



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} + \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[3]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[3]{x} + y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_5 = a_1 + 4d = 6x + 18 \quad a_7 = a_1 + 6d = (x^2 - 4x)^2$$

$$a_{11} = a_1 + 10d = -3x^4$$

$$\begin{cases} a_7 = a_5 + 2d \\ a_{11} = a_7 + 4d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x^2 - 4x)^2 = 2(6x + 18) + 4d \\ -3x^4 = (x^2 - 4x)^2 + 4d \end{cases}$$

$$2x^4 - 16x^3 + 32x^2 + 3x^2 = 12x + 36 - x^4 + 8x^3 - 16x^2$$

$$3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 = 0 \quad | : 3$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x-2)(x^3 - 6x^2 + 5x + 6) = 0$$

$$(x-2)^2(x^2 - 4x - 3) = 0$$

$$\begin{cases} x=2 \\ x^2 - 4x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x_{1,2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{7}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x = 2 + \sqrt{7} \\ x = 2 - \sqrt{7} \end{cases}$$

ответ: $x \in \{2 - \sqrt{7}; 2; 2 + \sqrt{7}\}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |4x-3y| \leq 6 \\ |3x+4y| \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 \leq 4x-3y \leq 6 & (*) \\ -8 \leq 3x-4y \leq 8 & (**) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y-6 \leq 4x \leq 6+3y \\ 4y-8 \leq 3x \leq 8+4y \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & 7y-14 \leq 17x \leq 14+7y \\ (1) \quad & 14y-28 \leq 14x \leq 28+14y \end{aligned}$$

С правой стороны, (*) (1)

$$\begin{aligned} (1) \quad & 8+3x \geq 3y \geq 4x-6 \\ & 8+3x \geq 4y \geq 3x-8 \end{aligned} \quad \} +$$

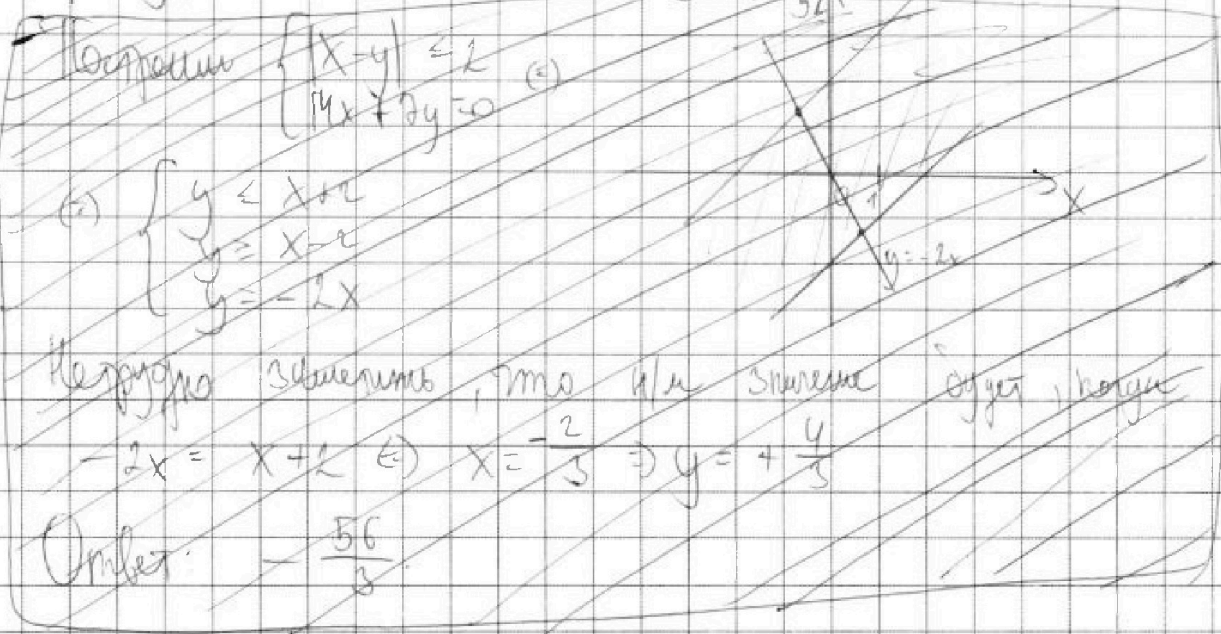
$$14+7x \geq 7y \geq 7x-14 \quad (2)$$

Округляем (1) и (2): $14y+7x-42 \leq 14x+7y \leq 14y+7x+42$

Или значение будет, когда $14y+7x-42 = 14x+7y$
 $7y = 7x + 42$
 $y = x + 6$

Значит также из (*), считав строки, что

$$|x-y| \leq 2 \Rightarrow \text{интервал } y \text{ при } y = x-2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-14(x-2) + 2x - 42 = 4x + 8(x-2)$$

$$-8x = 28 - 42 = 7x - 14$$

$$14x = -56$$

$$x = -4 \Rightarrow y = -6$$

Ответ: -98 .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 2mn - n^2 + 9m - 9n = (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = m^2n - mn^2 + 2mn = mn(m-n+3)$$

Рассм. вариант, когда $A = 13p^2$; $B = 3q^2$.

$$(m-n)(m-n+9) = 13 \cdot p \cdot p \quad mn(m-n+3) = 3 \cdot q \cdot q$$

Число B раскладывается на 3 множителя: $m, n, m-n+3$. Два из них должны быть равны. Очевидно, что $m \neq n$, иначе число $A = 0$. Рассм. $m = m-n+3$. Тогда $n=3$; $q = m - 3$ — простое число.

$$A = (m-3)(m+6) = 13 \cdot p \cdot p. \text{ Т.к. } 13 - \text{ простое число, то}$$

либо $m-3$, либо $m+6$ должно быть равно 13. Пусть

$$m = 7 \text{ (просто)}, \text{ тогда } p = 2. A = 13 \cdot 2 \cdot 2; B = 3 \cdot 4 \cdot 7;$$

$m = 7$; $n = 3$ — первая пара решений. Рассмотрим

$n = m-n+3$. Тогда $m=3$ и $n=3$. Число A равно 0.

не подходит. Рассмотрим число A , если из его

двух множителей это 13, другой — квадрат простого

числа. Если $m-n+9 = 13$, то $m-n=4$ и далее рассмотрим

все случаи $m=7, n=3$. Если $m-n=13$, то $A = 13 \cdot 22$,

но 22 — не квадрат простого числа.

Рассм. вариант, когда $A = 3 \cdot q^2$; $B = 13p^2$

$$A = (m-n)(m-n+9) = 3 \cdot q \cdot q \quad B = mn(m-n+3) = 13 \cdot p \cdot p$$

То аналогично выше.

$$1) m = m-n+3 = p \text{ хотя бы}$$

$n = 3 \neq 13$, но $\sqrt{}$ один из множителей B должен

быть равен 13. Превращаем

$$2) n = m-n+3. \text{ Тогда } m=13; n=8 \Rightarrow B = 13 \cdot 8 \cdot 8, \text{ но } p - \text{ простое}$$

$$[n=13; m=26 \Rightarrow B = 13 \cdot 26 \cdot 26, \text{ но } p - \text{ простое}]$$

Оба варианта не подходят.

$$3) m-n=3. \text{ Тогда } A = 3 \cdot 12, \text{ но } 12 - \text{ не квадрат простого}$$

числа.

$$4) m-n+9=3. m-n=-6. A = -6 \cdot 3, \text{ но } A \geq 0.$$

Ответ: $(7; 3)$.

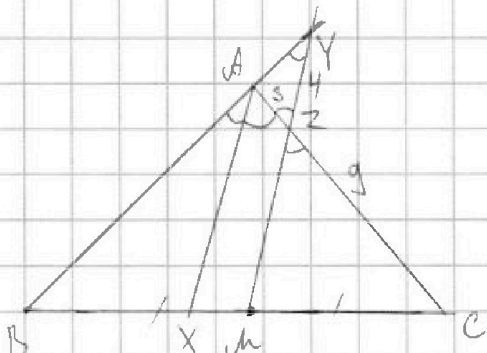
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} AX &= \delta/a & BM &= MC & AX &\parallel YZ \\ AC &= 12 & AZ &= 3 & YZ &= 4 \\ ZC &= AC - AZ = 9 \\ \angle BAX &= \angle XAC \quad (\alpha - \delta/a) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \angle AYM &= \angle BAX \quad (\text{соот. углы при } AX \parallel YZ \text{ и сек. } AY) \\ \angle AZY &= \angle XAC \quad (\text{н/д углы при } AX \parallel ZY \text{ и сек. } AZ) \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \triangle AZY - \text{р/б} \Rightarrow AZ = AY = 3.$$

По теореме косинусов для $\triangle AZY$:

$$\cos \angle AZY = \frac{3^2 + 9^2 - 4^2}{2 \cdot 3 \cdot 9} = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin \angle AZY = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

По теореме Менелая для $\triangle ABC$:

$$\frac{BM}{MC} \cdot \frac{ZC}{ZA} \cdot \frac{AY}{YB} = 1$$

$$1 \cdot 3 \cdot \frac{3}{YB} = 1 \Rightarrow YB = 9 \Rightarrow AB = 6$$

По теореме косинусов для $\triangle ABC$ $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

$$\cos \angle BAC = \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = -\frac{1}{9}$$

По теореме косинусов для $\triangle ABC$

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \angle BAC} = \sqrt{36 + 144 + 2 \cdot 6 \cdot 12 \cdot \frac{1}{9}} = \sqrt{108} = 14 \end{aligned}$$

Ответ: $BC = 14$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y} & (1) \\ 4x^4 + x - 5\sqrt{y} = 4y^4 - 5\sqrt{x+y} & (2) \end{cases}$$

$$(2) \quad a = \sqrt[4]{x} \quad b = \sqrt[4]{y} \quad (a, b \geq 0)$$

$$\begin{aligned} 4(a^{16} - b^{16}) + (a^4 - b^4) + 5(a - b) &= 0 \\ (a-b) \underbrace{(4(a^8+b^8)(a^4+b^4)(a^2+b^2)(a+b))}_{\geq 0 \ (a,b \geq 0)} + \underbrace{(a^2+b^2)(a+b)}_{\geq 0} + 5 &= 0 \end{aligned}$$

То есть выражение может быть 0 только если $a=b$

$$\begin{aligned} \sqrt{x} &= \sqrt{y} \\ x &= y \quad (x, y \geq 0) \end{aligned}$$

$$(1) \quad \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$\text{О.О.З.: } \begin{cases} x \geq -6 \\ x \leq 5 \\ -x^2 - x + 30 \geq 0 \end{cases} \quad (-)$$

~~т.к. макс. значения $-x^2 - x + 30$ то функция x принимает $-\frac{1}{2}$~~

$$\Leftrightarrow x \in [0; 5]$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+6} + 5 &= 2\sqrt{x+6}\sqrt{5-x} + \sqrt{5-x} \\ 2x^2 + 3x - 47 &= \sqrt{x+6}\sqrt{5-x} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{корней в к.т. т.к.} \\ \text{все члены} > 0 \end{array} \right\}$$

$$4x^4 + 8x^3 + 193x^2 - 187x + 2059 = 0$$

На промежутке $x \in [0; 5]$ x^4 и $x^3 \uparrow \Rightarrow 4x^4 + 8x^3 + 193x^2 \uparrow$, $-187x \downarrow$.

не трудно заметить, что в данном диапазоне корней нет, т.к. значение многочлена > 0 .

Ответ: решений нет.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего узлов сети 64. Всего способов выбрать 2 узла, тем самым переопределить $C_{64}^2 = \frac{64!}{2!62!} = \frac{64 \cdot 63}{2}$

Три поворота квадрата вокруг ~~каждого~~ ^{узла} дает еще 3, если эти ~~два~~ ^{узла} не симметричны относительно главной диагонали. То каждому из сторон диагонали имеет 28 узлов, то есть способов выбрать такого симметричного пары 56. Также можно учесть ~~те же~~ ^{узлы} пары на ~~симметричных~~ ^{диагоналях}, ~~то есть~~ ^{способов} ~~выбрать пары на них~~ $C_{16}^2 = \frac{16 \cdot 15}{2}$ то есть еще + 8.

Итого получается $\frac{64 \cdot 63}{2} - 64 + \frac{64}{2} = 280$

Ответ: 280 способов.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

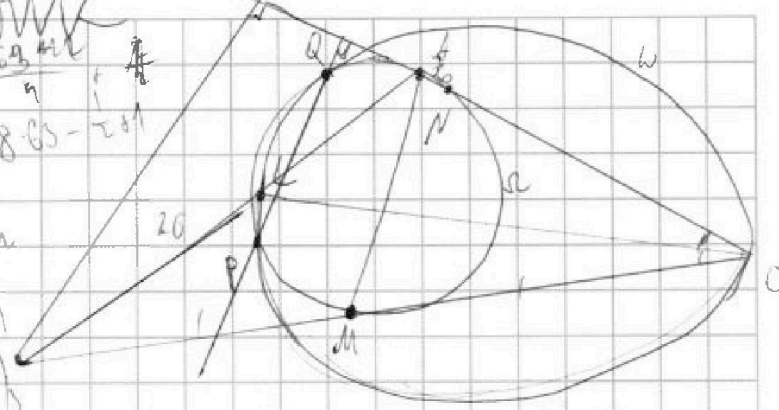
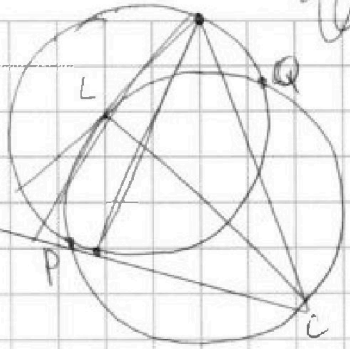


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

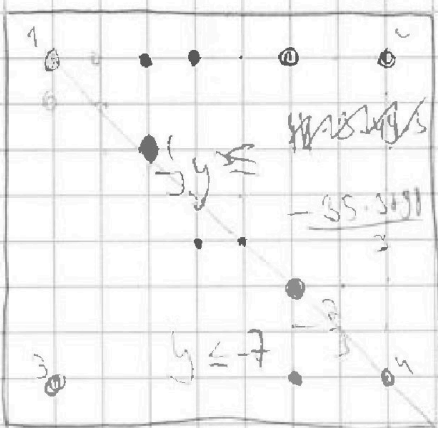
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



$$|x+6|+5 = 2\sqrt{5-y}(x+6) = \sqrt{5-x} \quad |x-y| \leq 2 \quad -14 \leq 2x-2y \leq 14$$

$$x + 6 + 25 + 10\sqrt{x+6} = 4(30+x+x^2) + 5-x + 2\sqrt{5-x}\sqrt{x+6}$$



$$6^6 \quad C_{64}^2 = \frac{64!}{2!62!} = \frac{64 \cdot 63}{2 \cdot 1} = 2016$$

$$-6 \leq 4x - 3y \leq 6$$

$$-8 \leq 3x - 9y \leq 8$$

$$x - 2y \leq 6$$

$$4x - \frac{16}{3}y \leq \frac{32}{3}$$

$$-\frac{9}{3} - \frac{16}{3}y \leq$$

$$x - \frac{25}{3}y$$

$$20y - 35 \geq 2y + 14x \geq 20y - 63$$

$$x - 3y = -14 + 2x \geq 2y \geq 2x - 14$$

$$3x - 9y = -8$$

$$3x - \frac{9}{3}y = -\frac{8}{1}$$

$$6x - (\frac{9}{3} - 4)y \geq -\frac{8}{1} - 8$$

$$6x + \frac{2}{3}y \geq -\frac{50}{3}$$

$$24x + 2y \geq -50$$

$$3x - \frac{25}{3}y \leq -\frac{60}{3}$$

$$24x - 25y \geq -50$$

$$4x - 3y \geq -6$$

$$10x - \frac{10 \cdot 4}{3}y \geq -\frac{10 \cdot 6}{3}$$

$$10x - \frac{40}{3}y \geq -\frac{20}{1}$$

$$19x - \frac{40}{3}y \geq -\frac{98}{3}$$

$$19x \geq \frac{40}{3}y - \frac{98}{3}$$

$$21x \geq 20y - 49$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

42 P 10 BUK

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{(x+6)(5-x)}$$

$$\sqrt{x+6} (1 - \sqrt{5-x}) - \sqrt{5-x} (\sqrt{x+6} + 1) + 5 = 0$$

$$x + 31 + 10\sqrt{x+6} = \frac{1}{\sqrt{5-x}} - \frac{1}{\sqrt{x+6}} + 5 = 2$$

$$= -1x^2 - 4x + 120 + 5 - x + 4(5-x)\sqrt{x+6}$$

$$4x^2 + 6x - 94 = 10(\sqrt{x+6} - 4x\sqrt{x+6}) = \sqrt{x+6}(10 - 4x)$$

$$2x^2 + 3x - 47 = \sqrt{x+6}(5 - 2x)$$

$$4x^4 + 8x^3 + 2209 - 188x^2 - 282x + 12x^3 =$$

$$= (x+6)(25 - 20x + 4x^2) = 25x - 20x^2 + 4x^3 + 150 - 120x + 24x^2$$

$$4x^4 + 8x^3 + 193x^2 - 188x + 2059 = 0$$

$$4 \cdot 5^4 + 8 \cdot 125 + 193 \cdot 25 - 188 \cdot 5 + 2059 = 0$$

$$-6 \leq 4x - 3y \leq 6$$

$$-8 \leq 3x - 4y \leq 8$$

$$14 \leq 2x \leq 7x - 14$$

$$3y - 6 \leq 4x \leq 6 + 3y$$

$$4y - 8 \leq 3x \leq 8 + 4y$$

$$2y - 14 \leq 2x \leq 14 + 2y$$

$$14y - 28 \leq 14x \leq 28 + 14y$$

$$14y + 2x - 14 \leq 7y + 14x \leq 14y + 2x + 14$$

$$14y + 2x - 14 \leq 7y + 14x$$

$$7y - 14 \leq 2x$$

$$y - x \leq 2$$

$$x \geq y - 2$$

$$-6 - 4x \leq -3y$$

$$6 + 4x \geq 3y$$

$$y = -2x$$

$$y = 2 + x$$

$$2 = 3x$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$$y = -\frac{4}{3}$$

$$\frac{4 \cdot 2}{3} + \frac{17 \cdot 4}{3}$$

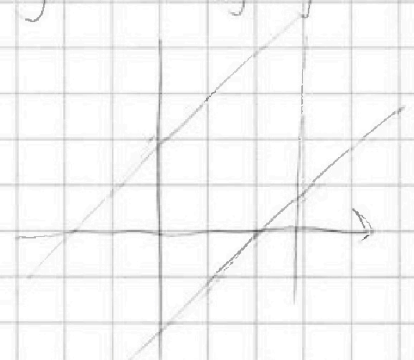
$$\frac{-28 - 28}{3} = \frac{-56}{3}$$

$$-2 \leq x - y \leq 2$$

$$y - 2 \leq x$$

$$y \geq x - 2$$

$$y \leq x + 2$$



$$\begin{array}{r} 2209 \\ 150 \\ \hline 2059 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ -56 - 42 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42x + 240 + 92 \\ -282 + 95 \\ \hline 117 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 99 \\ \hline 99 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ 42 \\ 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ -14 \\ \hline 6 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

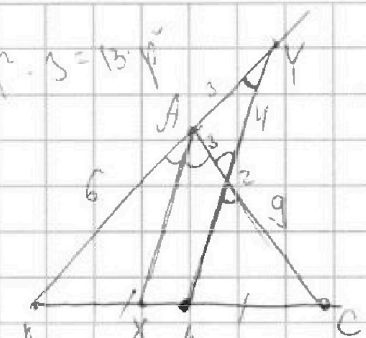
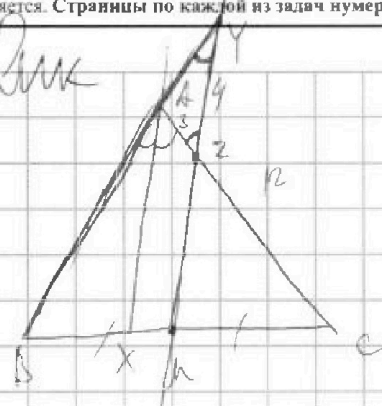
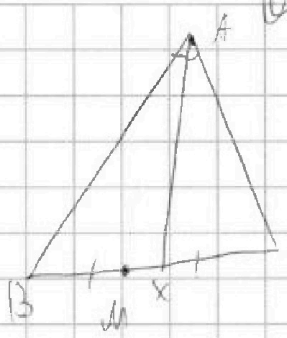


- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



$$\frac{BX}{XC} \cdot \frac{ZC}{ZA} \cdot \frac{AY}{BY} = 1 \quad \frac{AY}{PY} = \frac{1}{5} \quad \frac{3}{AY} = \frac{1}{3} \quad AY = 9$$

$$\cos 60 = \frac{13}{4} - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot 9 = 9 \cdot 16 - 2 \cdot \frac{1}{8} \cdot 3 \cdot 9$$

$f(x,y) = 4x^2 + 2xy + 5y^2$

$$14 + 21x \geq 2y + 14x \geq 21x - 14$$

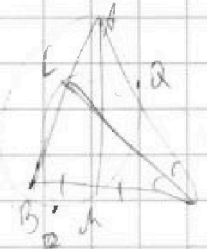
$$m = m - n + 3$$

$$n = 3$$

$$\frac{(n-n+3)}{(m-n+3-n)} \cdot \frac{(m-n+3-n)}{(m-n)} = 13 \cdot p \cdot p$$

$$2\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \quad \cos 90 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{4}{9} + \frac{5}{9} = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{\sqrt{6}}{9}$$



$$14 + 20y - 4y \geq 2y + \frac{40}{2}y - \frac{98}{3}$$

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 8}{8} = 10$$

$$A = \frac{(m-n)^2 + 9(m-n)}{(m-n)(m-n+9)}$$

$$B = mn(m-n+3)$$

$$A = 13 \cdot p \cdot p$$

$$B = 3 \cdot 4 \cdot 9$$

$$A = mn(m-n+9)$$

$$A = \frac{4 \cdot 13}{2 \cdot 2 \cdot 13}$$

$$m-n = 13$$

$$A = 3 \cdot 4 \cdot 9$$

$$B = 13 \cdot p \cdot p$$

$$x \geq -6$$

$$y \leq 5$$

$$\begin{cases} x \in [0, 30] \\ y \in [0, 5] \end{cases}$$

$$30 - x - y \geq 0$$

$$y \leq 30 - x$$

$$20 \geq y^2 \geq 0 \quad y^2 \geq 0$$

$$m-n = 3$$

$$3 \cdot 12$$

$$3 \cdot 3 \cdot 4 = 12$$

$$m-n+9 = 3$$

$$m-n = -6$$

$$-6 \cdot 3$$

$$m-n+3 = 15 \cdot n$$

$$m-10 = 15$$

$$14 = 26$$

$$m-n = 3$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\frac{64 \cdot 63}{2} = \frac{16 \cdot 9 \cdot 58}{2}$$

$$\frac{64 \cdot 63}{2} = \frac{16 \cdot 15 \cdot 56}{2}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_5 = a_1 + 4d = 6x + 18$$

$$a_3 = a_1 + 2d = (x^2 - 4x)^2$$

$$a_{11} = a_1 + 10d = -3x^2$$

$$\begin{cases} 6x + 18 + 2d = (x^2 - 4x)^2 \\ (x^2 - 4x)^2 + 4d = -3x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x + 18 + 2d = x^4 - 8x^3 + 16x^2 \\ x^4 - 8x^3 + 16x^2 + 4d = -3x^2 \end{cases}$$

$$32 \cdot 63 - 8 \cdot 15 - 56$$

$$32 \cdot 63 - 126$$

$$\begin{cases} -2x^4 + 18x^3 + 32x^2 - 12x - 36 - 4d = 0 \\ -x^4 + 8x^3 - 19x^2 - 4d = 0 \end{cases}$$

$$3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$16 - 64 + 68 - 8 - 12 = 0$$

$$(x-2)(x^3 - 6x^2 + 5x + 6) = 0$$

$$(x-2)^2(x^2 - 9x - 3) = 0$$

$$(x-2)^2(x - 2 + \frac{7}{2}x) = 0$$

	1	-8	17	-4	-12
2	1	-6	5	6	0
2	1	-4	-3	0	

$$\begin{cases} -6 \leq 4x - 3y \leq 6 \\ -8 \leq 3x - 4y \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6 \leq 4x - 3y \leq 6 \\ 4x - 3y \leq 6 \\ 3x - 4y \geq -8 \\ 3x - 4y \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3y \geq -6 - 4x \\ 3y \leq 6 + 4x \\ y \leq 2 + \frac{4}{3}x \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4y \geq -8 - 3x \\ 4y \leq 8 + 3x \\ y \leq 2 + \frac{3}{4}x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4y \geq 3x - 8 \\ y \geq \frac{3}{4}x - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3y \leq 6 - 4x \\ 3y \geq 4x - 6 \\ y \geq \frac{4}{3}x - 2 \end{cases}$$

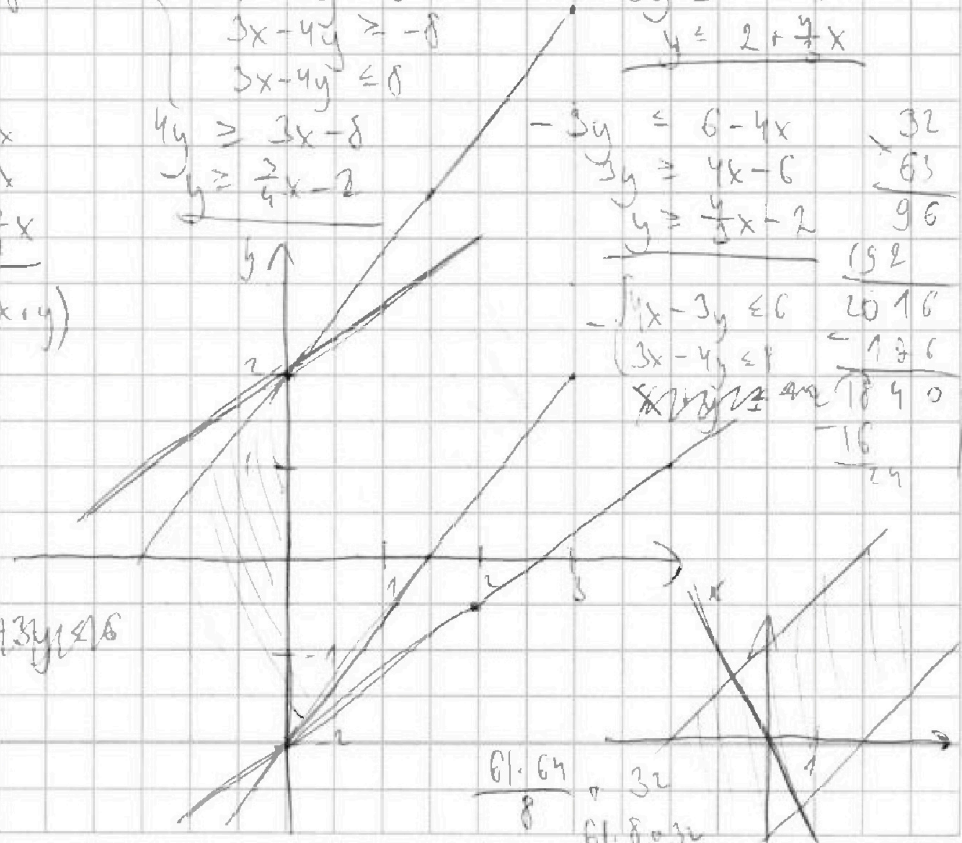
$$|4x + 2y| = 2(2x + y)$$

$$\begin{cases} 2x - 2y \geq -4 \\ 2x - 2y \leq 4 \end{cases}$$

$$|x - y| \leq 2$$

$$-2 \leq x - y \leq 2 \quad -4x + 3y \leq 16$$

$$\begin{cases} y \geq x - 2 \\ y \geq -2 - x \\ y \leq 2 + x \end{cases}$$



$$\frac{61 \cdot 64}{8} = 32$$

$$\frac{61 \cdot 8032}{248} = 32$$

$$\frac{192}{16} = 12$$

$$\frac{192}{24} = 8$$

280



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$4x^4 - 4y^4 + x - y + 5\sqrt{x} - 5\sqrt{y} = 0$$

$$4(x^2 - y^2) + (x - y) + 5(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$y, b \geq 0$$

$$\sqrt[4]{y} \quad x^4$$

$$4(a^4 - b^4) + a^4 - b^4 + 5(a - b) = 0$$

$$4(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^2+b^4) + (a-b) + 5(a-b) = 0$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{y}$$

$$x = y$$

$$\frac{-1}{-2} = -\frac{1}{2}$$

$$(a-b) \left(4(a+b)(a^2+b^2)(a^2+b^4) + 6 \right) = 0$$

$$-x^2 - x + 30$$

$$a = b$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2} \quad (5-x) \sqrt{x+6} = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$(x+6)(5-x) = 5x - 6x + 30 - x^2$$

$$2x - 6$$

$$-x^2 - x + 30$$

$$\sqrt{x+6} + 5 = 2\sqrt{(x+6)(5-x)} = \sqrt{5-x}$$

$$\sqrt{x+6} + 5 = 2\sqrt{(x+6)(5-x)} \quad (2\sqrt{x+6} + 1)$$

$$x+6 = 2\sqrt{(x+6)(5-x)} = (5-x) \sqrt{(x+6)(5-x)}$$

$$x+6 = 2\sqrt{x+6} + 25 = (5-x) \sqrt{(x+6)(5-x)} = 20x + 125 + 20\sqrt{x+6} - 4x^2 + 25x - 4x\sqrt{x+6}$$

$$E = -\frac{1}{2} \frac{-1}{-2} = -\frac{1}{2}$$

$$10\sqrt{x+6} - 20\sqrt{x+6} + 4x\sqrt{x+6} = -x - x - 31 + 20x + 125 - 4x^2 - 25x$$

$$\frac{4x}{31} \frac{31}{94}$$

$$\sqrt{x+6} (-10 + 4x) = -4x^2 - 6x + 94$$

$$\frac{94}{14} \frac{14}{94}$$

$$2\sqrt{x+6} (2x-5) = -2x^2 - 3x + 47$$

$$(x+6)(4x^2 - 20x + 25) = 4x^3 + 9x^2 + 4x^2 - 24x^2 - 6 \cdot 4x + 12x^3$$

$$4x^3 - 20x^2 + 25x + 24x^2 - 120x + 150 = 4x^3 + 12x^3 + (9+4-24)x^2 - 6 \cdot 4x + 49^2$$

$$4x^3 + 8x^3 + (5-4 \cdot 4)x^2 + (95-6 \cdot 4)x + 49^2 - 150 = 0$$

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$-6 \quad \frac{12}{-2} = 0$$

$$-x^2 - x + 30 = 0$$

$$a = \sqrt{x+6}$$

$$b = \sqrt{5-x}$$

$$D = 1 \pm 10 = 11$$

$$x = \frac{1 \pm 11}{-2}$$

$$a - 2ab = b^2$$

$$b = 9.5$$

$$a = \frac{b^2}{1-2b} = \frac{b^2 - 5}{-2b+1} = \frac{(-2b+1) \cdot -0.5 - 4.5}{-2b+1} = -\frac{1}{2} - \frac{4.5}{1-2b}$$

$$\sqrt{x+6} (1 - 2\sqrt{5-x}) = \sqrt{5-x} - 5$$

$$\sqrt{x+6} (1 + 4(5-x) - 4\sqrt{5-x}) = 5-x + 25 - 10\sqrt{5-x}$$

$$x + 90x - 4x^2 - 4x\sqrt{5-x} + 6 + 20 - 24x - 24\sqrt{5-x} = 30 - x - 10\sqrt{5-x}$$