



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен  $12 - 12x$ , четвёртый член равен  $(x^2 + 4x)^2$ , а восьмой равен  $(-6x^2)$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $10x + 5y$  при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$  и  $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$  равно  $17p^2$ , а другое равно  $15q^2$ , где  $p$  и  $q$  — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x+4y^2}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $7 \times 7$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 6$ ,  $AN = 5$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_2 = 12 - 12n = a_1 + d$$

$$a_4 = (n+4)^2 = n^2(n+4)^2 = a_1 + 3d = a_1 + 2d$$

$$a_8 = -6n^2 = a_7 + 3d = a_7 + 6d$$

$$6d = a_8 - a_7 = -6n^2 - 12 + 12n - 1d = -n^2 + 12n - 2$$

$$a_4 = a_1 + 2d \Leftrightarrow n^2(n+4)^2 = 12 - 12n - 2n^2 + 4n - 4$$

$$n^4 + 8n^3 + 16n^2 = 8 - 8n - 2n^2$$

$$n^4 + 8n^3 + 18n^2 + 8n - 8 = 0$$

$$n_1 = -2$$

$$\begin{array}{r} n^4 + 8n^3 + 18n^2 + 8n - 8 \\ - n^4 + 2n^2 \\ \hline 6n^3 + 18n^2 + 8n - 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} | n+2 \\ \hline n^3 + 6n^2 + 6n - 4 \end{array}$$

$$6n^3 + 18n^2$$

$$-6n^3 + 12n^2$$

$$6n^2 + 6n$$

$$-6n^2 + 12n$$

$$-4n - 8$$

$$-4n - 8$$

$$0$$

$$n^3 + 6n^2 + 6n - 4$$

$$x_1 = -2$$

$$\begin{array}{r} n^3 + 6n^2 + 6n - 4 \\ - n^3 + 2n^2 \\ \hline 4n^2 + 6n - 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} | n+2 \\ \hline n^2 + 4n - 2 \end{array}$$

$$4n^2 + 4n$$

$$-4n^2 + 8n$$

$$-2n - 4$$

$$-2n - 4$$

$$n^2 + 4n - 2 = 0$$

$$k = 16 + 8 = 24$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} \quad x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

Ans:  $-2 + \sqrt{6}, -2 - \sqrt{6}, -2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$|2x - 3y| \leq 6 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y \geq -6 \\ 2x - 3y \leq 6 \end{cases}$$

$$2x - 3y \geq -6$$

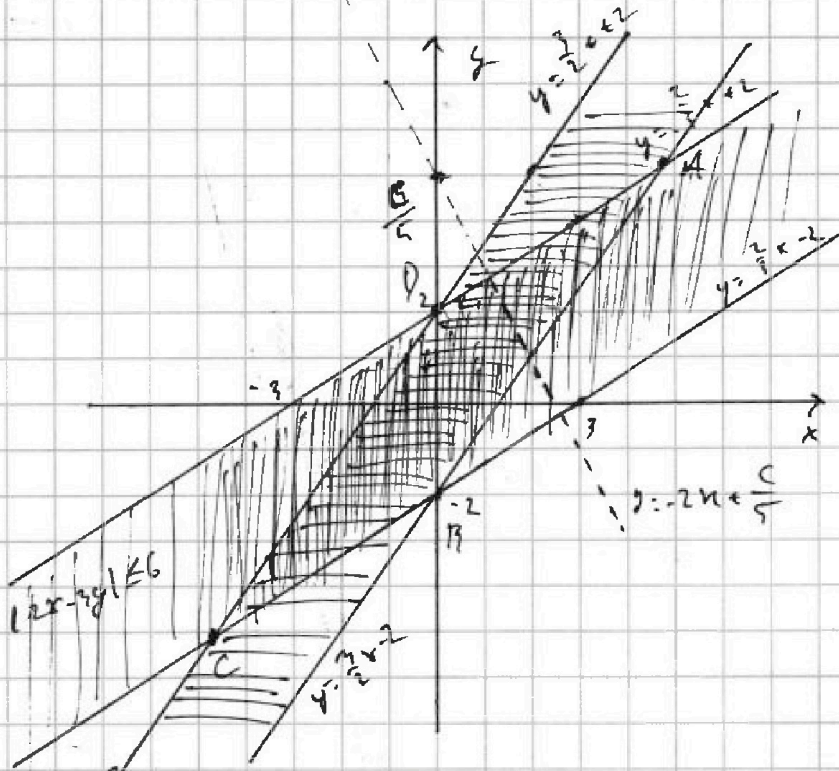
$$3y \leq 2x + 6$$

$$y \leq \frac{2}{3}x + 2$$

$$2x - 3y \leq 6$$

$$2x - 6 \leq 3y$$

$$y \geq \frac{2}{3}x - 2$$



поэтому опишем в этих коорд. и

$x=0, y=0$ ,  $0 \leq 2$  верно,  $0 \geq -2$  верно  $\Rightarrow (0;0) \in |2x - 3y| \leq 6$ ,

поэтому пересечение  $y \leq \frac{2}{3}x + 2$  и  $y \geq \frac{2}{3}x - 2$ ,

аналог. образом находим для  $|3x - 2y| \leq 4 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{2}x - 2 \leq y \\ \frac{3}{2}x + 2 \geq y \end{cases} \text{ и найдем это пересечение}$$

в итоге получаем пересечение  $|3x - 2y| \leq 4$  и  $|2x - 3y| \leq 6$

и  $ABCO$ ,  $B(0; -2)$   $D(0; 2)$   $A(x_1, y_1)$   $C(x_2, y_2)$

$$\text{к. } x_1 = ? \begin{cases} y_1 = \frac{2}{3}x_1 + 2 \\ y_1 = \frac{3}{2}x_1 - 2 \end{cases} \quad \frac{2}{3}x_1 + 2 = \frac{3}{2}x_1 - 2 \quad \frac{4}{6}x_1 + 2 = \frac{9}{6}x_1 - 2 \quad \frac{5}{6}x_1 = 4 \Rightarrow x_1 = \frac{24}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{24}{5} + 2 = \frac{7}{5} \cdot \frac{24}{5} - 2 = \frac{26}{5}, \text{ аналог. } x_2 = -\frac{24}{5}, y_2 = -\frac{26}{5}$$

ищем  $10x + 5y = C$ , т.е. это прямая:  $y = -2x + \frac{C}{5}$   
 найдем макс  $C$  и т.д.  $y = -2x + \frac{C}{5}$  подставим в одну из систем

$$C \begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Искать  $C$  мы можем методом перебора параллельных  
перпендикулярных прямой  $y = -2x$  вдали от  $y$ .

и  $\max C$  будет тогда, когда  $y = -2x + \frac{C}{2}$  будет

проходить через точку  $A(\frac{24}{5}; \frac{26}{5})$ , т.к.

В это место обладаем максимизировать

$x$  и  $y$ , подставляя по условию ( $A$ -во: числ

дан точка точка с данными  $x$  и  $y$ , но больше

$y$  и  $A$  или меньше  $x$ ,  $C$  обратим, а также для  $x | y$

$$\rightarrow A \in y = -2x + \frac{C}{2} \Rightarrow \frac{26}{5} = -2 \frac{24}{5} + \frac{C}{2}$$

$$\frac{26}{5} = -\frac{48}{5} + \frac{C}{2} \Rightarrow C = 48 + 26 = 74$$

Отв: 74



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 4m^2 + 4n^2 + 13m - 26n$$

$$A = (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) \Rightarrow A = (m - 2n)(m - 2n + 13)$$

$$B = m^2n - 2m^2 - 2mn \Rightarrow B = mn(m - 2(n + 1))$$

1. пусть  $A = 17p^2 \Rightarrow m, n, p$  - простые то  $m - 2n = 17, 17^2, p^2$

$p^2, 17p, 17^2$ , так  $m - 2n = \text{кор. числу} \Rightarrow m, n, 17 \neq 0$  то

$m - 2n + 13$  будет: 2, а  $m, n, A = 17p^2$  то  $\Rightarrow p = 2$  или

$$A = 15q^2, \text{ если } p = 2 \Rightarrow p = 2 \Rightarrow (m - 2n)(m - 2n + 13) = 4 \cdot 17$$

и  $m, n, m - 2n \neq m - 2n + 13$  то  $m - 2n = 17$  или  $m - 2n + 13 = 17$

если первое то  $\Rightarrow m - 2n + 13 = 30$  то неверно,  $\Rightarrow m - 2n + 13 = 17 \Rightarrow m - 2n = 4 \Rightarrow B = m = 2(2 + n)$

$$4 + 2n - 2n + 13 = 17 \Rightarrow B = m = 2(2 + n) \Rightarrow$$

$$4n(n + 2) = 15q^2, \text{ так } 15/2, \Rightarrow q^2 = 2 \Rightarrow q = 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4n(n + 2) = 60 \Rightarrow n^2 + 2n - 15 = 0 \Rightarrow n = -5; 3$$

но  $n \in \mathbb{N} \Rightarrow n = 3, \Rightarrow m = 10$ .

$$2. \text{ если } A = 15q^2, \text{ то } B = 17p^2. B = mn(m - 2(n - 1))$$

так  $m \neq n \Rightarrow$  ~~каждый из  $m, n, 13, p$  простое число~~  
~~рассмотрим всевозможные тройки  $m, n, p$  раз~~

~~$17 \rightarrow p^2$~~   $A = 15q^2$  так  $m - 2n \neq m - 2n + 13$ , так как

$$n = 2 \Rightarrow q = 2 \Rightarrow (m - 2n)(m - 2n + 13) = 60$$

так  $m, n \in \mathbb{N}, 60 > 0, \Rightarrow m > 2n, m - 2n = t \vee 60 = t(t + 13)$

$$t^2 + 13t - 60 = 0 \Rightarrow t = 169 + 240 = 409$$

так  $t_{1,2} = \frac{-13 \pm \sqrt{409}}{2}$ , так  $m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow t \in \mathbb{N}$ , но  $\frac{\sqrt{409}}{2} \notin \mathbb{N}$ .  
 так  $409$  не дел. на  $\mathbb{N}$  числа ( $20^2 = 400, 21^2 = 441$ )



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

напишем теор. кос-об для:

$$\Delta E M: 4k^2 = 12^2 + 4^2 - 2 \cdot 12 \cdot 4 \cos \angle$$

$$\Delta Y Z A: a^2 = 8^2 + 8^2 - 2 \cdot 8 \cdot 8 \cos \angle$$

$$\Delta X A B: k^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \angle$$

$$a^2 = 100 - 96 \cos \angle \quad \cos \angle = m$$

$$4k^2 = 160 - 96 \cos \angle$$

$$k^2 = 40 - 24m$$

$$a^2 = 100 - 96m$$

$$40 - 24m = 100 - 96m + 36 - 12m \sqrt{100 - 96m}$$

$$32m - 96 = -12m \sqrt{100 - 96m}$$

$$6m - 8 =$$

$$8 - 6m = m \sqrt{100 - 96m}$$

$$4 - 3m = m \sqrt{25 - 24m} \quad 16 - 24m + 9m^2 = m^2(25 - 24m)$$

$$16 - 24m + 9m^2 = 25m^2 - 24m^3$$

$$16 - 24m + 16m^2 + 24m^3 = 0 \quad 9m < 1$$

$$16(1 - m^3) + 24(m - m^3) = 0$$

$$(1 - m^3)(16 - 24m) = 0 \quad m \neq \pm 1 \checkmark$$

$$\rightarrow 16 - 24m = \frac{16}{24} = \frac{2}{3} \rightarrow \Delta ABC: 4k = 4\sqrt{40 - 24 \cdot \frac{2}{3}} =$$

$$= 4\sqrt{40 - 16} = 8\sqrt{6} \quad \text{Ans. } 8\sqrt{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$k_1 = \frac{3}{2} \Rightarrow x \leftarrow 4 \quad 12 - x - x^2 = \frac{9}{4} \quad 48 - 4x - 4x^2 = 9$$

$$4x^2 + 4x - 39 \quad \Delta = 4^2 + 4^2 \cdot 39 = 4^3 \cdot 10$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 4\sqrt{40}}{8} = \frac{-1 \pm \sqrt{40}}{2}$$

$$-1 - x \neq \frac{-1 - \sqrt{40}}{2} \quad \text{и.к. } x \geq 0$$

$$\sqrt{40} > 6 \quad \Rightarrow \quad -1 + \sqrt{40} > 5, \Rightarrow \quad \frac{-1 + \sqrt{40}}{2} > 2, \\ x_1 = \frac{\sqrt{40} - 1}{2}$$

$$k_2 = 3$$

$$12 - x - x^2 = 9 \quad x^2 + x - 3 \quad \Delta = 1 + 12 = 13$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2} \quad x_1 \neq \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \quad \text{и.к. } x > 3$$

$$x_2 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$\text{Oтв.} \left( \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{12}}{2} \right) \left( \frac{\sqrt{40} - 1}{2}; \frac{\sqrt{40} - 1}{2} \right)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} \cdot \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{(x+4)(3-x)} & \text{м.к. } \sqrt[4]{3x}, \text{ и } \sqrt[4]{3y} \Rightarrow \\ 2x^5 + 4x^2 \cdot \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2 & \Rightarrow x, y \geq 0 \end{cases}$$

~~$g(x, y)$  многочлен 2-й степени и чл~~  
 ~~$g_2(x, y): x^2 + xy + y^2$  или  $x^2 - xy + y^2$ .~~

~~$g(x, y)$  при  $x, y > 0$  м.к. это многочлен степени  $v$  в квадратах~~

$\sqrt[4]{3y} = a, \sqrt[4]{3x} = b$  подставим в  $2x^5 + 4x^2 \cdot \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2$

$$2(b^{20} - a^{20}) + 4(b^8 - a^8) + \sqrt[4]{3}(b - a) = 0$$

$$(b - a) \left( 2(b^{10} + a^{10})(b^5 + a^5)(b^4 + b^3a + b^2a^2 + ba^3 + a^4) + 4(b^4 + a^4)(b^2 + a^2)(b + a) + \sqrt[4]{3} \right) = 0$$

м.к.  $a, b \geq 0 \Rightarrow a^{10} + b^{10} \geq 0, b^5 + a^5 \geq 0, b^4 + \dots + a^4 \geq 0, a^2 + b^4 \geq 0, b^2 + a^2 \geq 0, ba \geq 0$ , и м.к.  $\sqrt[4]{3} > 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow (2(b^{10} + a^{10}) \dots + \sqrt[4]{3}) > 0 \Rightarrow a = b \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = y, \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{(x+4)(3-x)} - 5$$

$(x+4) \geq 0, 3-x \geq 0 \Rightarrow x \geq -4, x \leq 3, x \in [-4; 3]$

$$x + 4 + 3 - x - 2\sqrt{(x+4)(3-x)} = -2\sqrt{(x+4)(3-x)} + 23 + 4(x+4)(3-x)$$

$$k = \sqrt{(x+4)(3-x)}, k \geq 0 \quad 7 - 2k = 25 - 20k + 4k^2$$

$$18 - 18k + 4k^2 \quad 2k^2 - 9k + 9 = 0 \quad D = 9^2 - 8 \cdot 9 = 9$$

$$k_{1,2} = \frac{9 \pm 3}{4} \quad k_1 = \frac{3}{2} \quad k_2 = 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего из 14 углов то 1 многого

выбрать  $C_{14}^2$  способами

но по условию  $\Rightarrow$  это при повороте  
варианта  $\Rightarrow$  ~~то~~ совпадении с

другим вариантом то это

суммарные вершины. нарисовать тогда все  $C_{14}^2$

варианта 2-и быть имеют на  $C_{14}^2$  квадратах

или то каждую квадратную верш. ем 1 свой  
вариант. выберем один из этих квадратов с

к.с.м. - то вариант. (при варианте поворот-му

поворотом совпадают как-то  $0^\circ$  одному варианту

на каждой вид поворота (по часовой, против  
часовой), или как  $90^\circ$  и при повороте повороте

и так направлением, все поворот  $2 \cdot \text{вер} \Rightarrow$

$\Rightarrow$  от 2-го вида поворота судя по тому ~~какие~~

варианта, но тогда при ~~обращении~~ повороте

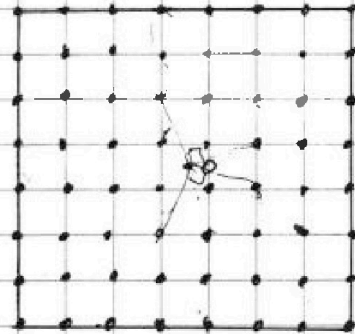
обращении центр квадрата  $O$  тогда при повороте

поверт. с. можно дать два ~~но~~ или же

расположить от  $O$  как показано, и угол между

соот. точками от  $O$  (или  $m$  и  $O_2$ ) соот. ~~мер~~

точек равна  $90^\circ$  (т.к. квадрат и линия ~~на~~  $90^\circ$ )







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

⇒ по условию поворота кон. вершины (одноименно), рассмотрим граф, где каждая вершина это <sup>разд.</sup> параллелограмм 2-х углов. ребром между вершинами будем являться их совпадение при повороте на  $20^\circ$  по часовой тогда конечное число разлитых вариантов это кол-во циклов ~~выделенных~~ циклов в этом графе.

рассмотрим только этот цикл:

1. м: 2 поворота, если посыл 2-х поворотов  
обр-ся 2 варианта (углы с углами  
из пары углов, радиально

сим-ое сим. 0 циклов циклов 64

и обратном сим 32 раз варианта

2 м: \* если при поворотах обр-а и вершина  
всего им  $\binom{64}{64} - 64$  и обр.  $\frac{\binom{64}{64} - 64 - k_2}{4}$  где  $k_2$  -  
вершина.

3 м: \* варианты обр-а не можем. м.к поворот м.к

360 + это перемещ в м.к, по часовой поворачивание  
трех. вариантов

3 вершина  $k_3 = 0$  м.к для того цикла

пов-т на  $\frac{360}{2} = 120^\circ$ . симб  $\frac{\binom{64}{64} - 64}{4} + 32 = \frac{64!}{4} - 64 + 32 =$

$= \frac{63 \cdot 32 - 64}{4} + 32 = 8 \cdot 63 + 16 = 8 \cdot 65$

Ans: ~~865~~ 520





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:  $AM$  - диаметр  $\Omega$ ,  $CL$  - диаметр  $\omega$

$w \cap \Omega = P, Q$   $PQ \perp AC$

$N = \Omega \cap AC$

$AM = 5$ ,  $AB = 6$

$AC, BC = ?$

решение

$\angle ANM = 90^\circ$

т.к. диаметр  $AM$

диаметр -  $AC$

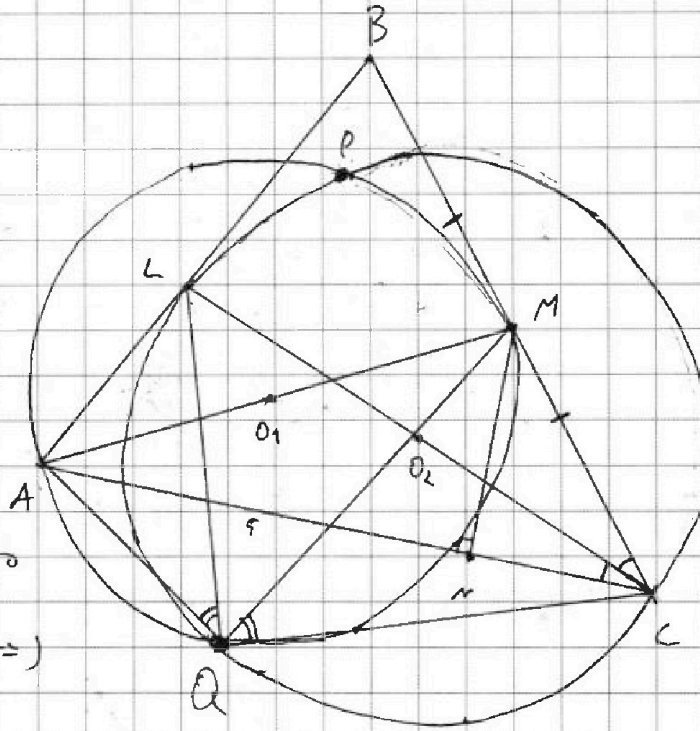
$\cos \angle AQC, \angle AQL,$

$\angle MQC, \angle CQC = ?$

$\rightarrow \angle AQC = \angle CQC = 90^\circ$

$\rightarrow \angle C, AM$  - диаметр -  $AC$

$\rightarrow \angle QCA = \angle QCM$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 \quad a_2 = \frac{12-12n}{70} \quad n < 1 \quad 2M = K$$

$$a_3 = -6n^2 \quad n = ? \quad 4A = T$$

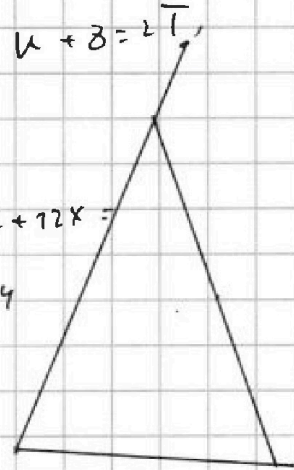
$$a_4 = (n^2 + 4n)^2 \quad a_3 = -6n^2 \quad K + 3 = 2T$$

$$a_1 = a_2 + d \quad a_3 = a_1 + 3d$$

$$a_4 = a_1 + 3d \quad n^2(n^2 + 8n + 16) - 12 + 12n =$$

$$n^2(n^2 + 8n + 16) = 12 - 12n + d \quad = -2n^2 + 4n - 4$$

$$n^2(n^2 + 8n + 16) = 12 - 12n + d$$



$$a_3 - a_4 \quad a_3 - a_2 = 6d = -6n^2 - 12 + 12n =$$

$$\Rightarrow d = -n^2 + 2n - 2$$

$$a_2 + 2d = a_4$$

$$12 - 12n - 2n^2 + 4n - 4 = n^2(n^2 + 8n + 16)$$

$$n^4 + 8n^3 + 18n^2 + 8n - 8 = 0$$

$$16 - 26 \cdot 8 + 18 \cdot 4 - 16 - 8 \quad x_1 = 1 - 8 + 18 - 8 - 8$$

$$-16 \cdot 6 + 18 \cdot 4 - 8 \quad -8 \cdot 8$$

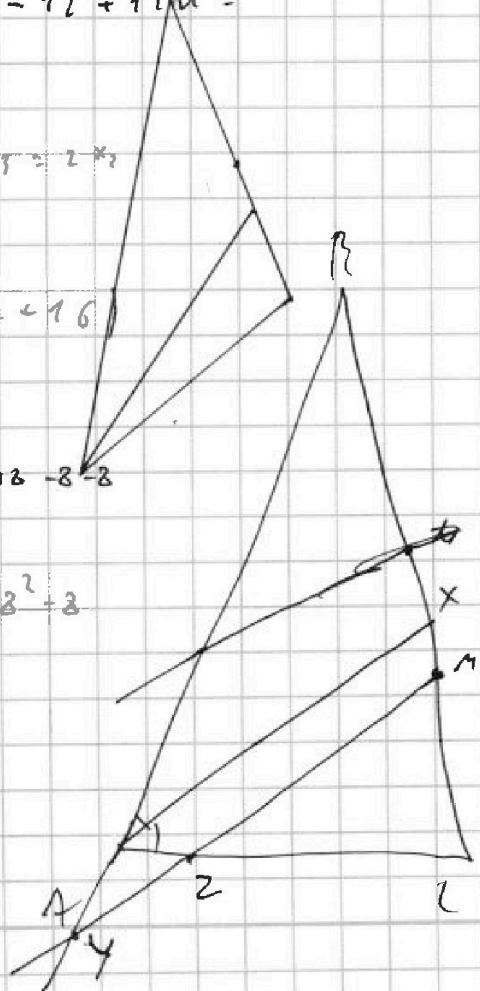
$$16 - 8 \cdot 16 + 18 \cdot 4$$

$$8^4 - 8^4 + 18 \cdot 3^2 - 3^2 + 3$$

$$3^4 - 8 \cdot 3^3 + 18 \cdot 3^2 - 8 \cdot 3 - 8 \quad 18 \cdot 3^2 - 3^2 - 3 = 64 - 15 - 3$$

$$3 \cdot (-5) + 2 \cdot 4 - 32$$

$$32 - 32$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

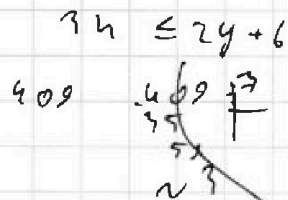
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (2x-3y) \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 9 \end{cases} \quad \begin{matrix} 2x-3y \in [-6; 6] \\ 3x-2y \in [-9; 9] \end{matrix} \quad 70x+5y \geq ? \quad 25$$

$$\begin{aligned} 3x-2y &\geq -6 & a_2+2d & a_1, a_2+6d \\ 2x-3y &\leq 6 & |2x-3y| &\leq 6 \\ 7 \cdot 20 & & 2x-3y &\leq 6 \\ 3x &\geq 2y-6 & 2x-6-6 &\leq 3y \\ & & y &\geq \frac{2}{3}x-2 \end{aligned}$$



$$(x, y) \in \mathcal{N} \quad x, y \quad A = x^2 - 2xy + 4y^2 - 15x - 26y =$$

$$= (x-2y)^2 - 73(x-2y) = (x-2y)(x-2y-73)$$

$$\beta \geq x(x-2y-2) \quad \Gamma A = 17p^2 \quad \beta = 15q^2 \quad (p, q \text{ произ.})$$

$$\begin{aligned} & \text{с. } 17p^2, p, 17p^2, 17p \cdot 17 & \Rightarrow 17p^2 \text{ имеет 6 дел} \\ & p \cdot 17p & 17 \emptyset \quad 17 \emptyset \quad 2 \quad 4 \quad 4 \\ & p^2 \cdot 17 & \text{неб. м.к. } m-2n \quad \Rightarrow m-2n-17 \text{ макс } 6 \end{aligned}$$

$$A = 15q^2, \quad \beta = 17p^2 \Rightarrow x(x-2y-2)$$

$$\Rightarrow / m=n=p, \quad \begin{matrix} +4 \\ 77 \\ 17 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 17 \\ 17 \end{matrix}$$

$$-p-2=77 \Rightarrow \begin{matrix} 17 \\ 17 \\ 9 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 27 \\ 23 \\ 289 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 67 \\ 46 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 21 \\ 21 \end{matrix} = \begin{matrix} 21 \\ 21 \end{matrix} = 42$$

$$\Rightarrow m=p, m=17 \Rightarrow 17-2p-2=p \Rightarrow$$

$$-p-36=p \Rightarrow \emptyset \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 17=3p \Rightarrow \emptyset \Rightarrow$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА \_\_\_\_\_ ИЗ \_\_\_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$3x - 2y \geq -4$   
 $2x + y \geq \frac{26}{5} + 2$   
 $2x + y \geq \frac{36}{5} - 2$   
 $\frac{26}{5} + 2 = \frac{36}{5} - 2$   
 $\frac{26}{5} + \frac{10}{5} = \frac{36}{5} - \frac{10}{5}$   
 $\frac{36}{5} = \frac{36}{5}$   
 $3x - 2y \leq 9$   
 $3x - 2y \geq -4$   
 $2x + y \geq \frac{26}{5} + 2$   
 $2x + y \geq \frac{36}{5} - 2$   
 $10x + 5y = C$   
 $|2x - 3y| \leq 6 \Leftrightarrow$   
 $\begin{cases} 2x - 3y \geq -6 \\ 2x - 3y \leq 6 \end{cases}$   
 $2x - 3y = 6 \Rightarrow y = \frac{2}{3}x - 2$   
 $2x - 3y = -6 \Rightarrow y = \frac{2}{3}x + 2$   
 $|2x - 3y| \leq 6 \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x + C$   
 $3x - 2y = 9 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x - 2$   
 $3x - 2y = -4 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + 2$   
 $3x - 2y \leq 9$   
 $3x - 2y \geq -4$   
 $\frac{0}{6}x = \frac{4}{6}x + 9$   
 $\frac{2}{6}x = 4 \Rightarrow \frac{x}{3} = 3 \Rightarrow x = 9$   
 $\frac{26}{5} + 2 = \frac{36}{5} - 2$   
 $\frac{26}{5} + \frac{10}{5} = \frac{36}{5} - \frac{10}{5}$   
 $\frac{36}{5} = \frac{36}{5}$   
 $10x + 5y = C$   
 $|2x - 3y| \leq 6$   
 $2x - 3y = 6$   
 $2x - 3y = -6$   
 $y = \frac{2}{3}x - 2$   
 $y = \frac{2}{3}x + 2$   
 $y = \frac{2}{3}x + 2$   
 $y = \frac{3}{2}x - 2$   
 $\frac{3}{2}x = \frac{2}{3}x + 4$   
 $\frac{3}{2}x - \frac{2}{3}x = 4$   
 $\frac{9x - 4x}{6} = 4$   
 $\frac{5x}{6} = 4$   
 $5x = 24$   
 $x = \frac{24}{5}$   
 $3x - 2y = 9$   
 $3 \cdot \frac{24}{5} - 2y = 9$   
 $\frac{72}{5} - 2y = 9$   
 $\frac{72}{5} - \frac{45}{5} = 2y$   
 $\frac{27}{5} = 2y$   
 $y = \frac{27}{10}$   
 $3x - 2y = -4$   
 $3 \cdot \frac{24}{5} - 2y = -4$   
 $\frac{72}{5} - 2y = -4$   
 $\frac{72}{5} + \frac{20}{5} = 2y$   
 $\frac{92}{5} = 2y$   
 $y = \frac{46}{5}$   
 $2x - 3y = 6$   
 $2x - 3 \cdot \frac{27}{10} = 6$   
 $2x - \frac{81}{10} = 6$   
 $2x = 6 + \frac{81}{10} = \frac{60}{10} + \frac{81}{10} = \frac{141}{10}$   
 $x = \frac{141}{20}$   
 $2x - 3y = -6$   
 $2x - 3 \cdot \frac{46}{5} = -6$   
 $2x - \frac{138}{5} = -6$   
 $2x = -6 + \frac{138}{5} = \frac{-30}{5} + \frac{138}{5} = \frac{108}{5}$   
 $x = \frac{54}{5}$



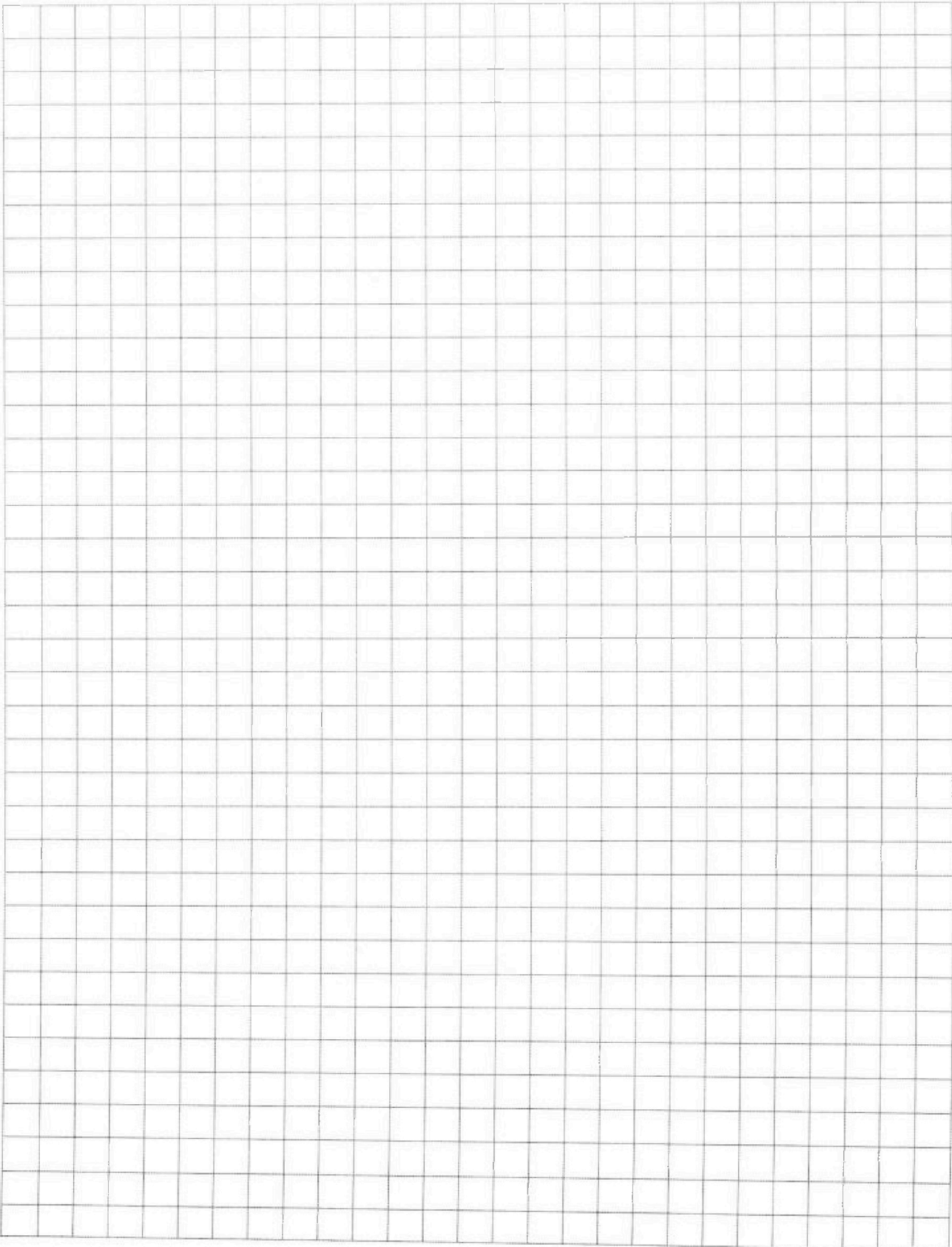


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

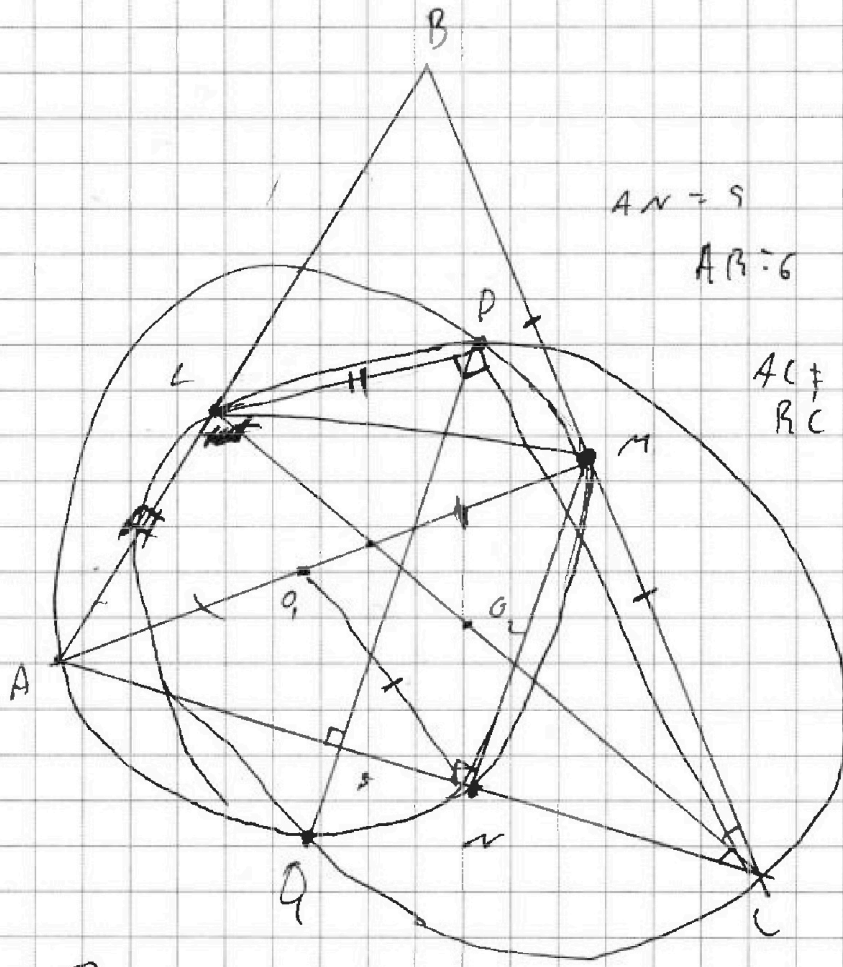
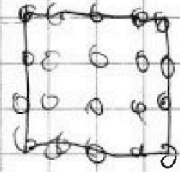
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{l}
 -b^5 - a^5 \mid (b-a) \\
 -b^5 - ab^4 \mid b^4 + ab^3 + a^2b^2 + a^3b + b^4 \quad (b-a) \\
 -ab^4 - \\
 -ab^4 + a^2b^3 \\
 a^2b^3 \\
 a^2b^3 - a^2b^3 \\
 -a
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 b^5 + ab^4 + a^2b^3 + a^3b^2 + b^4a^4 + - \\
 -ab^4 - a^2b^4
 \end{array}$$



$$AN = 5$$

$$AR = 6$$

AC ⊥  
RC

$$AM \subset \Omega$$

$$-C^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{x+4} - 2\sqrt{3-x}$$

$$2x^2 + 4x^2 = 2y^2 + 4y^2$$

$x > 0$   
 $y > 0$

$$2x^2 - 2y^2 + 4x^2 - 4y^2 = 0$$

$$2(x-y)(x^2 + xy + y^2 + x^2y + y^2x) + 4(x-y)(x+y) = 0$$

$$x=y \cdot \frac{b^5 - b^4a + b^3a^2 - b^2a^3 + ba^4 - b^4a + a^5b^3 - b^3a^4 + ba^5 - a^5}{b^5 - b^4a + b^3a^2 + b^2a^3 - ba^4 - b^5a}$$

$$2x^4 + 2x^3y + 2x^2y^2 + 2xy^3 + 2y^4 + 2x + 2y = 0$$

$$\sqrt{x} = a$$

$$x = y \text{ или } a \text{ или } x, y > 0$$

$$2x^5 - 2y^5 + 4x^4 - 4y^4 + \sqrt{y} = b \quad a - b + 5 = 2ab$$

$$a + 5 = (2a + 1)b$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 0$$

$$b = \frac{a+5}{2a+1}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{x+4} - 2\sqrt{3-x} - 5$$

$$2(a^2 - b^2) + 4(a^3 - b^3) + \sqrt{3}(a - b) = 0$$

$$\sqrt{3-x} = \frac{\sqrt{x+4} + 5}{2\sqrt{x+4} + 1}$$

$$x+4+3-x - 2\sqrt{(x+4)(3-x)} =$$

$$= 4(x+4)(3-x) -$$

$$- 20\sqrt{(x+4)(3-x)} + 25$$

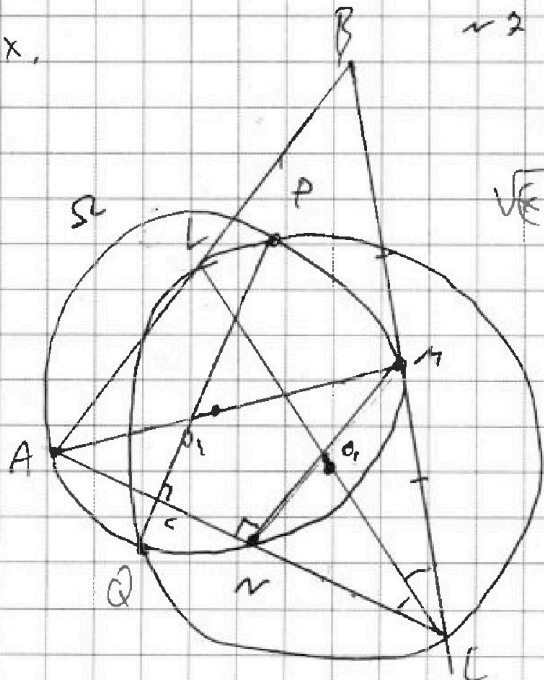
$$AB = 6$$

$$AN = 5$$

$$\sqrt{(x+4)(3-x)} = k$$

$$7 - 2k = 4k^2 - 20k + 25$$

$$(a-b) \left( 2(a^2+a^2)(a^2+a^2)(a+b) + 4(a^4+b^4)(a^2+b^2)(a+b) + \sqrt{3} \right) = 0$$







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

дана  $\triangle ABC$ ,  $M$  - середина  $BC$

$M \in l$ ,  $l \parallel AX$ ,  $l \cap AC = Z$ ,

$l \cap AB = Y$

$AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$

найти  $BC$

Решение:

м.к  $l \parallel AX \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle YZA =$

$= \angle XAB \Rightarrow$

$\triangle YZA \sim \triangle XAB$ , м.к  $AC = 18$ ,  $AZ = 6 \Rightarrow ZC = 12$ ,

$YZ = 8$ ,  $MC = X \Rightarrow BC = 2X$ ,  $AB = Y$ , по  $\triangle YMA \sim \triangle XBY$

$\Rightarrow \frac{YX}{XB} = \frac{AY}{AB} = \frac{18}{Y} = \frac{X+K}{X-K}$ , в  $\triangle YMA \sim \triangle XBY$   $AY = a$ ,  $AB = c$ .

по условию м.к  $AX \parallel l \Rightarrow \frac{MB}{BY} = \frac{XB}{AB}$ ,  $\frac{X}{a+c} = \frac{X-K}{c}$

в  $\triangle ACX \sim \triangle ZCM$  по условию, м.к  $ZM \parallel AX \Rightarrow \frac{CZ}{CA} = \frac{CM}{CX}$

$\Rightarrow \frac{12}{18} = \frac{X}{X+K}$   $\frac{2Z}{3} = \frac{X}{X+K}$   $2X+2K = 3X \Rightarrow X = 2K \Rightarrow$

$\Rightarrow MX = XB = K \Rightarrow XA$  - медиана в  $\triangle YBM \Rightarrow a = c$ ,

$ZM = K$ ,  $AX = t \Rightarrow$  м.к  $AX$  - медиана в  $\triangle MY \Rightarrow 2+K = 2t$ ,

а м.к в  $\triangle ACX$ ,  $\frac{AZ}{CX} = \frac{ZM}{MY} = \frac{3}{2} = \frac{t}{K} \Rightarrow 3K = 2t \Rightarrow B = 2K \Rightarrow$

$\Rightarrow K = 4$ ,  $t = 6$

