



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 6

1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^{-1}$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии
- $$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$
- | | |
|-----|-----|
| -12 | -16 |
| -14 | -6 |
| -15 | -4 |
| -24 | +36 |
| -36 | +20 |
3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений
- $$\begin{array}{l|ll} 317 & 2 & 122 \\ 102 & 2 & 62 \\ 36 & 2 & 3 \\ 48 & 2 & \\ 24 & 2 & \end{array} \quad \begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt{3y} = 2y^5 - \sqrt{3x} + 4y^2. \end{cases}$$
- | | |
|----------------------|-----|
| 12·4 | 130 |
| 3·5·9·9 ² | |
| 1·15 | |
6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.

$$A = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13) \quad t = 17$$

$$\beta = mn(m-2n-2) \quad 2\sqrt{6}^7$$

$$16+8 = 24 = 2\sqrt{6}^7 \quad \frac{121 \cdot 60 + 60}{4} = 17p^2$$

$$\frac{-4 \pm 2\sqrt{6}^7}{2} = -2 \pm \sqrt{6}^7 \quad t(t+13) = 17p^2$$

$$15 \cdot 121 + 60 \quad 12 - x - k^2 = 6,25$$

$$4 - \cancel{8\sqrt{6}} + \cancel{6} = 8 \quad 4 + \cancel{4\sqrt{6}} + \cancel{6} - 8 - \cancel{4\sqrt{6}} - 2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{1}$

Это простой арифметический прогрессии имеет:

$a_n = a_1 + d(n-1)$, тогда имеет систему:

$$\begin{cases} a_2 = a_1 + d, & (1) \\ a_4 = a_1 + 3d, & (2) \\ a_8 = a_1 + 7d, & (3) \end{cases}, \text{ тогда: } \begin{aligned} (2)-(1) &\Rightarrow a_4 - a_2 = 2d \\ (3)-(2) &\Rightarrow a_8 - a_4 = 4d \end{aligned} \quad | \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2(a_4 - a_2) = a_8 - a_4,$$

$$2((x^2+4x)^2 - 12 + 12x) = -6x^2 - (x^2+4x)^2,$$

$$3(x^2+4x)^2 + 6x^2 + 24x - 24 = 0, \quad | : 3$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 2x^2 + 8x - 8 = 0,$$

$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$ (дл.т. о разложении на множини
множиниа нерівніи кореніи $x = -2$ и нерівніи

ко члене Бюргера $\frac{-1}{-2} \mid \frac{-8}{1} \mid \frac{18}{6} \mid \frac{8}{6} \mid \frac{-8}{0} \mid$

$$(x+2)(x^3 + 6x^2 + 6x - 4) = 0 \text{ (аналогично } x = -2 \text{ - корене,}$$

$$\frac{-1}{-2} \mid \frac{6}{1} \mid \frac{6}{4} \mid \frac{-4}{0} \mid$$

$$(x+2)^2(x^2 + 4x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+2=0, \\ x^2 + 4x - 2 = 0, \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = -2, \\ x = -2 + \sqrt{6}, \\ x = -2 - \sqrt{6}; \end{cases}$$

Оцінки: $\{-2 + \sqrt{6}; -2; -2 - \sqrt{6}\}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓ 2

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases}$$

т.к. обе величины обеих неравенств не отрицаются, то

$$\begin{cases} (2x-3y)^2 \leq 36 \\ (3x-2y)^2 \leq 16 \end{cases}$$

1) решим уравнение:

$$(2x-3y)^2 = 36, \text{ отыщем корни } x$$

$$4x^2 - 12xy + 9y^2 - 36 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{6y + \sqrt{36y^2 - (9y^2 - 36) \cdot 4}}{4} \\ x = \frac{6y - \sqrt{36y^2 - (9y^2 - 36) \cdot 4}}{4} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6y + \sqrt{36 \cdot 4}}{4} \\ x = \frac{6y - \sqrt{36 \cdot 4}}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6y + 12}{4}, \\ x = \frac{6y - 12}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1,5y + 3, \\ x = 1,5y - 3, \end{cases}$$

После решения неравенства будем применять метод корней, т.е. $1,5y + 3 \leq x \leq 1,5y - 3$;

2) решим уравнение:

$$(3x-2y)^2 = 16, \text{ отыщем корни } y$$

$$9y^2 - 12xy + 9x^2 - 16 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{6x + \sqrt{36x^2 - 4(9x^2 - 16)}}{9} \\ y = \frac{6x - \sqrt{36x^2 - 4(9x^2 - 16)}}{9} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{6x + \sqrt{4 \cdot 16}}{9} \\ y = \frac{6x - \sqrt{4 \cdot 16}}{9} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{6x + 8}{9}, \\ y = \frac{6x - 8}{9}; \end{cases} \text{ аналогично}$$

решим неравенства будем применять метод корней, т.е. $1,5x - 2 \leq y \leq 1,5x + 2$;



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Многа получаем систему:

$$\begin{cases} 1,5y - 3 \leq x \leq 1,5y + 3 \\ 1,5x - 2 \leq y \leq 1,5x + 2 \end{cases}$$

суммируем первые части, тогда:

$$1,5y + 1,5x - 5 \leq x + y,$$

$$0,5y + 0,5x \leq 5 \Rightarrow x + y \leq 10;$$

аналогично суммируем вторые части:

$$x + y \leq 1,5y + 1,5x + 5,$$

$$-10 \leq x + y;$$

значит, что: $\begin{cases} 1,5y - 3 \leq x \\ 1,5x - 2 \leq y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1,5(1,5x - 2) - 3 \leq 1,5y - 3 \leq x \\ 2,25x - 3 - 3 \leq x \end{cases}$

$$1,25x \leq 6$$

$$5x \leq 24$$

значит, что: $\begin{cases} x \leq 1,5y + 3, \\ y \leq 1,5x + 2 \end{cases} \Rightarrow x \leq 1,5y + 3 \leq 1,5(1,5x + 2) + 3, \\ x \leq 2,25x + 6$

$$-6 \leq 1,25x,$$

$$-24 \leq 5x, \text{ тогда}$$

получаем, что: $\begin{cases} -10 \leq x + y \\ -24 \leq 5x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -50 \leq 5x + 5y \\ -120 \leq 5x - 24 \leq 5x \end{cases} \Rightarrow -74 \leq 10x + 5y -$
одинака



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Приведите пример:

$$x = -4, 3, y = -5, 2,$$

$$1) 10x + 5y = -48 - 26 = -74,$$

$$2) |-0,6 + 3 \cdot 5,2| = 6 \leq 6$$

\Rightarrow такой пример подходит

$$3) |-14,4 + 10,4| = 4 \leq 4$$

Ответ: -74.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3}$$

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = \\ = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m-2n-2)$$

Разберём оба случая:

1) $A = 17p^2$, $B = 15q^2$, нужно $m-2n = t$, тогда:

$A = t(t+13)$, т.к. $t+13$ -натуральное число \Rightarrow помимо единицы есть одна из этих нумеров должна быть четной, а, т.к. 17×2 , то $p^2 : 2$, а умножившись простые числа, бывают только четные числа $- 2$, тогда $p=2$:

$$(m-2n)(m-2n+13) = 17 \cdot 4, \text{ тогда получается } 68,$$

т.к. $m-2n = 68$ $m-2n = 4$, тогда:

$$\frac{m-2n+13}{m-2n} = 1 \Rightarrow B = mn(4-2) = 2mn = 15q^2, \text{ тогда}$$

получим дополнительное условие $q : 2 \Rightarrow q_1 = 2$, тогда:

$$\begin{cases} mn = 30 \\ m-2n = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (4+2n)n = 30 \\ m = 4+2n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2n^2 + 4n - 30 = 0 \\ m = 4+2n \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 3 \\ n = -5 \notin N \\ m = 4+2n \end{cases} \Rightarrow n = 3, m = 10;$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) $A = 15q^2$, $B = 17p^2$:

$A = (m-2n)(m-2n+13) = 15q^2$, аналогично (1), $q:2 \Rightarrow$

$\Rightarrow q = 2$, тогда:

$(m-2n)(m-2n+13) = 60$, перебором все возможные

делимели 60: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60,

$60 = 60 \cdot 1 = 30 \cdot 2 = 20 \cdot 3 = 15 \cdot 4 = 12 \cdot 5 = 10 \cdot 6$, означает
также, что не существует пары чисел, делящих
60, различий между которыми равна 13 ($m-2n+13-m+2n=$
 $= 13$) \Rightarrow такой пары нет;

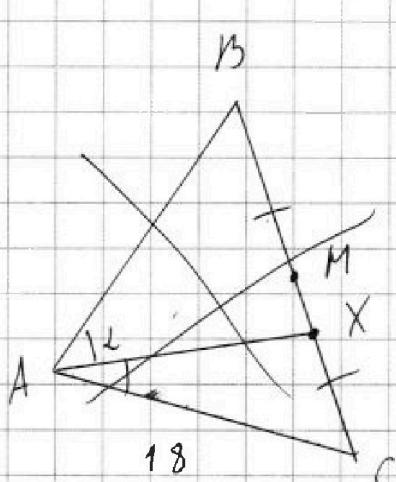
Ответ: $n = 3$, $m = 10$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

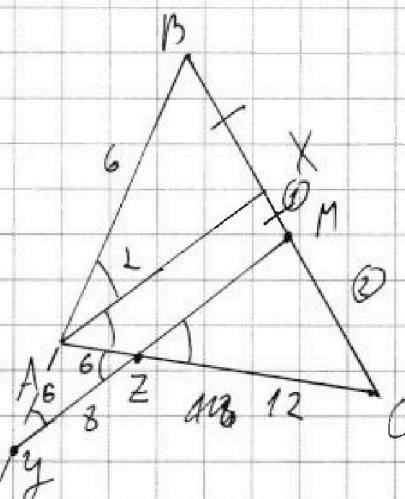
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



\sqrt{y}



$$\text{По Т. Балка: } \frac{|BX|}{|XM|} = \frac{|AB|}{|AY|} \quad \text{и} \quad \frac{|XM|}{|AZ|} = \frac{|MC|}{|ZC|} \Leftrightarrow \frac{|XM|}{6} = \frac{|MC|}{12}$$

$$\Rightarrow \frac{|XM|}{|MC|} = \frac{1}{2}, \quad (\widehat{BAX} = \widehat{XAC} = 2)$$

Ит.к. $(XA) \parallel (YM)$, то $\widehat{XAZ} = \widehat{MZC} = 2$, как однозначные,

тогда $\widehat{AZY} = \widehat{MZC} = 2$, как биссектрисы, а

$$\widehat{YAZ} = 180^\circ - \widehat{BAC} = 180^\circ - 22 = 180^\circ - \widehat{AYZ} + \widehat{AZY} + \widehat{YAZ} -$$

$$= 180^\circ - 22 + 2 \cdot \widehat{AYZ} \Rightarrow \widehat{AYZ} = 2 \Rightarrow \triangle AZY - \text{锐角三角形};$$

и.о. $|AY| = |AZ| = 6$, пусть $|AB| = x$, тогда по Т. о. биссектрисе

$$\frac{|BX|}{|XC|} = \frac{|AB|}{|AC|} = \frac{x}{18}, \quad \text{тогда запишем Т. Массона для}$$

$\triangle ABC$ и $\triangle MZY$:

$$\frac{|BX|}{|XC|} \cdot \frac{|CZ|}{|AZ|} \cdot \frac{|AY|}{|YB|} = x \Rightarrow \frac{x}{18} \cdot \frac{12}{8} \cdot \frac{6}{x+6} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6x = 8x + 48$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $|BC| = 2y$, тогда $|BM| = 2y$, $|XM| = \frac{|MC|}{2} = y$,
тогда: $\frac{|BX|}{|XM|} = \frac{|BM|-|XM|}{|XM|} = \frac{2y-y}{y} = 1 \Rightarrow |BX| = |XM|$,
м.н. $(AX) \parallel (YM)$ и x -прямая BM

тогда (AX) - симметричные линии между параллельных YM \Rightarrow

$$|YA| = |AB| = 6;$$

$$\text{Угол } \angle AYZ \text{ по Т. косинусов: } \cos \widehat{YAZ} = \frac{36 + 36 - 64}{2 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$$

$= \frac{1}{3}$, тогда \widehat{YAZ} - угол между T . косинусов для $\triangle ABC$:

$$\widehat{BAC} = 180^\circ - \widehat{YAZ} \Rightarrow \cos \widehat{BAC} = -\cos \widehat{YAZ} = -\frac{1}{3}, \text{ тогда:}$$

$$\begin{aligned} |BC| &= \sqrt{|AB|^2 + |AC|^2 - 2 \cos \widehat{BAC} \cdot |AB| \cdot |AC|} = \\ &= \sqrt{36 + 324 + 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 18} = \sqrt{384} = \\ &= 12 \cdot \sqrt{3} = 8\sqrt{6}; \end{aligned}$$

Ответ: $8\sqrt{6}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2 \sqrt{12 - x - y^2} & (1) \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2 & (2) \end{cases}$$

Из второго уравнения, что $x, y \geq 0$, тогда:

$$2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2$$

$$2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x} = 2y^5 + 4y^2 - \sqrt[4]{3y}$$

Всегда ли функция $f(t) = 2t^5 + 4t^2 + \sqrt[4]{3t}$,

при $t \geq 0$: $2t^5$ монотонно возрастает, $4t^2$ также

монотонно возрастает и $\sqrt[4]{3t}$ монотонно

возрастает, тогда $f(t)$ монотонно возрастает при $t \geq 0$, тогда значение этой

функции в точке x и y может быть равно

тогда и только тогда, когда $x = y$, тогда получим

(1) при $x = y$:

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2 \sqrt{12 - x - x^2}, \text{ тогда } \sqrt{x+y} = a \geq 0$$

$$\sqrt{3-x} = b \geq 0, \text{ тогда } \sqrt{12 - x - x^2} = ab \geq 0,$$

$$a - b + 5 = 2ab, \text{ при } x \geq 0: x+4 \geq 3-x, \text{ тогда}$$

$$a + 5 = 2ab + b, \text{ все члены уравнения положительны}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 + 10a + 25 = 4a^2 - 6^2 + 4a \cdot 6^2 + 6^2$$

№ 14 Найдите ϑ :

$$\begin{cases} x+4 \geq 0 \\ 5x-3 \geq 0 \\ 12-x-x^2 \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ x \leq 3 \\ x \in [-4; 3] \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [0; 3]$$

Проверка:

$$\sqrt{x+4} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2} + \sqrt{3-x}, \text{ значит,}$$

что при $x \in [0; 3]$: $x+4 \geq 0$, $3-x \geq 0$, $12-x-x^2 \geq 0$,

может существовать единственный корень уравнения,

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{(x+4)(3-x)}.$$

Пусть $\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 0 \Leftrightarrow 0, \text{ т.к. } x \in [0; 3]: x+4 \geq 3-x \Rightarrow x \geq 0,5$

$$\Rightarrow a = \frac{x+4+3-x-2\sqrt{(x+4)(3-x)})}{2} = 7 - 2\sqrt{(x+4)(3-x)},$$

может получиться: $a + a^2 - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=1, \\ a=-2 < 0, \end{cases}$ тогда:

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 1,$$

$$x+4 - 2\sqrt{(x+4)(3-x)} + 3-x = 1 \Rightarrow \sqrt{(x+4)(3-x)} = 3,$$

$$\begin{aligned} -x^2 - x + 12 &= 9 \\ \Leftrightarrow x^2 + x - 3 &= 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} < 0 \end{cases} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}, \text{ т.к. } x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2};$$

$$\text{тогда: } \left(\frac{-1 + \sqrt{13}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \right).$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

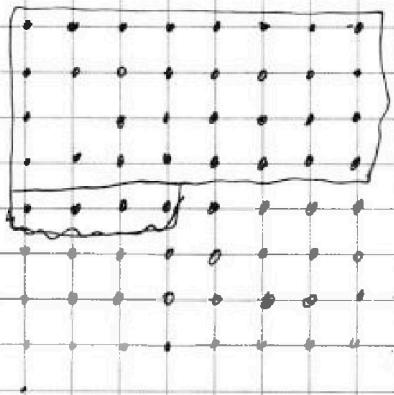
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓ 6

Задача 6

1) Выбираем две точки симметрически отраженные
одной -
чтобы , тогда при ~~одной~~ изображении пяти
обрате (т.е. повернут на $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$) мы
получим две различные пятиугольники, без

$$\text{таких пятиугольников } \frac{3 \cdot 8}{2} = 32$$



(берем одну точку и симметрически
ее , из, т.е., повернув её , мы
получим две различные, что
пятиугольники раскраски $\frac{32}{2} = 16$,

2) Выбираем две точки симметрически отраженные
одной -
чтобы , тогда при ~~одной~~ изображении пяти
обрате (т.е. повернут на $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$) мы
получим пятью и различные пятиугольники,
а без таких раскрасок $\frac{64 \cdot 63}{2} = 32$ - ~~одинаковые~~ а различные
 $\frac{64 \cdot 63}{4} = 32$ из за возможного изображения
четыре различные раскраски при изображении,
когда одна из которых пятиугольник раскрасок



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \frac{\cancel{64} \cdot 63}{4} - \frac{\cancel{32}}{4} + \frac{32}{2} = \frac{\cancel{64} \cdot 63}{4} + 32 = \frac{32 \cdot 63 + 32}{4} =$$

$$= 3 \cdot 63 + 8 = 512$$

Ответ: 512.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 2x - 3y \leq 6 \\ 2x - 3y \geq -6 \\ 3x - 2y \leq 4 \\ 3x - 2y \geq -4 \end{cases}$$

\Rightarrow

$$5x - 5y \leq 10$$

$$10x + 5y = 0$$

$$5x - 5y \geq -10$$

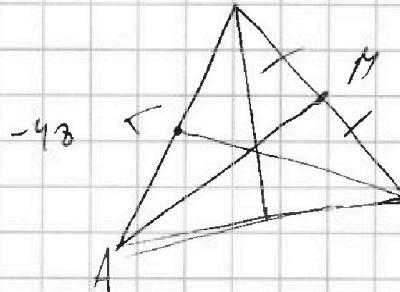
$$y = \frac{a}{5} - 2x$$

$$x - y \leq 2$$

$$x - y \geq -2$$

$$y = 2 - x$$

B



$$x - y = 2$$

$$3x - 2y \leq 4$$

$$2x - 3y \leq 6$$

$$x + y \leq -2$$

$$3x - 2y \geq -4$$

$$2x - 3y \geq -6$$

$$x + y \geq 2$$

$$3x - 2y = 4$$

$$y = \frac{3}{2}x - 2$$

30.2

$$2x \leq 6 + 3y$$

$$y \cdot 17$$

$$2x - 3y \leq 6 \quad | \cdot 3$$

$$3x - 2y \leq 4 \quad | \cdot 2$$

$$2x - 3y = 6$$

$$y = \frac{2}{3}x - 2$$

$$2x - 3y = -6$$

$$6x - 9y \geq -18$$

стекущ

$$3y = 2x + 6$$

$$4x - 6y \geq -12$$

$$y = \frac{2}{3}x + 2$$

$$8x - 6y \geq -4$$

$$60 - 5y \leq 10$$

$$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$y \geq -2$$

$$4x - 6y \geq -12$$

$$\boxed{\begin{array}{l} x = -4,8 \\ y = -5,2 \end{array}}$$

$$9x - 6y \geq -48 \quad x = 24$$

$$-5x \geq 30 \quad y = -34$$

$$-5x \geq 2y = 3x + 4$$

$$x \leq 0$$

$$-48 - 26$$

$$-74$$

$$y = \frac{3}{2}x + 2$$

$$\frac{3}{2}x + 2 = \frac{2}{3}x - 2$$

$$24$$

$$9x + 12 = 8x - 12$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} = 2 \sqrt{12-x-y^2}$$

$$\sqrt{x+4} = a$$

$$a - b + 5 =$$

$$x - 2y = 2$$

$$\sqrt{3-y} = b$$

$$x - 2y = -2$$

$$2x - y = 1$$

$$2x - y = 1$$

$$2x^5 - 2y^5 + 4x^2 - 4y^2 + \sqrt[4]{3x} - \sqrt[4]{3y} = 0 \quad y = \frac{x}{2} - 1$$

$$2(x^5 - y^5) + 4(x^2 - y^2) + \sqrt[4]{3}(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y}) = 0 \quad y = \frac{x}{2} + 1$$

$$2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt[4]{3y} \quad y = 2x + 1$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = a \quad \frac{x}{2} + 1 = 2x + 1$$

$$x = y$$

$$(2x - 3y)^2 \leq 36 \quad 1,5x - 2 \leq y \leq 1,5x + 2$$

$$(3x - 2y)^2 \leq 16 \quad 3y - 6 \leq x \leq 3y + 6$$

$$9x^2 - 12xy + 9y^2 \leq 36 \quad 3y - 6 + 1,5x - 2 \leq x + y$$

$$9x^2 - 12xy + 9y^2 - 36 \leq -0,5x - 2y$$

$$\Delta = 144y^2 - 36y^2 - (9y^2 - 36) \cdot 4 = 144$$

$$x = \frac{12y \pm 12}{2} = 3y \pm 6 \quad 3y - 6 \leq x \leq 3y + 6$$

$$9x^2 - 12xy + 9y^2 - 16 \leq 0 \quad x$$

$$\Delta = 36x^2 - (9x^2 - 16) \cdot 4 = 64$$

$$y = \frac{6x \pm \Delta}{4} = 1,5x \pm 2$$

$$a^2 = x+4 - 2\sqrt{(x+4)(3-x)} + 3x$$

$$1,5x - 2 \leq y \leq 1,5x + 2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 \cdot ad = 12 - 12x$$

$$-6x^2 - (x^2 + 4x)^2 = 2(x^2 + 4x)^2 - 24 + 24x$$

$$a_1 \cdot 3ad = (x^2 + 4x)^2$$

$$3(x^2 + 4x)^2 + 6x^2 - 24 + 24x$$

$$a_1 + 7ad = -6x^2$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 2x^2 - 3 + 3x$$

$$-6x^2 - (x^2 + 4x)^2 = 4d$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 2x^2 - 3 + 3x$$

$$(x^2 + 4x)^2 - 12 + 2x = 2ad$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 2x^2 - 3 + 3x = 0$$

$$-6x^2 - (x^2 + 4x)^2 = 2(x^2 + 4x)^2 - 24 + 4x$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ -2 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ 4 \\ -2 \\ 0 \end{array}$$

$$3(x^2 + 4x)^2 + 6x^2 + 4x - 24 = 0$$

$$\begin{array}{r} -1 \\ -2 \\ -3 \\ -4 \\ -5 \\ -6 \\ -7 \\ -8 \\ -9 \end{array}$$

$$3x^4 + 24x^3 + 48x^2 + 6x^2 + 4x - 24 = 0$$

$$13$$

$$3 - 24 + 5 4 - 4 - 24$$

$$-1 (-2) -4 -8$$

$$48 - 192 + 216 - 16 - 24$$

$$4 - 3 + 18 - 3 - 8$$

$$5 \cdot \frac{1}{21} + 24 \cdot \frac{8}{27} + 54 \cdot \frac{1}{18} + 16 \cdot \frac{1}{9} - \frac{4}{3} - 24$$

$$16 - 64 + 72 - 16 - 8$$

$$\frac{1}{27} - \frac{8}{9} + 6 - \frac{4}{3} - 24$$

$$83 - 83 = 0$$

$$3 \cdot 81 - 24 \cdot 27 + 54 \cdot 9 - 12 - 24$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ -2 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ 6 \\ 6 \\ -4 \\ 0 \end{array}$$

$$243 - 648 + 486 - 12 - 24 \quad (x+2)(x^3 + 6x^2 + 6x - 4)$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 27 \\ \hline 168 \\ 48 \\ \hline 648 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -3 + 24 - 12 - 4 \\ (x+2)^2 (x^2 + 4x - 2) \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$a_2 = a_1 + d = 12 - 2x \quad | \cdot 7 \quad 7a_1 + 7d = 84 - 14x$$

$$a_1 + 3d = (x^2 + 4x)^2$$

$$a_1 + 7d = -6x^2$$

$$6a_1 = 6x^2 + 14x + 84$$

$$2d = -12 + 2x + (x^2 + 4x)^2$$

$$6a_1 = 6x^2 - 14x + 84$$

$$3d = x^4 + 8x^3 + 16x^2 - x^2 + \frac{7}{3}x - 14$$

$$x^4 + 8x^3 + 15x^2 + \frac{7}{3}x - 14$$

$$a_1 + d = x^2 - \frac{7}{3}x + 14 - 6 + x + \frac{(x^2 + 4x)^2}{2} = 12 - 2x$$

$$\cancel{3x^2} - \cancel{7x} + 26 - 5$$

6.2

$$72 - 12x = 6x^2 - 14x + 84 - 36 + 6x + (x^2 + 4x)^2$$

$$72 - 12x = 6x^2 - 14x + 84 - 36 + 6x + x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 22x^2 + 4x - 24 = 0 \quad -1 \quad -2 \quad -3 \quad -4$$

$$1 - 3 + 2 - 2 - 4 - 24$$

$$-6 - 8 - 12 - 24$$

$$16 - 64 + 83 - 8 - 24$$

$$\frac{3 \cdot 7}{2} -$$

~~124~~

$$31 - 8 \cdot 27 + 22 \cdot 4 - 12 - 24 = 0 \quad 31 - 216 + 158 - 12 - 24$$

$$12 - 2x + 6d = -6x^2$$

$$6x^2 - 2x + 12 = -6d$$