



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит как нужно решить:

$$(x^2 - 4x - 3)(x^2 - 4x + 4) = 0.$$

$$\begin{cases} x^2 - 4x - 3 = 0 \\ x^2 - 4x + 4 = 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} (x-2)^2 = 7 \\ (x-2)^2 = 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} \cancel{x^2 - 4x + 4} = -\sqrt{7} \\ x-2 = \sqrt{7} \\ x-2 = 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = 2 - \sqrt{7} \\ x = 2 + \sqrt{7} \\ x = 2 \end{cases} \quad (\Rightarrow \text{все решения } \cancel{\text{действительны}})$$

т.к. все переходы были Р/С, то все эти x нас удовлетворят

Ответ: $2 - \sqrt{7}, 2, 2 + \sqrt{7}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(~~задача~~)

Ap. прогр.: $a_5 = 6x + 18$, $a_7 = (x^2 - 4x)^2$, $a_{11} = -3x^2$

$(d_n) \quad (?) = x$

1-ый член ап. прогр. $\rightarrow d_7 = a_5 + 2\delta$ | \Rightarrow
~~из~~ $d_{11} = a_7 + 4\delta$ | \Rightarrow

$$\Rightarrow \begin{cases} (x^2 - 4x)^2 = 6x + 18 + 2\delta & | \cdot 2 \\ -3x^2 = (x^2 - 4x)^2 + 4\delta & | - \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2(x^2 - 4x)^2 + 3x^2 = 2(6x + 18) - (x^2 - 4x)^2 + 4\delta - 4\delta$$

$$3(x^2 - 4x)^2 + 3x^2 - 2(6x + 18) = 0$$

$$(x^2 - 4x)^2 + x^2 - 4(x + 3) = 0$$

$$x^2(x - 4)^2 + x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

Решим это ур-е (4-ой степени) МНК:

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d) = 0,$$

где a, b, c, d - коэффициенты. Делим на x^2 .

$$\Rightarrow x^4 + x^3(a+c) + x^2(b+f+ac) + x(bc+ad) + bd = 0.$$

$$\begin{cases} a+c = -8 \\ b+f+ac = 17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} bc+ad = -4 \\ bd = -12 \end{cases}$$

Задачник, это надо подкорректировать:

$$a = -4, b = -3, c = -4, d = -4$$

Действительно:

$$\begin{cases} -4 - 4 = -8 \\ -3 + 4 + (-4) \cdot 4 = 17 \\ -3 \cdot 4 = -12 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(?): natur. zr. $14x + 7y$

$$\left\{ \begin{array}{l} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} -6 \leq 4x - 3y \leq 6 \\ -8 \leq 3x - 4y \leq 8 \cdot (-1) \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} -6 \leq 4x - 3y \leq 6 \\ -8 \leq 4y - 3x \leq 8 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} \text{Divide by } 2 \\ \text{Divide by } 2 \end{array} \right. \quad \begin{cases} -\frac{3}{2} \leq 2x - \frac{3}{4}y \leq 3 \\ -4 \leq 2y - \frac{3}{4}x \leq 4 \end{cases}$$

$$\left| -8 - \frac{9}{2} \leq 4y - \frac{9}{4}y \leq 8 + \frac{9}{2} \right| \cdot 4$$

$$-32 - 18 \leq 7y \leq 32 + 18 \Rightarrow -50 \leq 7y \leq 50.$$

$$\begin{cases} -6 \leq 4x - 3y \leq 6 \\ -8 \leq 4y - 3x \leq 8 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} -8 \leq \frac{16}{3}x - 4y \leq 8 \\ -8 \leq 4y - 3x \leq 8 \end{cases} \quad ||$$

$$\Rightarrow -16 \leq \frac{16}{3}x - 3x \leq 16 / 3$$

$$-48 \leq 7x \leq 18 \quad | \cdot 2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -96 \leq 14x \leq 96 \\ -50 \leq 7y \leq 50 \end{array} \right| + \left| \begin{array}{l} \Rightarrow \\ 14x + 7y \geq 0 \end{array} \right.$$

\Rightarrow Надій. зн. $14x + 7y = -146$. (Все члені від'ємні, тому можна умножити на -1)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Действительно,

$$|4x - 3y| = \left| 4\left(-7 + \frac{1}{7}\right) + 3\left(7 + \frac{1}{7}\right) \right| = \left| -28 + 4 + 21 + 3 \right| = 6 \leq 6$$

$$|3x - 4y| = \cancel{|3(-7 + \frac{1}{7}) + 4(7 + \frac{1}{7})|} = |21 - 3 + 28 + 4| = 58$$

Ответ: -146



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m, n \in \mathbb{N}^2; \quad A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n \\ B = m^2n - mn^2 + 3mn$$

$$(1) \begin{cases} A = 13p^2 \\ B = 3q^2 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} A = 3q^2 \\ B = 13p^2 \end{cases}$$

, где p, q -простые. $(?); (m; n)$

$$(1): \begin{cases} A = 13p^2 \\ B = 3q^2 \end{cases} \quad \begin{aligned} A &= m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = (m-n)(m-n+9) \\ B &= m^2n - mn^2 + 3mn = mn(m-n+3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a: (m-n)(m-n+9) &= 13p^2 \\ b: mn(m-n+3) &= 3q^2 \end{aligned}$$

Задумано, что 3 и 13 тоже простые.

~~Задумано, что~~

~~задумано, что~~ $m-n+9 > m-n$

~~$d \mid m-n+1 \Rightarrow m-n+9 \mid 10$~~

~~$m-n+13 \mid 10 \Rightarrow m-n+13 \mid p^2$~~

~~$m-n+13 \mid 10 \Rightarrow m-n+13 \mid p^2$~~

~~$\Rightarrow m-n+13 \mid p^2 \Rightarrow k(18k+9) \mid p^2$~~

~~$k \mid p^2 \Rightarrow k \mid 2 \cdot 2 \Rightarrow k \mid 2$~~

~~$\Rightarrow k \mid 2 \Rightarrow k \mid 2$~~

~~$\Rightarrow k \mid 2 \Rightarrow k \mid 2$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{II) } m-n+9 : 13 \Rightarrow m-n+9 = 13k, \text{ где } k \in \mathbb{N},$$

$$m-n = 13k - 9 \Rightarrow (13k-9)k = p^2.$$

~~By properties of consecutive numbers~~

~~Because, $m-n \neq 13$~~

~~$m-n+9 \neq 13$, but $n-t = 13p^2 : 13 = p^2$~~

~~$\Rightarrow (1) - \text{невозможен}$~~

~~3(2): $A = 3q^2$~~

~~$B = 13p^2$, where p, q - odd primes~~

~~$(m-n)(m-n+9) = 3q^2 \cdot 13p^2$~~

~~$m-n : 3 \Rightarrow m-n = 3t, t \in \mathbb{N}$~~

~~$\Rightarrow 3t \cdot 3(t+3) = 3q^2 \cdot 13p^2 \Rightarrow 3t(t+3) = q^2 \cdot 13p^2$~~

~~Если $t : 2$, то $3t : 2$, а $(t+3) : 2$~~

~~но тогда $t \cdot t : 2$, но тогда и $n-t : 2$,~~

~~and f.e. $q : 2$ только при $q=2$, so $q^2 = 4 : 2$,~~

~~и в 1. r. содержит хотя бы один множ. (одинак.)~~

~~$\Rightarrow m-n : 3 \Rightarrow (m-n)+9 : 3 \Rightarrow 3t : 3 \Rightarrow t \in \mathbb{N}$~~

~~so it's not true.~~

~~so let: m, n not~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если $k \neq 2$, то $p \neq 2 \Rightarrow p^2 = 4$, но
 $13k-9 \neq 2$ — нечет. множ. ($\neq 1$)

Если $k \neq 2$, то $k \neq 2 \Rightarrow p^2 = 4$
 $13k-9 \neq 2$ — но

так упрощается, если $k=1$ (даже множ.)
и $13k-9 = 13-9 = 4 - \text{да}$.

$$\Rightarrow m-n+9=13$$

$$m-n=4 \Rightarrow mn=3q^2 \quad | \quad \begin{matrix} m-n \\ mn \end{matrix}$$

$$\Rightarrow 3q^2 : 7 \Rightarrow q^2 : 7, \text{ т.к. } q^2 = 19 \quad | \quad (q-\text{простое})$$

$$\Rightarrow mn=3 \cdot 49 \Rightarrow mn=21 \quad | \quad \begin{matrix} mn \\ m-n \end{matrix}$$

Сумма

$$m+n+9=16$$

$$(n+2)^2=5^2$$

$$m=n+4$$

$$m=n+4$$

$$n^2+4n=21$$

$$\Rightarrow$$

$$\begin{cases} n+2=-5 & n \notin N \\ n+2=5 & (\Rightarrow n=3, \\ m=7) \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | X | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
4 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(2): \begin{cases} A = 3q^2 \\ B = 3p^2 \end{cases}$$

$$(m-n)(m-n+9) = 3q^2$$

$$\text{I. } m-n = 3l, l \in \mathbb{N} \Rightarrow 3l \cdot 3(l+3) = 3q^2$$

$$3l(l+3) = q^2$$

если $l \geq 2$, то $q = 2$, $q^2 = 4$, но

~~т.к. $3l \in \mathbb{N}$ и $l+3 \in \mathbb{N}$, то, след., $l \geq 4$~~

если $l \geq 2$, то $l+3 \geq 4$ и $l+3 \geq 2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow q^2 = 4 \Rightarrow 3l \leq 1 \quad \cancel{\text{---}}$$

~~$\Rightarrow m-n \geq 3$ $l \in \mathbb{N}$~~

$$\text{II. } (m-n)+9 = 3l, l \in \mathbb{N} \quad \cancel{\text{---}}$$

~~$\Rightarrow m-n+3 \geq 3$, но это ---~~

\Rightarrow возможны ~~---~~ (1).

Ответ: $(7; 3)$.



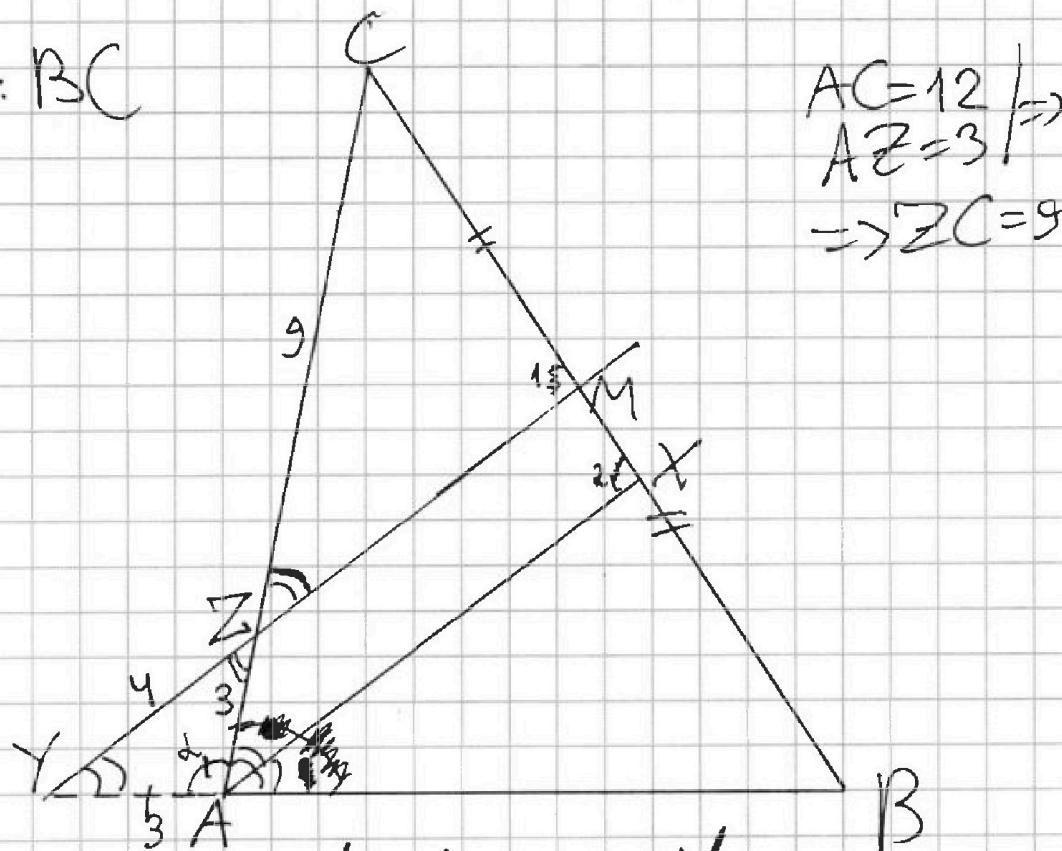
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(?): BC



$$\begin{aligned} AC &= 12 \Rightarrow \\ AZ &= 3 \Rightarrow \\ \Rightarrow ZC &= 9 \end{aligned}$$

Из $MY \parallel AX$ (дан.): $\angle CAZ = \angle CZM$ (накл. одностор.)
 $\angle XAB = \angle MYB$ (как одногорн.)

~~$\angle CAZ = \angle XAB$ (накл. одн.)~~ \Rightarrow
 $\Rightarrow \angle AYZ = 15^\circ$ ~~$\angle YZ$ - осн.~~ \Rightarrow
 $\Rightarrow AY = AZ = 3$

ПД Т. Менелая $\triangle ABC$, YM :

$$\frac{CM}{BM} \cdot \frac{BY}{AY} \cdot \frac{AZ}{CZ} = 1 \Rightarrow \frac{BY}{BZ} \cdot \frac{3}{9} = 1$$

$\Rightarrow BY = 9$

$$\Rightarrow BY = AB + AY$$

$$\Rightarrow AB = 6$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 1

Если отмечено более одной задачи или ис отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \angle CM \approx \angle CAZ \quad (\text{из прил.}) \quad | \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{CZ}{AC} = \frac{CM}{CA} \quad (\text{т.к. } \angle C = \angle CAZ \text{ и } \angle CZM = \angle CAZ) \quad | \cancel{\text{из прил.}}$$

$$| \Rightarrow \frac{9}{12} = \frac{CM}{CA+MX} \quad | \Rightarrow 3CM + 3MX = 4CM$$

$$| \Rightarrow MX = \frac{CM}{3}$$

~~$$\text{Углы } \angle B \text{ и } \angle D \text{ линейные (одел. нер.).} \quad | \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{13X}{5X}$$~~

~~$$BX = BM - MX = CM - MX = \frac{2}{3} CM$$~~

~~$$CX = CM + MX = \frac{4}{3} CM$$~~

~~$$| \Rightarrow \frac{9}{12} = \frac{CM}{BX+CX}$$~~

~~$$\text{Все верно! но Г. кос. } | \Rightarrow \frac{9}{12} = \frac{CM}{BX+CX}$$~~

~~$$\text{Проверяю, что } \angle CAB \text{ разн.}$$~~

$$\triangle AYZ: \text{по Г. кос.} : YZ^2 = AY^2 + AZ^2 - 2AY \cdot AZ \cos \angle$$

$$| \Rightarrow \cos \angle = \frac{9+9-16}{2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{-2}{2 \cdot 3} = -\frac{1}{3}$$

$$\triangle ABC: \text{по Г. кос.} : BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos(180^\circ - \angle)$$

$$\cos(180^\circ - \angle) = -\frac{1}{3} \Rightarrow BC = \sqrt{36 + 144 + \frac{144}{9}},$$

$$| \Rightarrow BC = \sqrt{196} = 14$$

$$\text{Ответ: } 14$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
Виз 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(1) : \sqrt{\frac{5\sqrt{3}-2}{4}+6} - \sqrt{5+\frac{2-5\sqrt{3}}{4}} + 5 = 2\sqrt{30} + \frac{2-5\sqrt{3}}{4} = \frac{79-20\sqrt{3}}{16}$$

$$2\sqrt{5\sqrt{3}+22} - 2\sqrt{22-5\sqrt{3}} + 5 = \cancel{2}\sqrt{180+8-79} =$$

$$2\sqrt{5\sqrt{3}+22} - 2\sqrt{22-5\sqrt{3}} + 5 = \cancel{2}\sqrt{409} =$$

$$-2\sqrt{5\sqrt{3}+22} - 2\sqrt{22-5\sqrt{3}} = \cancel{2}\sqrt{409-5} = 9^2$$

$$> 0 \quad 2 > 10 > 0$$

$$\cancel{4(\sqrt{5\sqrt{3}+22}) + 4(\sqrt{22-5\sqrt{3}}) - 8\sqrt{484-75}} = \cancel{8}$$

$$\cancel{-6\sqrt{409+25} - 80\sqrt{409}}$$

$$\cancel{4(\sqrt{5\sqrt{3}+22}) + 4(\sqrt{22-5\sqrt{3}}) - 8\sqrt{484-75}} = \cancel{\frac{1}{4}(409+25-5\sqrt{409})}$$

$$176 - \cancel{8\sqrt{409}} = \frac{409}{4} + 25 \cdot 1 \cdot 7$$

$$704 - 12\sqrt{409} = 409 + 100$$

$$12\sqrt{409} = 704 - 509 \quad | - 704 \\ \cancel{12\sqrt{409}} \in \mathbb{Z} \quad | - \cancel{704}$$

Ответ: нет решения



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a): x^2 + x - 29 = 0;$$

$$D = 1 + 4 \cdot 29 = 117 = 9 \cdot 13$$

$$x = \frac{-1 \pm 3\sqrt{13}}{2}$$

$$(b): 4x^2 + 4x - 71 = 0$$

$$D = 16 + 4 \cdot 71 = 300 = 100 \cdot 3$$

$$x = \frac{-4 \pm 10\sqrt{3}}{8}$$

т.к. $x \geq 0$ (из под ненегативности корней), то

$$x = \frac{-1 - 3\sqrt{13}}{2} \text{ и } x = \frac{-4 - 10\sqrt{3}}{8} \text{ - не уд.}$$

Так как ни одно из сделанных мною пред.
не могло поместиться под корнем, то ~~они~~ они
могли их лишь привести (извлечь).

Следовательно проверим оба:

$$\text{I. } x = y = \frac{3\sqrt{13} - 1}{2}. \text{ Всего, что (2) заложилось}$$

$$(1): \frac{\sqrt{3\sqrt{13} + 11}}{2} - \sqrt{\frac{11 - 3\sqrt{13}}{2}} + 5 = 2\sqrt{30 + \frac{1 - 3\sqrt{13}}{2} - \frac{118 - 6\sqrt{13}}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{3\sqrt{13} + 11}{2}} - \sqrt{\frac{11 - 3\sqrt{13}}{2}} + 5 = \sqrt{120 + 2 - 118}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{11 - 3\sqrt{13}}{2}} - \sqrt{\frac{3\sqrt{13} + 11}{2}} = 3$$

$$\text{т.к. } \sqrt{\frac{11 - 3\sqrt{13}}{2}} < \sqrt{\frac{3\sqrt{13} + 11}{2}}, \text{ то } x = y = \frac{3\sqrt{13} - 1}{2} \text{ - не уд.}$$

$$\text{II. } x = y = \frac{10\sqrt{3} - 4}{8} = \frac{5\sqrt{3} - 2}{4}$$

(2) - верно (аналог.)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} \\ (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x^4 + x - 5\sqrt{y} = 4y^4 - 5\sqrt{xy} + y \\ (2) \end{cases}$$

~~из условия~~: $x, y > 0$

$$\text{Рассмотрим } \begin{cases} x^4 = a \geq 0 \\ y^4 = b \geq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (2): 4(a^4 - b^4) + (a^4 - b^4) + 5(a - b) = 0$$

$$a - b = 0$$

$$4(a^8 + b^8)(a^4 + b^4)(a^2 + b^2)(a + b) + (a^2 + b^2)(a + b) + 5 = 0 \quad | \geq 0 \geq 0 \geq 0 \geq 0 \quad p$$

$$\Rightarrow a - b = 0, \text{ т.е. } \sqrt{x^4} = \sqrt{y^4} \Rightarrow x = y.$$

$$(1): \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = 2\sqrt{30-x-x^2} - 5 \quad |^2$$

$$x+6+5-x-2\sqrt{30-x-x^2} = 4(30-x-x^2) - 20\sqrt{30-x-x^2} + 25$$

$$\text{Рассмотрим } \sqrt{30-x-x^2} = t \geq 0 \quad (\Rightarrow)$$

$$\Rightarrow 4t^2 - 18t + 49 = 0$$

$$\text{решение } 4(t-\frac{7}{2})(t-\frac{7}{2}) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{30-x-x^2} = 1 \\ \sqrt{30-x-x^2} = \frac{7}{2} \end{cases} ; \quad \begin{cases} 30-x-x^2 = 1 \\ 30-x-x^2 = 49 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x^2+x-29=0, \\ x^2+4x-7=0 \end{cases}$$

$$(a)$$

$$(b)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

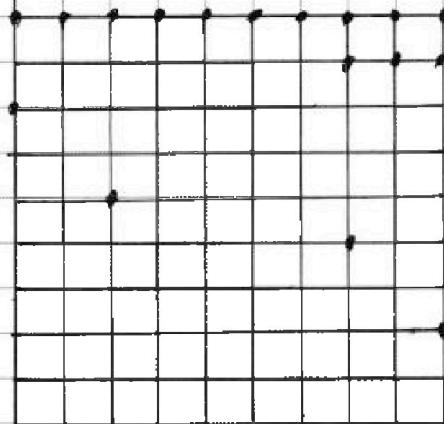
5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\text{Всего узлов } (9+1)(9+1) = \\ = 100$$

Всего способов превращения
одного узла из 100:

$$\frac{100 \cdot 99}{2} = 4950.$$

Известно, что мы можем повернуть
квадрат на 90° по часовой, $+90^\circ$, $+180^\circ$, $+270^\circ$.
Итого 4 конфигурации.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

6

1

□

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \end{cases}$$

$$d^2 - 18d + 56 = 0 \quad \begin{cases} d=4 \\ d=14 \end{cases} \quad d^4 = x \quad x^4 = d^{16}$$

$$f_6 \leq 4x - 3y \leq 6 \quad -8 \leq 3x - 4y \leq 8 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{4} = \frac{d}{16}$$

$$8 \leq 4y - 3x \leq -8 \quad 8 \leq 4y - 3x \leq 8 \quad \text{and} \quad -14 \leq y + x \leq 14 \quad \Rightarrow \quad \boxed{-14 \leq y + x \leq 14}$$

$$8 \geq 4y - 3x \geq -8 \quad -8 \leq 4y - 3x \leq 8 \quad \text{and} \quad -6 \leq 3y - \frac{9}{4}x \leq 6$$

$$4(a^8 - b^8) + (a^4 - b^4) + (a - b) = 0 \quad m = 3 \sqrt[4]{\frac{3}{4}} \quad -12 \leq 4x - \frac{9}{4}x \leq 18 \quad -48 \leq 7x \leq 18$$

$$\frac{14}{4} = \frac{7}{2} \quad 16 + 71 \cdot 4 = 300 \quad -8 \leq -5 \leq 8 \quad (-1) \cdot (-6) \leq 4x - 3y \leq 6$$

$$-6 \leq 4x - 3y \leq 6 \quad -8 \leq 4y - 3x \leq 8 \quad -\frac{3 \cdot 3}{2} \leq 3x - \frac{9}{4}y \leq \frac{9}{2} \quad (m+3)^2 = d^2 \quad m \sqrt[4]{3 \cdot 2}$$

$$-8 \leq 4y - 3x \leq 8 \quad -8 \leq 4y - 3x \leq 8 \quad -\frac{9}{2} \leq \frac{9}{2}y \leq \frac{9}{2} + 8 \quad 4(a^4 + b^4)(a^2 + b^2)(a + b)$$

$$-\frac{9}{2} \leq \frac{9}{2}y \leq \frac{9}{2} + 8 \quad x = -\frac{96}{14} \quad y = -\frac{50}{7} \quad 14x + 7y \leq 146$$

$$-\frac{18}{2} \leq 7y \leq 50 \quad x = -\frac{48}{7} \quad y = -7 \frac{1}{7} \quad 14x + 7y \leq 146$$

$$-\frac{36}{2} \leq 7y \leq 50 \quad -27 \frac{2}{7} \leq 7y \leq 50 \quad -27 \frac{2}{7} + 21 \frac{4}{7} \leq 7y \leq 50 \quad y = -7 \frac{1}{7}$$

$$-\frac{72}{2} \leq 7y \leq 50 \quad 96 \leq 14x \leq 96 \quad x = -\frac{48}{7} \quad y = -7 \frac{1}{7}$$

$$4t^2 = 9t - 14t + 14 \quad -7 + \frac{16}{-4(\frac{7}{7} - \frac{1}{7}) + 30} = 16 \quad -27 \frac{2}{7} + 21 \frac{4}{7} \leq 7y \leq 50 \quad y = -7 \frac{1}{7}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} d_2 = d_5 + 28 \\ d_4 = d_5 + 6 \end{cases}$$

$$B(x^2 - 4x)^2 = 3(6x + 18) + 6$$

$(m, n) \in \mathbb{N}$:

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = \begin{cases} 13p^2 - 5q \\ 3q^2 \end{cases}$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = \begin{cases} 13p^2 \\ 3q^2 \end{cases}$$

$$A = (m-n)(m-n+9) \quad (m-n)(m-n+9) = 3q^2 \quad \sqrt{= 3q^2}$$

$$B = mn(m-n+3) \quad \begin{matrix} x^4 \\ 3 \\ 12 \end{matrix} \quad 3(x^2 - 4x)^2 + 3x^2 - 2(6x + 18) = 0$$

$$\text{I. } m:2, n:2 \Rightarrow A:2$$

$$\text{II. } m \text{ или } n:2 \Rightarrow B:2$$

$$\text{III. } m/2 \text{ и } n/2$$

$$1. 256 = 2256 + 256 + 16 - 16 - 12. \quad \begin{cases} x \\ x+t \end{cases} = \frac{9}{12}$$

$$2. 16(16+1) \quad 6^4 - 8 \cdot 6^3 + 17 \cdot 6^2 - 24 - 12 = 0. \quad \begin{cases} x \\ x-t \end{cases} = \frac{12}{12}$$

$$6^2(36 - 48 + 17) - 36$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} d_5 &= 6x+18 \\ d_7 &= (x^2-4x)^2 = x^2(x-4)^2 \\ d_{11} &= -3x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 14 \\ \hline 28 \\ +65 \\ \hline 93 \\ +70 \\ \hline 163 \\ +84 \\ \hline 247 \end{array}$$

91

$$\begin{array}{r} 196 \\ -91 \\ \hline 105 \\ -70 \\ \hline 35 \\ -14 \\ \hline 21 \end{array}$$

$$y = -\frac{55}{7} - 3$$

$$\begin{array}{r} 130 \\ -130 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$26-0$$

$$\begin{cases} 6x+18+2d = x^4 - 8x^3 + 16x^2 \\ -2d = x^4 - 8x^3 + 18x^2 + 4d \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 19,5-32 \\ 140-28 \\ \hline 112 \end{array}$$

$$4d = 2x^4 - 16x^3 + 32x^2 - 12x - 36$$

$$112$$

$$\begin{cases} 3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 = 0 \\ x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0 \end{cases}$$

$$14$$

$$\begin{array}{r} 1-8+17-4-12 \\ +48 \\ \hline 17 \end{array} \quad 16 = 64 + 68 - 8 - 12 = 0.$$

$$(x^2+ax+b)(x^2+cx+d) = 0$$

$$x^4 + x^3(c+a) + x^2(b+d+ac) + x(bc+ad) + bd$$

$$\begin{cases} d+c = -8 \\ b+d+ac = 17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b+c+a = -4 \\ bd = -12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} d = -8 \\ b = 4 \\ c = -4 \\ a = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12-16 = -4 \\ -28+21 = -7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \\ 17 \\ \times 7 \\ \hline 98 \\ -70 \\ \hline -28 \end{cases}$$

$$y = -\frac{48-70}{7 \cdot 6} = -10$$

$$x = -5$$

$$\begin{array}{r} 6 = -3 \\ 2 \\ \times 6 \\ \hline 12 \\ -16 \\ \hline -4 \end{array}$$

$$7y = -6$$

$$y = -\frac{6}{7}$$

$$x = -10$$