



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен  $3x + 3$ , пятый член равен  $(x^2 + 2x)^2$ , а девятый равен  $3x^2$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $4y + 8x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$  и  $B = m^2n + mn^2 - 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $8 \times 8$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 10$ ,  $AN = 8$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a_0$  - перв. чл. прогр.,  $k$  - шаг прогр.  $(N1)$

$$\begin{cases} 3x+3 = a_0 + 2k = a_3 \\ (x^2+2x)^2 = a_0 + 4k = a_5 \\ 3x^2 = a_0 + 3k = a_6 \end{cases}$$

$$a_5 - a_3 = 3(a_5 - a_3)$$

$$3x^2 - 3x - 3 = 3(x^2 + 2x)^2 - 3x - 3$$

$$x^2 - x - 1 = x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$(x+1)^2(x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$I: x = -1 \quad \downarrow \quad x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+8}}{2} = -1 \pm \sqrt{3} \Rightarrow \pm\sqrt{3} - 1 = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \text{ или } \frac{-\sqrt{3}-1}{2}$$

тогда I: члены прогр. будут:  
0; 1; 3 - состав

II:  $3\sqrt{3}$ ; 4;  $12 - 6\sqrt{3}$  - состав

III:  $-3\sqrt{3}$ ; 4;  $12 + 6\sqrt{3}$  - состав

ответ: 1;  $-\sqrt{3}-1$ ;  $\sqrt{3}-1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(N2)

$|x-3y| \leq 3$  — область между прямыми  $x-3y=3$  и  $x-3y=-3$

$y = \frac{x}{3} - 1$        $\begin{matrix} x & y \\ 0 & -1 \\ 3 & 0 \end{matrix}$

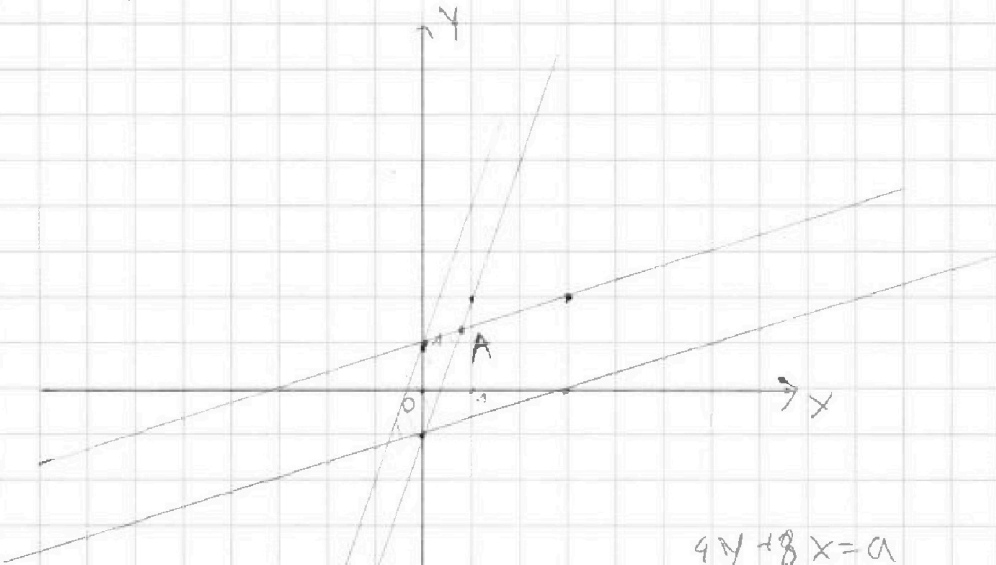
$y = \frac{x}{3} + 1$        $\begin{matrix} x & y \\ 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{matrix}$

аналог  $|3x-y| \leq 1$  —  $3x-y=1$  и  $3x-y=-1$

$y = 3x - 1$        $\begin{matrix} x & y \\ 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{matrix}$

$y = 3x + 1$        $\begin{matrix} x & y \\ 0 & 1 \\ 1 & 4 \end{matrix}$

нужно пересек. эти области



$4y + 8x = a$   
 $y = -\frac{2}{8}x + \frac{a}{4}$  — прямая  $y = -2x$

Со связью на  $a$ -тах  $a$ ,  
 Когда прямая имеет пересек  
 с полукр. частью — когда

прямая проходит через  $A$

$A$  — пересек  
 $y = 3x - 1, y = \frac{x}{3} + 1$

$3x - 1 = \frac{x}{3} + 1, 9x - 3 = x + 3, 8x = 6, x = \frac{3}{4}$

$\Rightarrow y = \frac{3}{4} + 1 = \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4} \Rightarrow 4y + 8x = 4 \cdot \frac{5}{4} + 8 \cdot \frac{3}{4} = 5 + 6 = 11$

Отв: 11

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(m+n)(m+n)+1 - 9(mn) = (m+n)(m+n-9)$  — член (м.к.р.о.м.ой) N3  
 $A'' \quad mn(m+n-3) \quad m, n - \text{н.н.}$   $\Rightarrow q=2$   
 $a \pm m+n \quad 75 \text{ или } 13$   
 $a(a-9) = k \cdot 2^2, \quad a^2 - 9a - k \cdot 2^2 = 0$   
 $a = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 16k}}{2} \quad 1) k=75: 81 + 16 \cdot 75 = 81 + 1200 = 1281$   
 $\uparrow$   
 $m+n - \text{кат} \Rightarrow \text{су. хом.}$   
 $\text{чтобы было квадратом}$

$\sqrt{1281} > 30$   
 $\downarrow$   
 $40$   
 $\sqrt{1281} : 3 \Rightarrow \text{можно быть } 33, 36, 39$   
 $\text{не закр. на}$

$39^2 = 1521 \Rightarrow k \pm 75 \Rightarrow k = 13$

$2) k=13 \quad 81 + 16 \cdot 13 = 81 + 208 = 289 = 17^2 \Rightarrow m+n = \pm 17$   
 $\text{назв. } \Rightarrow 14$

~~$mn(17-3) = 75 \cdot 2^2$~~

~~$mn \cdot 14 = 75 \cdot 2^2, \quad 2 \cdot 7 \cdot mn = 5 \cdot 3 \cdot 4^2$~~

$\Rightarrow a = \frac{9 \pm 17}{2} = \frac{9+17}{2} = \frac{26}{2} = 13 = m+n$   
 $\text{м.к. уд. или кат}$

$\Rightarrow mn(m+n-3) = mn(13-3) = 10mn = 75 \cdot 2^2 \quad /:5$

$2mn = 15 \cdot 2^2 \Rightarrow q=2 \Rightarrow 2mn = 60 \Rightarrow mn = 30$

$(13-n)n = 30; \quad 13n - n^2 = 30; \quad n^2 - 13n + 30 = 0; \quad n = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 4 \cdot 30}}{2} =$   
 $= \frac{13 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{13 \pm 7}{2} = \begin{cases} 10 \\ 3 \end{cases} \Rightarrow m = \begin{cases} 3 \\ 10 \end{cases}, \text{ м.к. б.с.}$

$\Rightarrow m = \begin{cases} 3 \\ 10 \end{cases}, \text{ м.к. б.с.}$

целые от м.к. б.с.  $\Rightarrow$  отв. (10, 3)

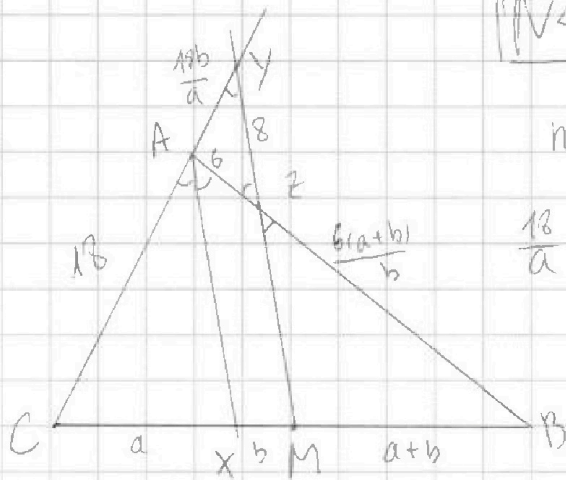


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



V4

пусть  $(x=a; XM=b) \Rightarrow MB=a+b$

$$\frac{18}{a} = \frac{AC}{XC} = \frac{AY}{XM} \quad (AX \parallel MY)$$

$$\Rightarrow AY = \frac{18b}{a}$$

$$\angle CAX = \angle XAB = \angle BZM$$

$\parallel (AX \parallel ZM)$

$\parallel (AY \parallel ZM)$

$$\angle AYZ = \angle AZY$$

$$AX \parallel ZM \Rightarrow \frac{AZ}{XM} = \frac{ZB}{MB} = \frac{6}{b}$$

$$AYZ - \text{прям. } \Delta \Rightarrow AY = \frac{18b}{a} = 6$$

$$\Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{a}{b} = 3$$

$$\Rightarrow ZB = \frac{6(a+b)}{b} = 6 \cdot 6 \cdot \frac{4}{b} = 6 + 6 \cdot 3 = 24 \Rightarrow AB = 6 + 24 = 30$$

м. COS  $\Delta AYZ$

$$8^2 = 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6^2 \cos \angle YAZ \quad | : 6$$

$$8 = 9 - 9 \cos \angle YAZ \Rightarrow \cos \angle YAZ = \frac{1}{9} \Rightarrow \cos \angle CAB = (\cos 180^\circ - \angle YAZ) =$$

$$= -\cos \angle YAZ = -\frac{1}{9}$$

м. COS  $\Delta ABC$ :  $BC^2 = 18^2 + 30^2 - 2 \cdot 18 \cdot 30 \left(-\frac{1}{9}\right) = 18^2 + 30^2 + 4 \cdot 30$

$$\Rightarrow 324 + 900 + 120 = 324 + 1020 = 1344 \Rightarrow BC = \sqrt{1344}$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{1344}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

**N 6**

могли

Каждые 2 точки ~~могли~~ посчитаны max 8 раз

(4 поворота и порядок поворота)

Выберем любую точку, а затем любую из оставшихся:  $9 \cdot 8 \cdot (9 \cdot 8 - 1)$ , тогда

Тогда найдем, какие пары посчитали  $< 8$ .

П.к. точки не совпадают, порядок поворота ~~вар.~~ надо учесть у любой пары  $\Rightarrow$  пары, которые мы посчитали  $< 8$  раз - посчитали так только из-за того, что при повороте точки совпали с ~~той~~ ~~уже~~ уже посчитанными ~~вар.~~ при другом повороте.

Заметим, что при 1 или 3 поворотах не могли ~~быть~~ совпасть. Введем координаты через середины отрезка

$x, y$

$(x_1, y_1)$  - 1 точка,  $(x_2, y_2)$  - 2 точка

4 точки не ~~могут~~ пересекаться

(или в ~~центре~~, иначе т. 2 точка  $\Rightarrow$ )

$\Rightarrow$  обе в центре.

Тогда пусть  $x'$  - то же что ~~пересек~~  $x$ , после 1 поворота.

$x' = y$ ;  $y' = -x$ , пусть 1 (3) поворота:

$\Rightarrow x'_1 = y_1 = x_2$   $\Rightarrow y_1 = x_2 = 0$ , иначе

~~$x'_2 = -y_2 = y_1$~~   $x_1 = y_2 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$  точки совпали  $\Rightarrow$  противор.

$(x_1, y_1)$

$(0, 0)$

$(y_1, -x_1)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

тогда только <sup>при</sup> 2-х поворотах точки могут совпасть

$$X'' = Y' = -X$$

$$Y'' = -X' = -Y, \text{ т.е. } X_1'' = X_1 = X_2 \quad \text{— тогда по 2-м поворотам}$$

$$Y_1'' = -Y_1 = Y_2 \quad \text{— тогда по 2-м поворотам}$$

(т.к. поворот с радиусом 62 совпадут)

— тогда по 2-м поворотам

всего таких пар  $9 \cdot 9 - 1$ , т.к. для каждой точки, кроме

$(0,0)$  есть <sup>еще</sup> совпадающая точка:  $X_1 = -X_2$   
(и не совпадающая с ней)  $Y_1 = -Y_2$

тогда: <sup>на самом деле</sup> ~~вариантов:~~

$$9 \cdot 9 \cdot (9 \cdot 9 - 1) - 4 \cdot (9 \cdot 9 - 1) + 9 \cdot 9 - 1 =$$

$$= \frac{81 \cdot 80 - 4 \cdot 80}{8} = 85 \cdot 10 + 80 = 850 + 80 = 930$$

← Не зачёркивать

Ответ: 930 Тогда в любом случае каждый вариант

считаем по 2 (по 2-м поворотам) попарно, разделим

$$\frac{9 \cdot 9 \cdot (9 \cdot 9 - 1)}{2} = 81 \cdot 40$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$mn \quad (mn \text{ и } m+n=3)$$

$$75 = 5 \cdot 15 = 25 \cdot 3 = 5^2 \cdot 3$$

$$m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n =$$

$$= (m+n)(m+n) - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

~~mn~~

$$mn = 3 \cdot 25$$

$$\left. \begin{array}{l} m+n=3 \\ mn=75 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} p=3 \\ q=3 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 45 \\ 16 \\ \hline 45 \\ 15 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13 \cdot 9$$

$$a(a-9) = 13 \cdot 9$$

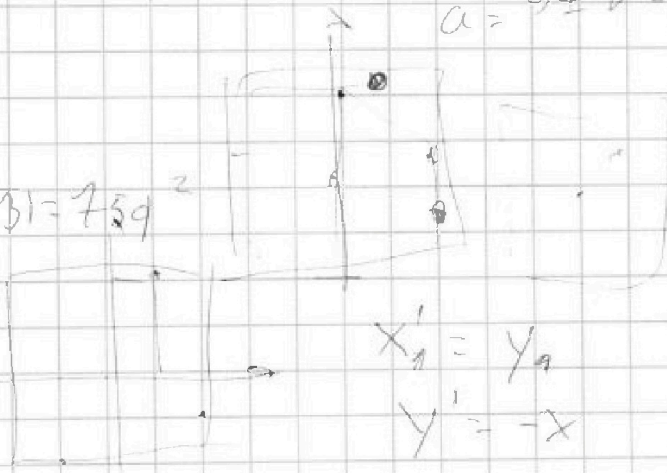
$$a^2 - 9a - 13 \cdot 9 = 0$$

$$a = 9 \pm \sqrt{81 + 4 \cdot 13 \cdot 9} = 9 \pm \sqrt{4281}$$

$$m=3$$

$$mn(m+n-3) = 75 \cdot 9^2$$

$$3 \cdot n = 5 + n = 46$$



$$\begin{aligned} X_1' &= Y_1 \\ Y_1' &= -X_1 \end{aligned}$$

$$X'' = Y_1' = -X_1$$

$$Y_1'' = -X_1' = -Y_1$$

$$X_2 = -X_1 = X_2$$

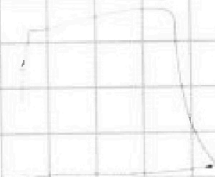
$$Y_2 = -Y_2$$

$$X_1' = Y_1 = X_2$$



$$Y_2' = X_1 - X_2 = Y_1$$

$$Y_1'' = -X_1 = -Y_2$$







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3x+3=a_1$$

$$(x^2+2x)^2 = a_1 + 2/k = 3x+3+2k$$

$$3x^2 = 3x+3+6k$$

$$\begin{cases} (x^2+2x)^2 = 3x+3+2k \\ 3x^2 = 3x+3+6k \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^4 + 4x^3 + 4x^2 = 3x+3+2k \\ 3x^2 = 3x+3+6k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2(x+2)^2 = 3x+3+2k \\ 3x^2 = 3x+3+6k \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x^2(x+2)^2 = 3x+3+2k \\ x^2 = x+1+2k \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+1+2k) \cdot (x+2)^2 = 3x+3+6k \\ 3x^2 = 3x+3+6k \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x^2 + x - (2k+1) &= 0 \\ x &= \frac{-1 \pm \sqrt{1+4(2k+1)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5+8k}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x+1+2k)(x^2+4x+4) &= x^3+4x^2+4x+2kx^2+8kx+4kx+4k \\ &= x^3 + (4+2k)x^2 + (4+10k)x + 4k \\ &= x^3 + (4+2k)x^2 + (5+10k)x + (2+10k+4k^2) \end{aligned}$$

$$5x^2 + (12k+7)x + (4k^2+10k+2) = 0$$

$$5x^2 + (12k+7)x + (4k^2+10k+2) = 0$$

$$x-3y = 3/1-3$$

$$y = \frac{x}{3} \pm 3$$

X	Y	Y <sub>0</sub>
0	3	-3
3	4	-2

$$3x - y = \pm 1$$

$$y = 3x \pm 1$$

X	Y	Y <sub>0</sub>
0	1	-1
1	4	2

$$4y+8x$$

$$\begin{aligned} x+2y &= a \\ y &= \frac{x+2a}{2} \end{aligned}$$

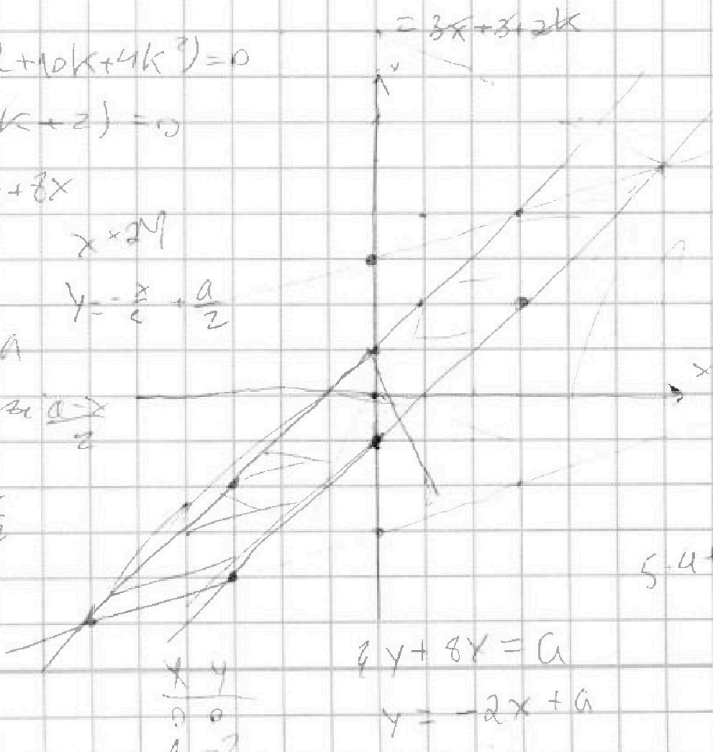
$$y = -\frac{x}{2}$$

X	Y
0	0
2	-1

X	Y
0	0
1	-2

$$2y+8x = a$$

$$y = -2x + \frac{a}{2}$$



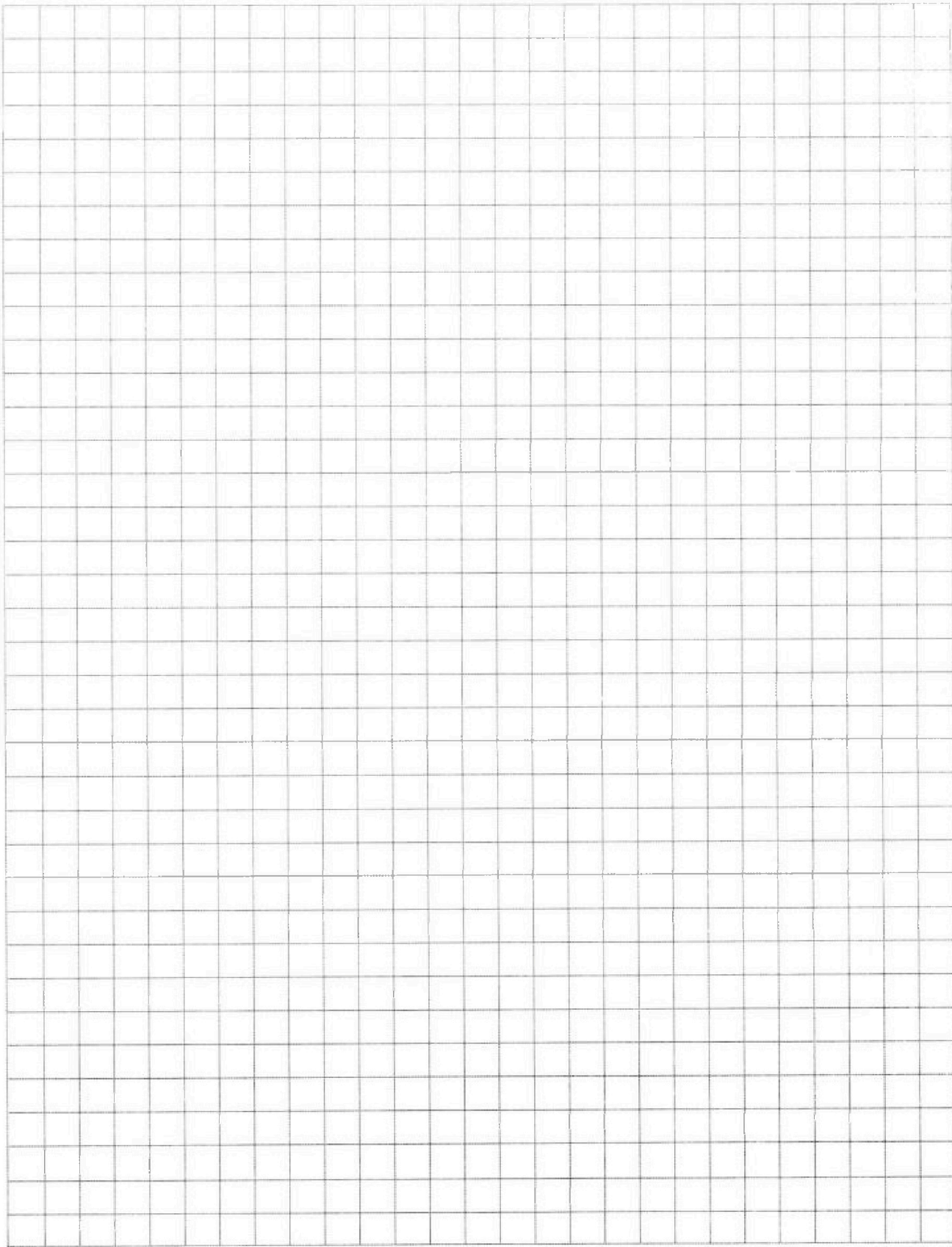


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



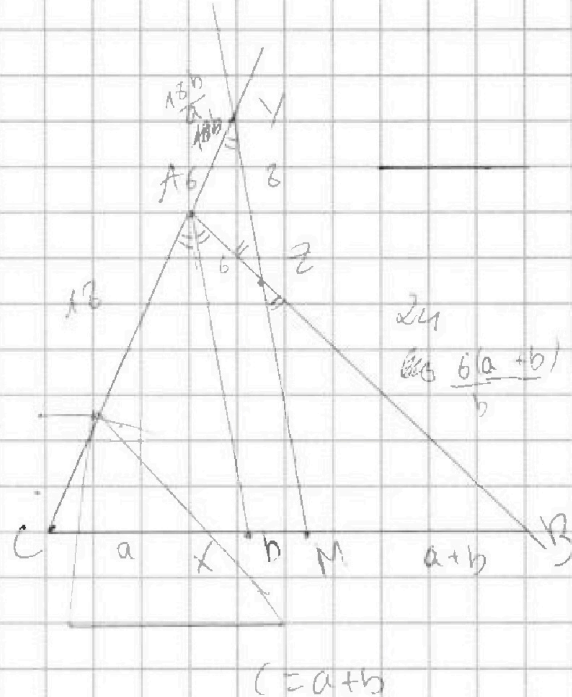
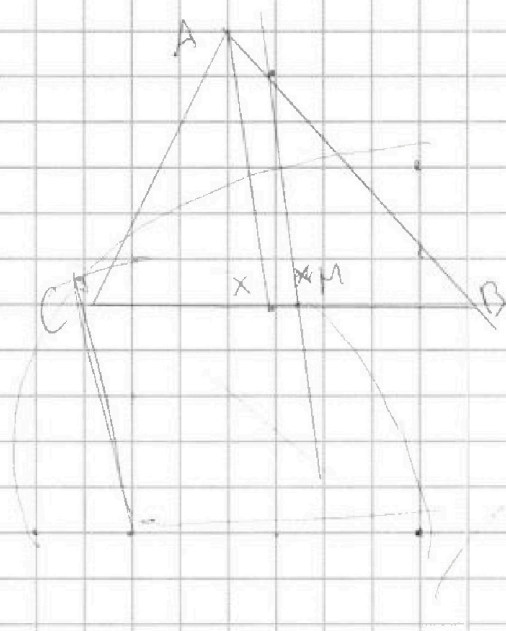


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$6 \cdot 6 = 36$

$6 \cdot \frac{6(a+b)}{b} = 6 + \frac{6a}{b}$

$6 = \frac{18b}{a} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1}{3} = \frac{a}{9} \Rightarrow$

$36 + 36 = 72$

$2 \cdot 2 \cdot 2^2$

$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2 \cdot 16 = 32$

$26^2 = 2$

$8^2 = 2 \cdot 6^2 - 2 \cdot 2 \cdot 6^2 \cdot \cos 2$

$64 = \frac{144}{42} - \frac{144}{70} \cdot \cos 2 \quad | : 144$

$8 = 9 - 9 \cos 2, \quad \cos 2 = \frac{1}{9}$

$\cos(180-2) = -$

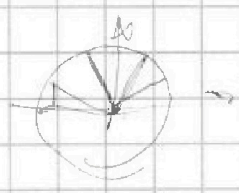
$29 \cdot 20 = 580$

$50 \cdot 50 = 2500$

$40 \cdot 40 = 1600$

$30 \cdot 30 = 900$

$$\begin{array}{r} 32 \\ 32 \\ \hline 64 \\ 96 \\ \hline 1024 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 18 \\ \hline 108 \\ 108 \\ \hline 1080 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1300 \\ - 12 \\ \hline 1288 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ 612 \\ \hline 1224 \end{array}$$

334  
167



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\pm 3\sqrt{3} - 3 + 3 = \pm 3\sqrt{3}$$

$$(3 \pm 2\sqrt{3} + 2 \cdot (\pm\sqrt{3} - 1))^2 =$$

$$= (3 - 2)^2 = 1$$

$$+ \sqrt{3} - 1$$

$$3(\pm\sqrt{3} - 1)^2 =$$

$$= 3(3 \pm 2\sqrt{3} + 1) =$$

$$3(4 \pm 2\sqrt{3}) = 12 \pm 6\sqrt{3}$$

$$\pm 3\sqrt{3} \quad 1 \quad 12 \pm 6\sqrt{3}$$

$$\pm (1 \pm 3\sqrt{3}) \quad + 12 \pm 6\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 5 \text{ пар } \sqrt{1281}$$

$(x_1, y_1)$

$$< 40$$

$$> 30$$

$$x_2 \rightarrow 33 \quad 36$$

$$x_1' = y_1 \quad 39$$

$$x_1 = y_2$$

$$x_2 = y_1$$

$$8$$

$$39$$

$$34$$

$$35$$

$$11$$

$$1$$

$$1$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \sqrt{15} \\ \hline 60 \end{array} \quad 109$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \sqrt{15} \\ \hline 8 \end{array} \quad 169 - 120 =$$

$$= 49$$

$$x_1' = y_1 = x_2 = y_2$$

$$x_1' = y_1 = x_2 = y_2$$

$$y_1' = x_1 = y_2$$

$$x_1 = x_2 = y_2 = y_1' = x_1'$$

$$-\sqrt{3} - 1$$

$$-(3\sqrt{3} - 1) + 3 = -3\sqrt{3}$$

$$(3 \pm 2\sqrt{3} + 1 - 2\sqrt{3} - 2)^2 =$$

$$x + 2 < \sqrt{3}$$

$$x < \sqrt{3} - 2$$

$$\sqrt{3} - 2$$

$$8$$

$$39$$

$$39$$

$$35$$

$$11$$

$$1$$

$$15$$

$$2$$

$$1$$

$$4$$

$$16$$

$$17$$

$$11$$

$$9$$

$$17$$

$$28$$

$$9$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

0  $a_3 + 2x$  1  $a_5 + 4x$  3  $a_9$

$$(1 + \sqrt{3})^2 + 2 \pm 2\sqrt{3} =$$

$$= (1 \pm 2\sqrt{3} + 3 + 2 \pm 2\sqrt{3}) =$$

$$= (6 \pm 4\sqrt{3}) =$$

$$= 36 \pm 48\sqrt{3} + 52$$

$3 \pm 3\sqrt{3} + 3 = 6 \pm 3\sqrt{3}$

$6 \pm 3\sqrt{3}$

$$3(1 \pm 2\sqrt{3})^2 = 3(1 \pm 2\sqrt{3} + 3) = 12 \pm 6\sqrt{3}$$

$$3(x+1) = \frac{43}{2} \pm \frac{16}{2} \pm \frac{15}{2}$$

$$3(x+1) = \frac{74}{2} \pm \frac{32}{2} = 37 \pm 16$$

$$128 \pm 1004$$

$$x^2 + 2x \pm \sqrt{3}x$$

$$x + 2 \leq \sqrt{3}$$

$$x \leq \sqrt{3} - 2$$

$$-3\sqrt{3}$$

$$x = -(\sqrt{3} + 1)$$

$$(3 - 2\sqrt{3} + 1 + 2\sqrt{3} - 2) = 4$$

$$3 + 6\sqrt{3}$$

$$3(4 + 2\sqrt{3}) = 12 + 6\sqrt{3}$$

$$(m+n)(m+n-g)$$

$$a(a-g) = 4 \cdot k$$

$$a^2 - ga - 4k = 0$$

$$b = 8a + 16k$$

$$3(4 - 2\sqrt{3}) = 12 - 6\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_9 - a_3 = a_0 - a_0 + 8k - 2k = 6k \quad X = \frac{-2 \pm \sqrt{4+8}}{2} =$$

$$a_5 - a_3 = 4k - 2k = 2k = \frac{-2 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

$$\cancel{3x^2 - 1x^2 + 2x^2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$3x^2 - (3x+3) = 3 - (x^2+2x)^2 - (3x+3)$$

$$\cancel{3x^2 - 3x - 3} = X = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2+8}}{2}$$

$$x^2 - x - 1 = x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$1 + 4 - 4 + 3 + 2 - 2 = \frac{-2}{2k} = -1$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \quad | \quad x+1 \\ \underline{x^4 + x^3} \phantom{- 2x - 2} \\ 3x^3 + 3x^2 \phantom{- 2x - 2} \\ \underline{-3x^3 + 3x^2} \phantom{- 2x - 2} \\ 0 - 2x \phantom{- 2} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (x^3 + 3x^2 - 2) \quad | \quad (x+1) \\ \underline{-x^2 + x^2} \phantom{- 2} \\ 2x^2 - 2 \phantom{- 2} \\ \underline{x^2 - 2} \phantom{- 2} \end{array}$$

$$(x+1)^2 ($$

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 + 0x - 2 \quad | \quad x+1 \\ \underline{-x^3 + x^2} \phantom{- 2} \\ 2x^2 + 0x \phantom{- 2} \\ \underline{-2x^2 + 2x} \phantom{- 2} \\ -2x - 2 \phantom{- 2} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \quad | \quad x^2 + 2x + 1 \\ \underline{-x^2 + 2x^3 + x^2} \phantom{- 2} \\ 2x^3 + 2x^2 - 2x \phantom{- 2} \\ \underline{-2x^3 + 4x^2 + 2x} \phantom{- 2} \\ -2x^2 - 2x - 2 \phantom{- 2} \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 3x+3 = a_0 + 2k \\ (x^2+2x)^2 = a_0 + 4k \\ 3x^2 = a_0 + 6k \end{cases}$$

$$3x^2 = 3x + 3 + 2k$$

$$x^2 - x - 3 - 2k = 0$$

$$x^2 - 3x - 3 - 2k = 0$$

$$x = \frac{1 + \sqrt{1 + 12 + 4k}}{2}$$

$$x^2 = 3x + 3 + 2k$$

$$(3x + 3 + 2k + 2x)^2 = (5x + 3 + 2k)^2 = a_0 + 3x + 3 + k$$

$$25x^2 + 15x + 10kx$$

$$3x^2 - (3x + 3) = 3 \cdot (x^2 + 2x)^2$$

$$x^2 - x - 1 = (x^2 + 2x)^2$$

$$x^2 - x - 1 = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$x^4 + 3x^3 + 3x^2 + x + 1 = 0$$

$$x^4 + 3x^3 + x^3 + 3x^2 + x^2 + 1$$

$$3x^3(x+1) + 3x^2(x+1) + (x+1) = 0$$

$$(x^3 + 3x^2 + x + 1)(x+1) = 0$$