



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



- [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
- [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

- [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
- [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
- [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14 + 5x - y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

- [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
- [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $\{a_n\}$ — задача в условии прогрессии, d — шаг прогрессии

$$\begin{cases} a_5 - a_1 = 20 \\ a_{10} - a_6 = 40 \end{cases} \quad \begin{cases} (x^2 - 2x)^2 - (6 - 9x) = 20 \\ 9x^2 - (x^2 - 2x)^2 = 40 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x^2 - 2x^2 - 2(6 - 9x) = 40 \\ 29x^2 - (x^2 - 2x)^2 = 40 \end{cases} \quad \text{(-)}$$

$$2(x^2 - 2x)^2 - 2(6 - 9x) - 9x^2 + (x^2 - 2x)^2 = 0$$

$$3(x^2 - 2x)^2 - 9x^2 + 2(9x - 6) = 0$$

$$3(x^2 - 2x)^2 - 9x^2 + 18x - 12 = 0$$

$$(x^2 - 2x)^2 - 3(x^2 - 6x + 4) = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 - (3x^2 - 6x + 4) = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$x^4 - x^3 - 3x^3 + 3x^2 - 2x^2 + 2x + 4x - 4 = 0$$

$$(x - 1)(x^3 - 3x^2 + 2x + 4) = 0$$

$$(x - 1)(x^3 - x^2 - 2x^2 + 2x + 4x + 4) = 0$$

$$(x - 1)^2(x^2 - 2x - 4) = 0$$

$$x = 1$$

$$x^2 - 2x - 4 = 0 \quad (x - 1)^2 = 5 \quad x - 1 = \pm \sqrt{5} \quad x = 1 \pm \sqrt{5}$$

Проверка:

$$1) x = 1 \quad a_1 = 6 - 9x = -3 \quad a_5 = 1^2 - 2x^2 = 1 \quad a_{10} = 9x^2 = 9 \quad d = -9; \quad d = 2, \quad \text{不符}$$

$$2) x = 1 + \sqrt{5} \quad a_1 = 6 - 9x = 6 - 9 + 9\sqrt{5} = 9\sqrt{5} - 3 \quad a_5 = (1 + \sqrt{5})^2 - 2(1 + \sqrt{5}) = (6 - 2\sqrt{5} - 2 + 2\sqrt{5})^2 = 4^2 = 16 \\ a_{10} = 9x^2 = 9(1 + \sqrt{5})^2 = 54 + 18\sqrt{5} \quad a_6 = 22\sqrt{5} - 22; \quad d = 9,5 + 4,5\sqrt{5} \quad \text{不符}$$

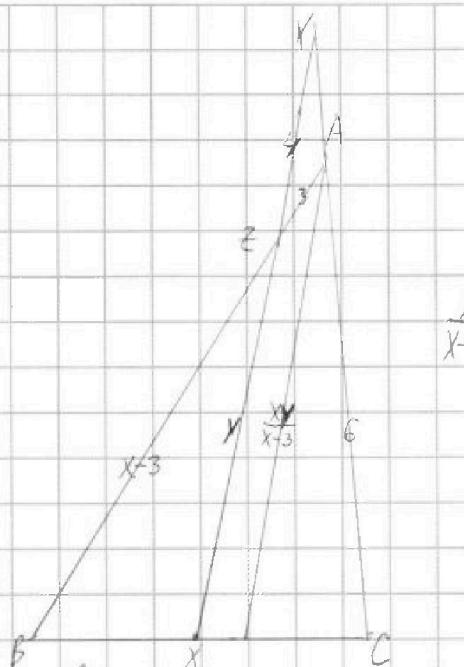
$$3) x = 1 - \sqrt{5} \quad a_1 = 6 - 9x = 6 - 9 - 9\sqrt{5} = -9\sqrt{5} - 3 \quad a_6 = (1 - \sqrt{5})^2 - 2(1 - \sqrt{5}) = (16 + 2\sqrt{5} - 2 - 2\sqrt{5})^2 = 4^2 = 16 \\ a_{10} = 9x^2 = 9(1 - \sqrt{5})^2 = 54 + 18\sqrt{5} \quad a_6 = -22\sqrt{5} - 32; \quad d = 9,5 + 4,5\sqrt{5} \quad \text{不符}$$

Ответ: $1, 1 + \sqrt{5}, 1 - \sqrt{5}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
ИЗ

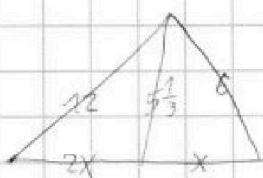
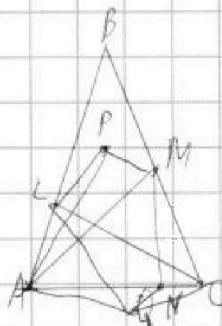
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



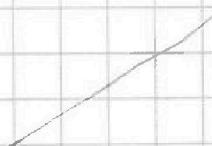
$$Y \in O; F$$

$$X \geq 0, 14 + 5X \geq Y^2$$

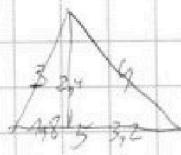
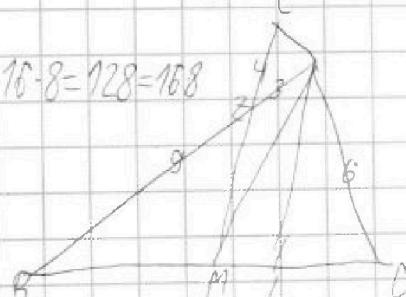
$$\frac{X}{X-3}$$



$$\begin{array}{r} 89 \\ \times 2 \\ \hline 178 \\ 89 \quad 78 \\ \hline 167 \\ 531 \quad 64 \\ \hline 945 \end{array}$$



$$\frac{16}{3} \cdot 24 \quad 16 \cdot 8 = 128 = 168$$



$$\begin{aligned} 5,76 &= 3 \cdot 3,2 + 4 \cdot 1,68 - 3,2 \\ &= 3^2 \cdot \frac{3,2}{3,8} + 4^2 \cdot \frac{1,68}{3,2} - 18 \cdot \frac{3,2}{3,2} = \\ &= \frac{9 \cdot 3,2}{3,8} + \frac{16 \cdot 1,68}{3,2} - \end{aligned}$$

$$144 = 16 \cdot 9$$

$$(X - \frac{5 - \sqrt{37}}{2})$$

$$(\frac{5 + \sqrt{37}}{2}) / (\frac{5 - \sqrt{37}}{2}) = \frac{25 - 37}{4}$$

$$\frac{37}{148}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |2y-x| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y-x \leq 2 \\ 2x-y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16x-5y \leq 20 \\ 8x-4y \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} \cancel{\begin{cases} 8y-4x \leq 8 \\ 16x-5y \leq 5 \end{cases}} \\ 3y+6x \leq 13 \end{array}$$

$$x = 1\frac{1}{3}, y = 1\frac{2}{3}, |x-2y| = |1\frac{1}{3} - 2 \cdot 1\frac{2}{3}| = |\frac{4}{3} - \frac{20}{3}| = 2 \leq 2$$

$$|2x-y| = |2 \cdot 1\frac{1}{3} - 1\frac{2}{3}| = |\frac{8}{3} - \frac{5}{3}| = 1 \leq 1$$

$$3y+6x = 3 \cdot \frac{5}{3} + 6 \cdot \frac{4}{3} = 5 + 4 \cdot 2 = 13$$

Пример подходит

Ответ: 13

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = (m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n-7)(m+2n)$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = mn(m+2n+9)$$

Пусть $A \times 2 \Rightarrow [m+2n-7] : 2 \Rightarrow m+2n-7+m+2n : 2 \Rightarrow 2(m+2n)-7 : 2$, противоречие
 $\sum m+2n \neq 2$

Пусть $B \times 2 \Rightarrow [m] : 2 \Rightarrow m+m+2n+9 : 2 \Rightarrow 2(m+n)+9 : 2$, противоречие
 $\sum m+2n+9 \neq 2$

$$\begin{cases} 44p^2 : 2 = 75 \\ 110^2 : 2 = 750^2 : 2 \end{cases} \Rightarrow p=2; q=2 \quad (\text{н. р. } p, q \in \mathbb{P}) \quad \begin{cases} 44 = 4^2 \\ 300 = 2^2 \cdot 3^2 \end{cases}$$

Рассмотрим 2 случая:

I случай: $A=44; B=300$

$$m+2n > 0 \Rightarrow m+2n-7 = \frac{44}{m+2n} > 0$$

Делители числа 44 -- 1, 2, 4, 11, 22, 44

$$1) [m+2n-7]=1 \quad \begin{cases} m+2n=44 \\ m+2n=4 \end{cases}$$

$$2) [m+2n-7]=2 \quad \begin{cases} m+2n=22 \\ m+2n=2 \end{cases}$$

$$3) [m+2n-7]=4 \quad \begin{cases} m+2n=11 \\ m+2n=4 \end{cases}$$

$$44-2n+2n-7$$

$$-7=-20$$

$$m=n-2n$$

$$-7=-43$$

не подходит

$$B=300$$

не подходит

$$44(11-2n)n(11-2n+2n+9)=300$$

$$(11-2n)n=22 \cdot 15$$

$$2n^2-11n+22=0$$

$$(n-3)(8n-5)=0 \quad n=\frac{5}{8} \quad \text{н.р.}, n \in \mathbb{N}$$

$$n=3 \quad m=11-2n=5$$

$$A=(5+2 \cdot 3-7)(5+2 \cdot 3)=44$$

$$B=5 \cdot 3 \cdot (5+2 \cdot 3+9)=300 \quad n=3, m=5 - \text{решение}$$

II случай: $A=300; B=44$

$$m-n-(m+2n-7)=m-n-m-2n+7=m-n-2n+7+5=(n-2)(n-1)+5 \quad m-2n=7$$

$$m+2n-7 = \frac{300}{m+2n} > 0$$

1) $m \geq 2 \quad m-(m+2n-7) > 0 \Rightarrow m-n > m+2n-7 \Rightarrow B > A \Rightarrow 44 > 300$, противоречие
 $m+2n+9 > m+2n$

$$2) m=1 \quad B-n(2n+10)=44 \quad n=2 \Rightarrow B=2(2 \cdot 2+10)=28 < 44 \quad n \geq 3 \Rightarrow B \geq 3(2 \cdot 3+10)=48 > 44$$

$B \neq 44$, противоречие

Ответ: $n=3, m=5$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

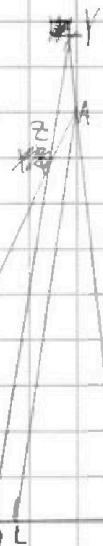
6

7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Точка AL -биссектриса $\triangle ABC$

Также $AB = x$; $AC = y$; $BC = z$

$$BM = CM = \frac{1}{2}z$$

$$BL = \frac{AB}{AB+AC}z = \frac{x}{x+y}z$$

$$ML = BL - BM = \frac{x}{x+y}z - \frac{1}{2}z = \frac{2x-x-y}{2(x+y)}z = \frac{x-y}{2(x+y)}z$$

$$ME \parallel AL \Rightarrow \frac{BE}{EZ} = \frac{BM}{ML} \Rightarrow \frac{x-3}{3} = \frac{\frac{1}{2}z}{\frac{x-y}{2(x+y)}z}$$

$$\frac{x-3}{3} = \frac{1}{x-y} \cdot \frac{x+y}{3} = \frac{x-3}{x-y}$$

$$3(x-6) = (x-3)(x+6)$$

$$3x^2 + 18 = x^2 + 3x^2 - 18 - 9x + 18$$

$$x^2 - 6x - 36 = 0$$

$$x(x-12) = 0$$

$$x > 0 \Rightarrow x = 12$$

$$AL \parallel CM \Rightarrow \frac{CL}{CM} = \frac{AL}{MN} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}z}{\frac{1}{2}z} = \frac{AL}{y+4} \Rightarrow \frac{12}{y+4} = \frac{AL}{y+4} \Rightarrow AL = \frac{12(y+4)}{y+4} = 12$$

$$ME \parallel AL \Rightarrow \frac{BA}{BZ} = \frac{AL}{MZ} \Rightarrow \frac{12}{9} = \frac{\frac{1}{3}(y+4)}{y} \Rightarrow \frac{y+4}{y} = \frac{12}{9} \cdot \frac{3}{2} = \frac{12 \cdot 3}{9 \cdot 2} = 2 \Rightarrow y+4=2y \Rightarrow y=4$$

$$AL = \frac{2}{3}(y+4) = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$$

III. Сторона $AL = ?$ Сторона $BAL = ?$

$$\text{III. } \cos \angle BAL = \frac{BL^2 + AL^2 - AB^2}{2 \cdot BL \cdot AL} = \frac{144 + \frac{256}{9} - 2 \cdot 12 \cdot 5\frac{1}{3}}{2 \cdot 12 \cdot 5\frac{1}{3}} \cdot \cos \angle = \frac{16 \cdot 89 - 16 \cdot 8 \cos \angle}{16 \cdot 9 + 16 \cdot 8} = 16 \cdot 8 \cos \angle$$

$$\text{III. } \cos \angle CAL = \frac{CL^2 + AC^2 - AL^2}{2 \cdot CL \cdot AC} = \frac{36 + \frac{256}{9} - 2 \cdot 6 \cdot 5\frac{1}{3}}{2 \cdot 6 \cdot 5\frac{1}{3}} \cdot \cos \angle = \frac{4 \cdot 145 - 8 \cdot 8 \cos \angle}{9} = 8 \cdot 8 \cos \angle$$

$$BL = \frac{x}{y+4} \cdot BC = \frac{2}{3}BC = \frac{2}{3}z$$

$$BL^2 = \left(\frac{2}{3}z\right)^2$$

$$\frac{16 \cdot 89}{9} - 16 \cdot 8 \cos \angle = \frac{8 \cdot 145}{9} + 16 \cdot 8 \cos \angle = \frac{2}{9}z^2$$

$$8(2 \cdot 89 - 145) = 2z^2$$

$$z^2 = 4 \cdot 33$$

$$\text{Ответ: } z = \sqrt{33}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$18x - 5)^2 = 56$$

$$2x = 5 \pm 2\sqrt{14}$$

$$x = \frac{5 \pm 2\sqrt{14}}{2}$$

$$\begin{aligned} C=4 & \quad (x+2)(7-x)=C^2=16 & 14+5x-x^2=16 & x^2-5x+2=0 & D=(-5)^2-4 \cdot 2=17 & x=\frac{5 \pm \sqrt{17}}{2} \\ C=2,5 & \quad (x+2)(7-x)=C^2=\frac{25}{4} & 14+5x-x^2=\frac{25}{4} & (x-2,5)^2=14 & x=2,5 \pm \sqrt{14}=\frac{5 \pm 2\sqrt{14}}{2} \end{aligned}$$

$$x = \frac{5+\sqrt{17}}{2} \quad \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = \sqrt{\frac{9+\sqrt{17}}{2}} - \sqrt{\frac{9-\sqrt{17}}{2}} + 7 = \frac{\sqrt{18+2\sqrt{17}} - \sqrt{18-2\sqrt{17}}}{2} + 7 = \frac{(\sqrt{17}+1) - (\sqrt{17}-1)}{2} + 7 = 8$$

$$2\sqrt{(x+2)(7-x)} = \cancel{\sqrt{17+2}\cancel{\sqrt{17-2}}} = \cancel{\sqrt{36}} = \cancel{6} \text{ не подходит}$$

$x = \frac{5-\sqrt{17}}{2}$ аналогично, $x+2$ и $7-x$ меняются местами

$$x = \frac{5+2\sqrt{14}}{2} \quad \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = \sqrt{\frac{9+2\sqrt{14}}{2}} - \sqrt{\frac{9-2\sqrt{14}}{2}} + 7 = \frac{\sqrt{18+4\sqrt{14}} - \sqrt{18-4\sqrt{14}}}{2} + 7 = \frac{(\sqrt{14}+2) - (\sqrt{14}-2)}{2} + 7 = 9$$

$$2\sqrt{(x+2)(7-x)} = \cancel{\sqrt{14+2}\cancel{\sqrt{14-2}}} \cdot 2 = \cancel{\frac{12}{2}} = 6 \text{ не подходит}$$

$x = \frac{5-2\sqrt{14}}{2}$ аналогично, $x+2$ и $7-x$ меняются местами

Для $x = \frac{5+\sqrt{17}}{2}$ и $x = \frac{5-\sqrt{17}}{2}$ второе неравенство, следующее за первым ($x > 0$)

$$\text{Ответ: } \left(\frac{5+\sqrt{17}}{2}, \frac{5+\sqrt{17}}{2} \right), \left(\frac{5-\sqrt{17}}{2}, \frac{5-\sqrt{17}}{2} \right)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть при некотором повороте обе линии тогда пересекутся. Тогда они обе находятся в центре лекала, противоречие.

Пусть при повороте на 90° точка 1 переходит в точку 2, а точка 8 в точку 1. Но одна из этих точек не центр, т.к. центр переходит в себя. Тогда $A_1 \Rightarrow \overrightarrow{OA_1}, A_2 \Rightarrow \overrightarrow{OA_2}, \angle OA_1, OA_2 = 90^\circ$, $\angle OA_2, OA_1 = 90^\circ \Rightarrow \angle OA_2, OA_1 = 180^\circ$, противоречие. Таких пар нет?

Пусть при повороте на 180° точки меняются местами. Значит, они симметричны относительно центра.

Всего пар $(10+1)^2 = 121$, значит таких пар $\frac{121-1}{2} = 60$ (центры). Каждую такую пару можно вписать 2 способами

Всего пар $\frac{121 \cdot 120}{2} = 121 \cdot 60 = 7260$, каждую + 7260 - 60 = 7200 общих пар, каждую такую пару можно вписать 4 способами.

$$7200 + \frac{60}{2} = 1800 + 30 = 1830 - \text{всего различных пар}$$

Ответ: 1830

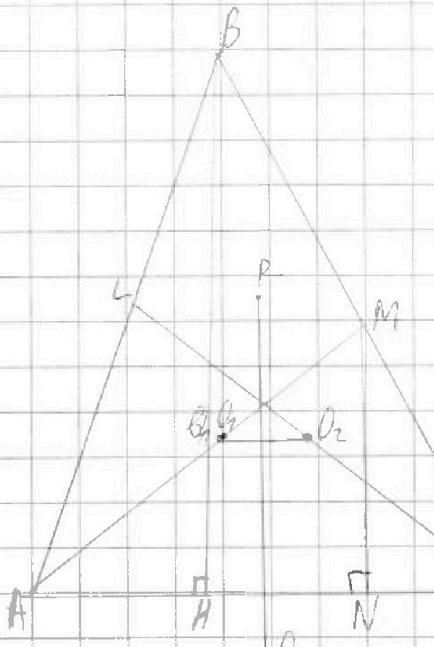


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть O_1 -середина AM , O_2 -середина AN
 PQ -прямая, сдекающая только пересечение окружностей с центрами O_1 и O_2 $\Rightarrow O_1O_2 \perp PQ$

$$O_1O_2 \perp PQ \Rightarrow O_1O_2 \perp BH$$

$$PQ \parallel BH \Rightarrow O_1O_2 \parallel AC$$

$$N \in \odot \Rightarrow \angle ANM = 90^\circ$$

~~$$O_1O_2 \parallel AC \Rightarrow d(L, AC) = d(O_2, AC)$$~~

~~$$d(O_2, AC) = d(O_2, BC) = 2d(O_2, C)$$~~

$O_2 \parallel AE$ аналогично $d(M, AC) = 2d(O_1, AC)$

$d(O_1, AC) = d(O_1, BC) \Rightarrow d(L, AC) = d(M, AC) \Rightarrow LM \parallel AC \Rightarrow L$ -середина $AB \Rightarrow AC = BC$

$$AL = BL = 2 - MN = BH = 2MA =$$

$$AM = \sqrt{2AB^2 + 2AC^2 - BC^2} = \sqrt{32 + BC^2} \quad AC = x \quad AM = \sqrt{\frac{32+x^2}{2}}$$

$$BC = x \Rightarrow S_{AAC} = \frac{3}{4} \cdot \sqrt{x^2 - \frac{32}{x^2}} = 2\sqrt{x^2 - 4}$$

$$\frac{AC \cdot BH}{2} = \frac{x \cdot BA}{2} = S_{ABC} = 2\sqrt{x^2 - 4} \quad BH = \frac{4\sqrt{x^2 - 4}}{x} \quad MN = \frac{BH}{2} = \frac{2\sqrt{x^2 - 4}}{x}$$

$$AM^2 = AN^2 + MN^2 \quad \frac{32+x^2}{4} = 5^2 + \frac{4(x^2-4)}{x^2}$$

$$(32+x^2)x^2 = 100x^2 - 16(x^2-4)$$

~~$$x^4 - 32x^2 + 100x^2 - 16x^2 + 64 = 0$$~~

~~$$x^4 + 52x^2 - 64 = 0$$~~

$$x^4 + 32x^2 + 100x^2 + 16x^2 - 64 = 0$$

$$x^4 + 84x^2 - 64 = 0$$

$$x^2 - 84x^2 - 64 = 0$$

$$D = 84^2 + 64 \cdot 4 = 21 \cdot 16 (21^2 + 16^2) = 16 \cdot 437 = 457$$

$$a = \frac{-84 \pm \sqrt{457}}{2} = -42 \pm 2\sqrt{457}$$

$$a > 0 \quad a = 2\sqrt{457} - 42$$

$$x = \sqrt{2\sqrt{457} - 42}$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{2\sqrt{457} - 42}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

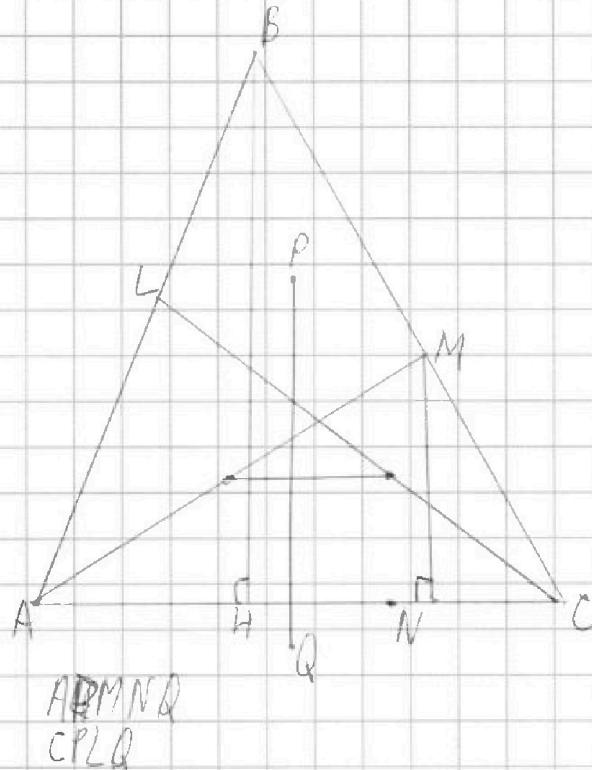


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$9\sqrt{5} - 3 - 3(9,5 - 4,5\sqrt{5}) = 9\sqrt{5} - 3 - 28,5 + 13,5\sqrt{5} = 18,22,5\sqrt{5} - 31,5$$

$$-2 \leq x + 2y \leq 2$$

$$-1 \leq 2x - y \leq 1$$

$$a(y-2y) + b(2x-y) = 3y + 6x$$

$$-2ay - 2a - by + 10a + 2bx = 3y + 6x$$

$$\begin{cases} 2y - x = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y - x = 2 \\ y - 2x + 4x - 2y = 2 \end{cases}$$

$$3x = 4 \quad x = 1\frac{1}{3} \quad y = 1\frac{2}{3}$$

$$\begin{cases} a + 2b = 0 \\ -2a - b = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a + 4b = 12 \\ -2a - b = 3 \end{cases}$$

$$3b = 15 \quad b = 5 \quad a = -3$$

$$m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 19n = (m+2n-7)(m+2n)$$

$$m^2n + 2mn^2 + 9mn = mn(m+2n+9)$$

$$m(2n+9)$$

$$m = 9 \quad m(12n+10) \quad 9 \cdot 28 \quad 10 \cdot 30$$

$$m = 4 \quad 12n+10 \quad n < 10$$

$$12(n+1) \quad mn/2$$

$$13(13+1)$$

$$(m+2n-7)$$

