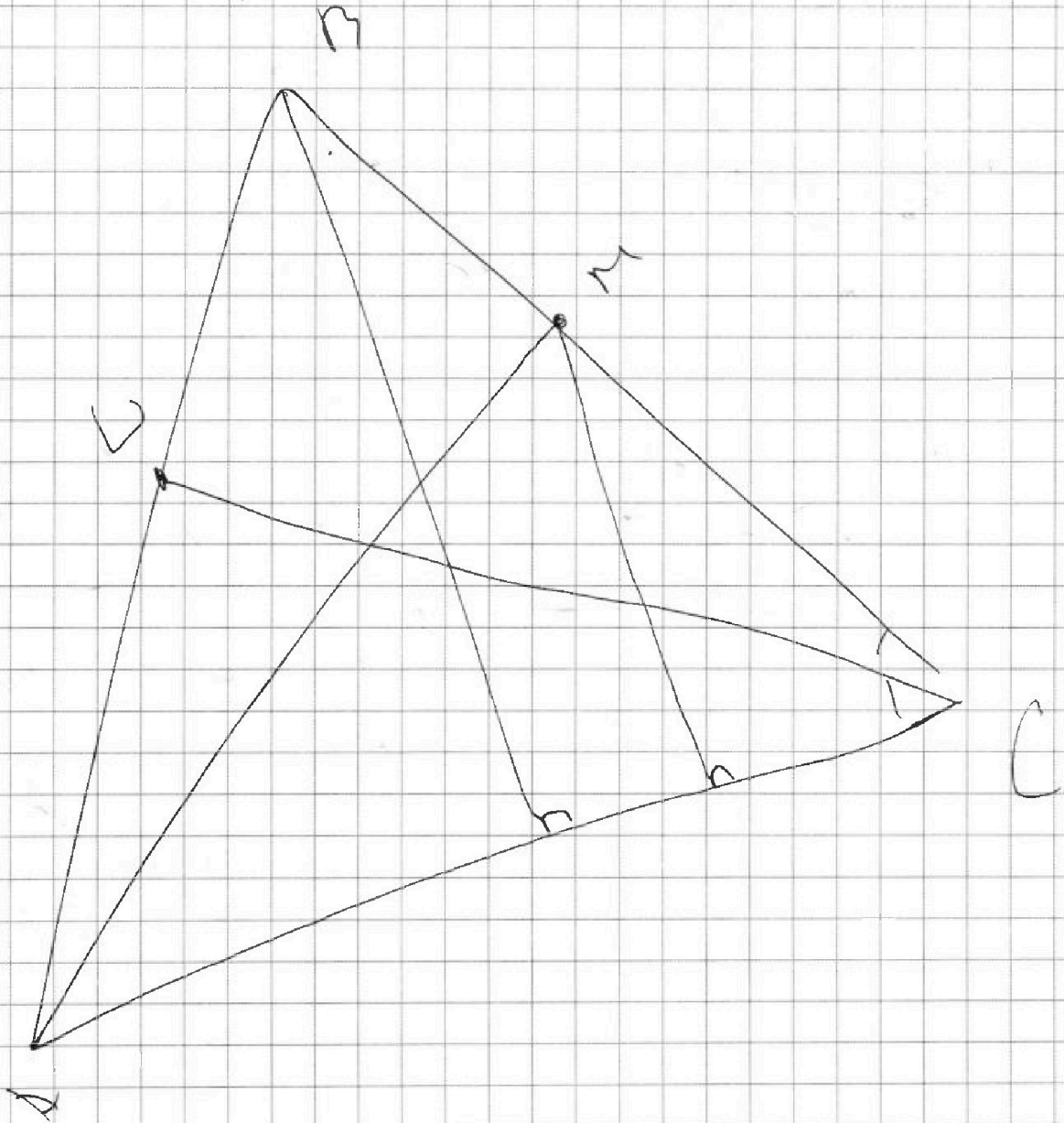


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



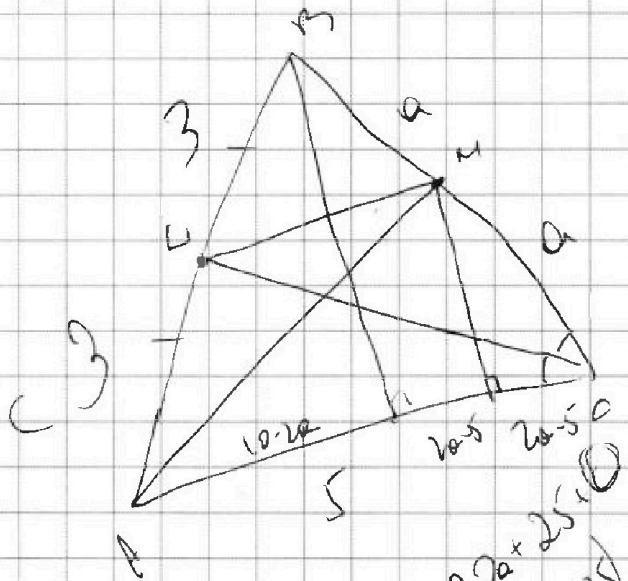
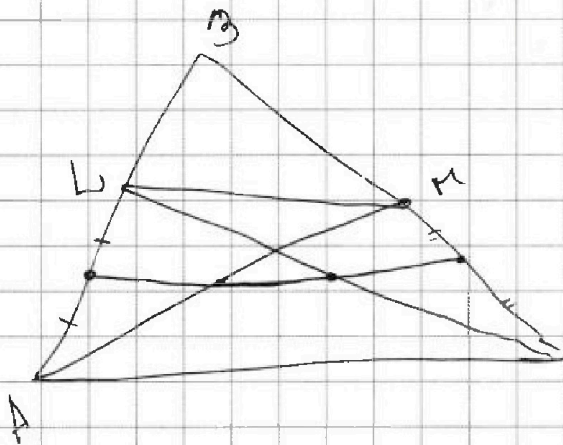
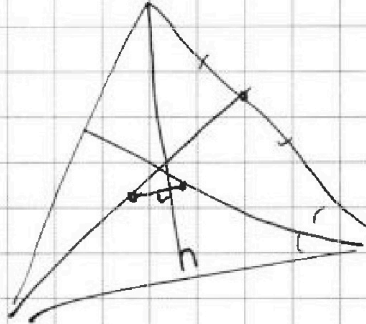
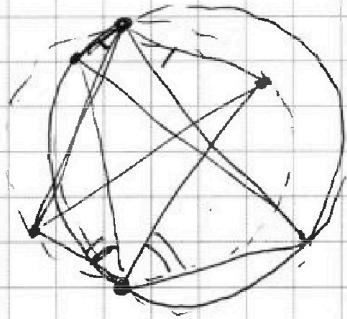


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$a^2 = 10^2 - 20a + 25$$
$$a^2 - 20a + 25 = 0$$
$$a = 10 \pm 5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(x) = 2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x} \uparrow$$

$$f(x) = f(y) \quad \Downarrow \quad x=y$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 12 \\ \hline 32 \\ 16 \\ \hline 192 \end{array}$$

$$x, y \geq 0$$

$$y \leq 3 \quad x + y^2 \leq 12.$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$$

$$(\quad -y) (\quad +y)$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x^2-x}$$

$$x^2 + x - 12$$

$$\begin{array}{ccc} \text{"} & \text{"} & \text{"} \\ a & b & (x+4)(3-x) \end{array}$$

$$(x+7)(x-5)$$

$$a - b + 5 = 2ab \quad \& \quad a^2 + b^2 = 7$$

$$0 \leq x \leq 3$$

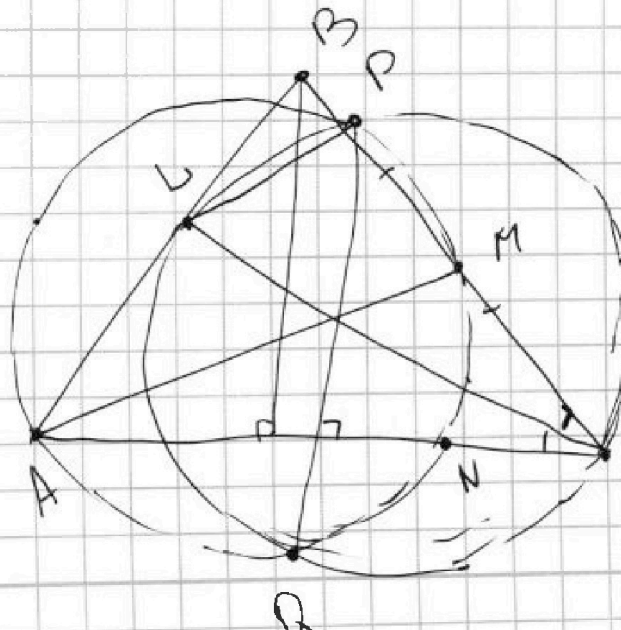
$$a^2 - 2ab + b^2 = 4a^2b^2 - 20ab + 25$$

$$\begin{array}{r} -192 \\ 183 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$4a^2b^2 - 18ab + 18 = 0$$

$$\begin{array}{r} 183 \\ + 732 \\ \hline 915 \\ + 16 \\ \hline 931 \end{array}$$

$$2a^2b^2 - 9ab + 9 = 0$$



$$AM = \Omega \quad AB = 6 \\ CL = \omega \quad AN = 5.$$

$$\frac{1}{2} + \sqrt{6}$$

$$\begin{array}{r} + 28 \\ + 28 \\ \hline 56 \\ \times 32 \\ \hline = 187 \end{array}$$

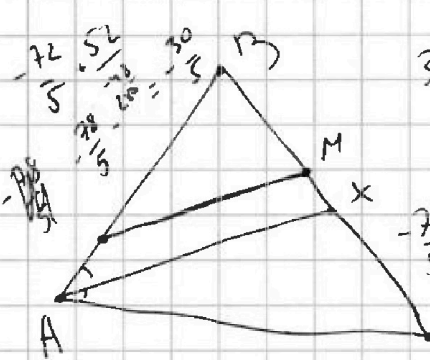


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$3x = -14 \frac{2}{5}$$

$$x = -\frac{18}{5}$$

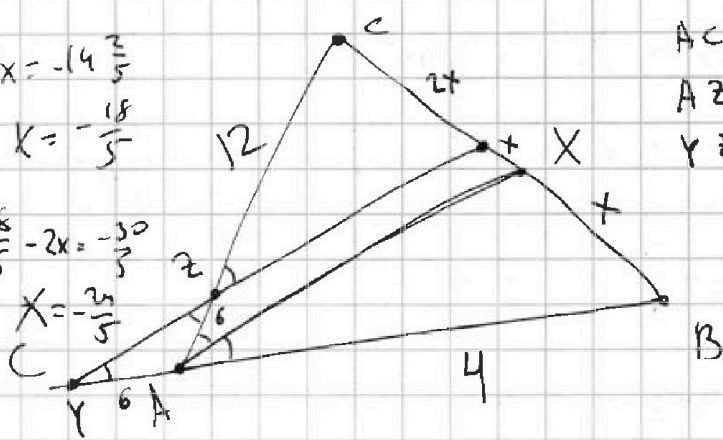
$$-\frac{78}{5} - 2x = -30$$

$$x = -\frac{23}{5}$$

$$AC = 18$$

$$AZ = 6$$

$$YZ = 8$$



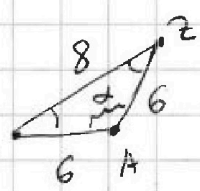
$$10x + 5y = -74$$

$$3y - 2x = -6 \quad | \cdot 3$$

$$3x - 2y = -4 \quad | \cdot 2$$

$$5y = -26$$

$$y = -5 \frac{1}{5}$$



$$\cos \alpha = \frac{6^2 + 6^2 - 8^2}{2 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{8}{36} = \frac{1}{9}$$

$$BC^2 = 12^2 + 4^2 - 2 \cdot 12 \cdot 4 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) = 160 + \frac{96}{3} = \frac{512}{3}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$$

$$2x^5 + 4x^2 - \sqrt{3y} = 2y^5 - \sqrt{3x+4y^2}$$

$$x, y \geq 0$$

$$y \leq 3$$

$$12 - x - y^2$$

$$x + y^2 \leq 12$$

↑ ↓

$$f(x) = 2x^5 + 4x^2 - \sqrt{3y}$$

↑ ↓

[0, +∞) ↑ ↑ ↓

$$f(x) = f(y)$$

$$x+4 - 3+y + 25 + 10\sqrt{x+4} - 10\sqrt{3-y} - 2\sqrt{3x+4y} + 12xy = 48 - 4x - 4y^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_2 = 12 - 12x$$

$$a_4 = (x^2 + 4x)^2$$

$$a_8 = -(6x^2)$$

$$a_4 - a_2 = 2d \quad x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 12 + 12x = 2d$$

$$a_8 - a_4 = 4d = -6x^2 - x^4 - 8x^3 - 16x^2$$

$$-x^4 - 8x^3 - 22x^2 = 2x^4 + 16x^3 + 32x^2 + 24x - 24$$

$$\begin{cases} |12x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$10x + 5y$$

$$-6 \leq 2x - 3y \leq 6 \quad |k \cdot (-8)$$

$$-4 \leq 3x - 2y \leq 4 \quad |m$$

$$\begin{array}{ccccc|c} 1 & 8 & 18 & 8 & -8 & \\ \hline 1 & 10 & 30 & & & \\ -2 & 1 & 6 & 6 & -4 & 0 \end{array}$$

$$3m - 2k = 10$$

$m=4$
 $k=нен.$

$$3k - 2m = 5$$

$k=8$
 $m=7$

$$x^3 + 6x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$-2 \quad 1 \quad 4 \quad -2 \quad 0$$

~~$$-6 \leq 24y - 16x \leq 6$$~~

$$18x + 2$$

$$21x$$

$$x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$D = 16 + 4 \cdot (-2) = 24$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2}$$

$$\rightarrow -32 \leq 24x - 16y \leq 32 \quad (+)$$

$$-42 \leq 21y - 14x \leq 42 \quad (+)$$

$$\rightarrow 10x + 5y \leq 74$$

$$2x - 3y = -6 \quad | \cdot 3$$

$$3x - 2y = -4 \quad | \cdot 2 \quad x=0$$

$$6x - 9y = -18$$

$$6x - 4y = -8$$

$$\begin{aligned} 5y &= 10 \\ y &= 2 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(m, n) - ? \quad A = m^2 - 4mn + m^2 + 13m - 20n = 17p^2 / 15q^2$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = 17p^2 / 15q^2$$

$$A = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13) = 15q^2$$

$$B = mn(m-2n-2) = 17 \cdot q \quad : 15 \quad : 3/5$$

$$d=10 \rightarrow : 3/5$$

$$36 \quad 16 \quad -24$$

$$20 \quad 10$$

$$m-2n : 3$$

$$m \equiv 2 \pmod{3} \quad n \equiv 1 \pmod{3}$$

$$q < 0 \quad \frac{m-2n}{15} = 15q \rightarrow m-2n+13 = 9$$

$$m-2n = 15q^2 \rightarrow m-2n+13 = -1$$

$$36 - 12\sqrt{6}$$

$$m-2n = 15$$

$$m-2n+13 = 28 - \text{не } q^2 - \text{н/о/ст/б.}$$

$$B = 17 \cdot q$$

$$B = 17 \cdot 25$$

$$B = 15q^2 = mn(m-2n-2) \quad m/n : 5/3$$

$$m-2n-2 > 0$$

$$A = (m-2n)(m-2n+13) = 17p^2$$

$$10 - 4\sqrt{6} - 8 + 4\sqrt{6} = 4$$

$$-6(10 - 4\sqrt{6}) = -60 + 24\sqrt{6}$$

$$17 \quad p^2 - 30$$

$$p \quad 17p \quad 16p = 13$$

$$p^2 \quad 17 \quad p^2 = 4 \Rightarrow p = 2$$