



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 8

1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leqslant 6, \\ |3x - 4y| \leqslant 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Первый член арифметической прогрессии равен a_1 ; разность ар. прогрессии равна d . a_n -й член арифметической прогрессии

$$a_5 = a_1 + 4d = 6x + 18$$

$$a_7 = a_1 + 6d = (x^2 - 4x)^2 = x^4 - 8x^3 + 16x^2$$

$$a_{11} = a_1 + 10d = -3x^2$$

$$a_7 - a_5 = a_1 + 6d - a_1 - 4d = 2d = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18$$

$$\begin{aligned} a_{11} = a_1 + 10d &= a_1 + 6d + 4d = a_7 + 2 \cdot 2d = x^4 - 8x^3 + 16x^2 + \\ &+ 2x^4 - 16x^3 + 32x^2 - 12x - 36 = -3x^2 \\ 3x^4 - 24x^3 + 48x^2 - 12x - 36 &= 0 \quad | : 3 \end{aligned}$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x-2)^2(x^2 - 4x - 3) = 0$$

$$x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ x^2 - 4x - 3 = 0 \end{cases} *$$

$$\frac{4}{4} = 4 + 3 = 7$$

$$\begin{cases} x = 2 + \sqrt{7} \\ x = 2 - \sqrt{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ x = 2 + \sqrt{7} \\ x = 2 - \sqrt{7} \end{cases}$$

Ответ: $2; 2 + \sqrt{7}; 2 - \sqrt{7}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

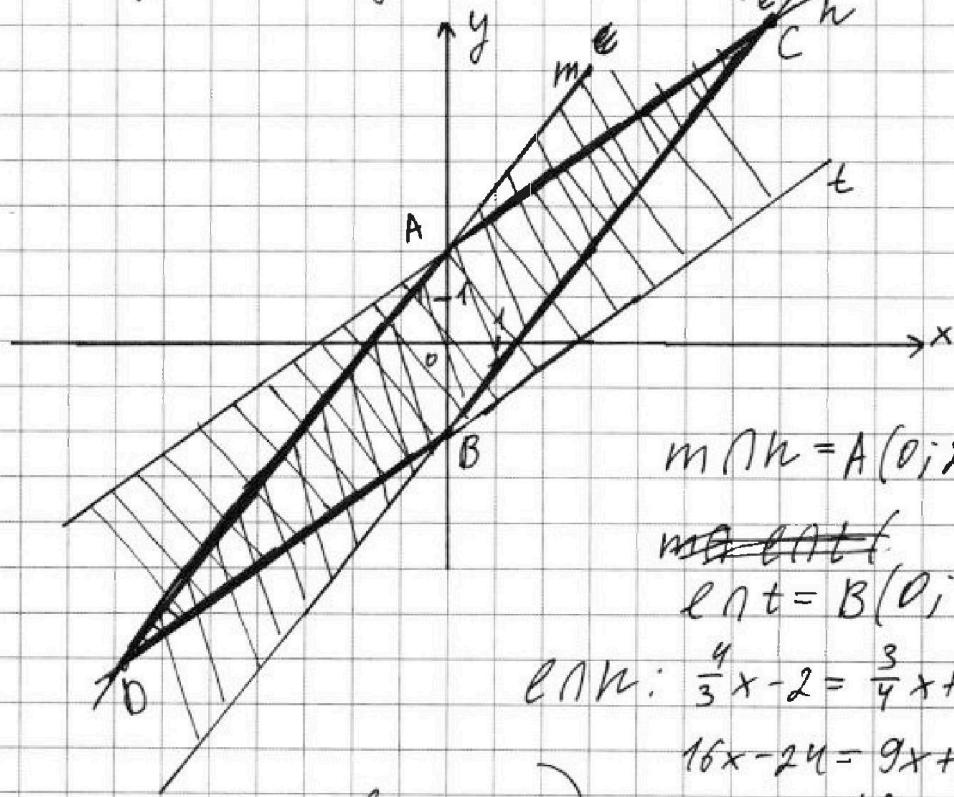
$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 & (1) \\ |3x - 4y| \leq 8 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \begin{cases} 4x - 3y \leq 6 \\ 4x - 3y \geq -6 \end{cases} ; \begin{cases} y \geq \frac{4}{3}x - 2 \\ y \leq \frac{4}{3}x + 2 \end{cases} \quad y = \frac{4}{3}x - 2 - \text{нр. л.}$$

$$y = \frac{4}{3}x + 2 - \text{нр. м.}$$

$$(2) \begin{cases} 3x - 4y \leq 8 \\ 3x - 4y \geq -8 \end{cases} ; \begin{cases} y \geq \frac{3}{4}x - 2 \\ y \leq \frac{3}{4}x + 2 \end{cases} \quad y = \frac{3}{4}x - 2 - \text{нр. т.}$$

$$y = \frac{3}{4}x + 2 - \text{нр. тан.}$$



$$m \cap n = A(0; 2)$$

~~множество~~

$$l \cap t = B(0; -2)$$

$$l \cap n: \frac{4}{3}x - 2 = \frac{3}{4}x + 2 \cdot 1/12$$

$$16x - 24 = 9x + 24$$

$$x = \frac{48}{7} \quad y = \frac{50}{7}$$

$$l \cap n = C\left(\frac{48}{7}, \frac{50}{7}\right)$$

Решение системы - общая
множества областей

$$D-\text{множество} \in \text{помн. зн. } x \text{ и } y$$

$$14x + 7y = -96 \quad \text{и} \quad -50 = -146$$

$$14x + 7y = -96 \quad \text{и} \quad 50 = 146$$

$$14x - 9x = -48$$

$$5x = -48$$

$$x = -\frac{48}{5}$$

Ответ: -146

$$m \cap t: \frac{4}{3}x + 2 = \frac{3}{4}x - 2 \cdot 12$$

$$16x - 9x = -48$$

$$m \cap t = D\left(-\frac{48}{7}, -\frac{50}{7}\right)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = mn(m-n+3)$$

1 случай: $A = 13p^2$; $B = 3q^2$, ~~p, q - простые~~

$$13p^2 = (m-n)(m-n+9)$$

Рассматриваемые значения $m-n$

$$\textcircled{1} \quad m-n=1 \Rightarrow m-n+9=13p^2$$

$$10 = 13p^2$$

$$p^2 = \frac{10}{13}$$

p -простое

| \Rightarrow противоречие

$$\textcircled{2} \quad m-n=13 \Rightarrow m-n+9=p^2$$

$$22 = p^2$$

p -простое | \Rightarrow противоречие

$$\textcircled{3} \quad m-n=13p \Rightarrow m-n+9=p$$

$$13p+9=p$$

$$p = -\frac{9}{12} = -\frac{3}{4}$$

p -простое

| \Rightarrow противоречие

$$\textcircled{4} \quad m-n=13p^2 \Rightarrow m-n+9=1$$

$$13p^2 = -8$$

$p \in \mathbb{N}$ | \Rightarrow противоречие

$$\textcircled{5} \quad m-n=p \Rightarrow m-n+9=13p$$

$$p+9=13p$$

$$p = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$p \in \mathbb{N}$ | \Rightarrow противоречие

$$\textcircled{6} \quad m-n=p^2 \Rightarrow m-n+9=13$$

$$p^2 = 4$$

$$p=2$$

$$m-n=4$$

$$m=n+4$$

$$B = n(n+4) \cdot 4 = 3q^2 \Rightarrow q \neq 7, q \text{-простое}$$

$$\Rightarrow q^2 \neq 7; q^2 = 49$$

$$n^2 + 4n = 21 \Leftarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n^2 + 4n = 21$$

$$\begin{cases} n=3 \\ n=-7 \end{cases} \Rightarrow n=3 \Rightarrow m=7 \\ n \in \mathbb{N}$$

2 случая: $A=3q^2$ $B=13p^2$, q, p - простые
 $q \in \mathbb{N}$ $p \in \mathbb{N}$

$$3q^2 = (m-n)(m-n+9)$$

$$\textcircled{1} \quad m-n=1 \Rightarrow m-n+9=3q^2$$

$$q^2 = \frac{10}{3} \quad | \Rightarrow \text{противоречие} \\ q \in \mathbb{N}$$

$$\textcircled{2} \quad m-n=3 \Rightarrow m-n+9=q^2=12 \quad | \Rightarrow \text{противоречие} \\ q \in \mathbb{N}$$

$$\textcircled{3} \quad m-n=3q \Rightarrow m-n+9=q=3q+9 \\ q = -\frac{9}{2} \quad | \Rightarrow \text{противоречие} \\ q \in \mathbb{N}$$

$$\textcircled{4} \quad m-n=3q^2 \Rightarrow m-n+9=1$$

$$3q^2 = -8 \\ q^2 = -\frac{8}{3} \quad | \Rightarrow \text{противоречие} \\ q \in \mathbb{N}$$

$$\textcircled{5} \quad m-n=q \Rightarrow m-n+9=3q$$

$$2q = 9 \\ q = \frac{9}{2} \quad | \Rightarrow \text{противоречие} \\ q \in \mathbb{N}$$

$$\textcircled{6} \quad m-n=q^2 \Rightarrow m-n+9=3 \\ q^2 = -6 \quad | \Rightarrow \text{противоречие} \\ q \in \mathbb{N}$$

\Rightarrow из 2 случаев, первая пара $(7, 3)$

Ответ: $(7, 3)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

дано:

$\triangle ABC$

AX -бисс.

$MZ \parallel AX, Z \in AC$

$MZ \cap AB = Y$

$AC = 12$

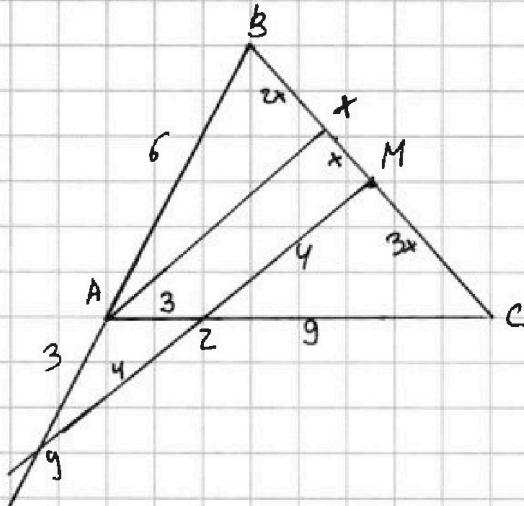
$AZ = 3$

$YZ = 4$

найти:

$BC = ?$

решение:



1) $AX \parallel ZM \Rightarrow \angle AXC = \angle ZMC$ (наслаждение
BC-сек.)
 $\angle ZMC = \angle XCM$ (при паралл. пр. и сек.)

2) $\triangle AXC \sim \triangle ZMC$ (C -одбис., $\angle AXC = \angle ZMC \Rightarrow$)
 \Rightarrow по призм. под. треуг.
 \Rightarrow по опр., $\frac{MC}{XC} = \frac{ZC}{AC} \neq \frac{9}{3}$

$$ZC = AC - AZ = 12 - 3 = 9$$

$$\frac{MC}{XC} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}; MC + XM = XC \Rightarrow XM = XC - MC$$

Пусть $MC = 3x, XC = 4x \Rightarrow XM = 4x - 3x = x$

3) M -сер. BC (по усл.) $\Rightarrow BM = MC = 3x, BX = 2x$ (X-сер.)

4) AX -бис. по усл. \Rightarrow по сб. бис., $\frac{BX}{XC} = \frac{AB}{AC} = \frac{2x}{4x} = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow AB = \frac{1}{2} AC = 6$$

5) $AX \parallel YM \Rightarrow$ по теореме о пропорц. опр., $\frac{BX}{XM} = \frac{AB}{AY} = \frac{2x}{x}$

$$\Rightarrow AY = \frac{1}{2} AB = 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6) По т. Менелая для $\triangle MZY$ и пр. AC :

$$\frac{yA}{AB} \cdot \frac{BC}{CM} \cdot \frac{MZ}{ZY} = 1$$

$$\frac{MZ}{ZY} = \frac{CM}{BC} \cdot \frac{AB}{AY} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 1} = 1 \Rightarrow MZ = ZY = Y$$

7) По т. косинусов для $\triangle AZY$:

$$AZ^2 = AY^2 + YZ^2 - 2 \cdot AY \cdot YZ \cdot \cos \angle Y$$

$$\cos \angle Y = \frac{AY^2 + YZ^2 - AZ^2}{2 \cdot AY \cdot YZ}$$

$$\cos \angle Y = \frac{9+16-9}{2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{16}{8 \cdot 3} = \frac{2}{3}$$

8) По т. косинусов для $\triangle BYM$:

$$BM^2 = BY^2 + MY^2 - 2 \cdot BY \cdot MY \cdot \cos \angle Y$$

$$BM^2 = 81 + 64 - 2 \cdot 9 \cdot 8 \cdot \frac{2}{3} = 145 - 4 \cdot 3 \cdot 8 = 49$$

$$BM = 7 = \frac{1}{2} BC$$

$$BC = 14$$

Ответ: ~~#~~ $BC = 14$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

С учётом ограничений:

$$(1) \sqrt{x+6} + 25 + 10\sqrt{5-x} = 120 - 4x - 4x^2 + 5 - x + 4\sqrt{(5-x)(6+x)} \quad \cancel{\sqrt{5-x}}$$

$$4x^2 + 6x - 94 = 4 \cdot (5-x) \sqrt{6+x} - 10\sqrt{5-x}$$

$$4x^2 + 6x - 94 = \sqrt{x+6} (10-x)$$

$$16x^4 + 36x^2 + 8836 + 48x^3 - 1128x^2 - 752x^2 = (x+6)(100 - 20x + x^2)$$

$$16x^4 + 48x^3 - 716x^2 - 1128x + 8836 = 100x - 20x^2 + x^3 + 600 - 120x + 1x^2$$

$$\cancel{16x^4 + 48x^3 - 716x^2 - 1128x + 8836 = 0}$$

С учётом ограничений:

$$(1) \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{(5-x)(6+x)}$$

$$\sqrt{x+6} + 5 = 2\sqrt{5-x}\sqrt{6+x} + \cancel{4\sqrt{6+x}}$$

$$x + 11 + 2\sqrt{x+6} = \cancel{\sqrt{5-x}}(5-x)(1212x + 4\sqrt{6+x} + + 4(5-x)(6+x + 1 + 2\sqrt{6+x}))$$

$$x + 11 + 2\sqrt{x+6} = (20 - 4x)(x + 7 + 2\sqrt{6+x})$$

$$x + 11 + 2\sqrt{x+6} = 20x + 140 - 16x - 8x\sqrt{6+x}$$

$$\sqrt{x+6}(2+8x) = 3x + 129$$

$$(x+6)(4+32x+64x^2) = 9x^2 + 724 + 16641$$

$$4x + 32x^2 + 64x^3 + 24 + 192x + 384x^2 = 9x^2 + 774x + 16641$$

$$64x^3 + \cancel{169x} 361x^2 - 578x - 16641 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} \\ 9x^4 + x - 5\sqrt{y} = 4y^4 - 5\sqrt{x} + y \end{cases} \quad (1)$$

$$(2) \quad 9x^4 + x + 5\sqrt{x} = 4y^4 + y + 5\sqrt{y}$$

Ограничения: $x \geq 0, y \geq 0$

Пусть $f(t) = 4t^4 + t + 5\sqrt{t}$

$f(t)$ возр. на промежутке $t \in [0; +\infty)$
и убывает на промежутке $(-\infty, 0]$

$f(x) \text{ возр. при } x \geq 0, f(y) \text{ возр. при } y \geq 0$

~~$f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$ ищем не более 1 решения~~

~~$f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$~~

~~$\sqrt{x+6} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} + \sqrt{5-y}$~~

Ограничения: $x+6 \geq 0$

~~$5-y \geq 0$~~

~~$x \geq 0$~~

~~$y \geq 0$~~

~~$30-x \geq 0$~~

$$f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$$

$$(1) \quad \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$\sqrt{x+6} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2} + \sqrt{5-x}$$

Ограничения: $\begin{cases} x+6 \geq 0 \\ x-5 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ 30-x-x^2 \geq 0 \end{cases}; x \in [0; 5]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего узлов $10 \cdot 10 = 100$

Небходимо выбрать 2 узла, это можно
сделать C_{100}^2 способами

Квадрат может иметь 4 поворота,
поэтому ~~здесь~~ учли ван то, что распар-
ки получаются поворотами стоящими
одинаковыми, то способов сделали это
ровно $\frac{C_{100}^2}{4}$

Ответ: $\frac{C_{100}^2}{4}$ способов

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$6x + 18 = a_1 + 8d$$

$$x^4 - 8x + 16x = a_1 + 6d$$

$$-3x^2 = a_1 + 10d$$

$$2a_1 + 10d - x^4 - 2x + 16x + 18$$

$$a_1 = x^4 - 2x - 3x^2 + 16x + 18$$

$$rx + 18 = x^4 - 2x - 3x^2 + 16x + 18 + 9d$$

$$9d = -x^4 + 3x^2 - 8x$$

$$6d = -1,5x^4 + 4,5x^2 - 12x \quad (x-2)^4 = (x^2 - 4x + 4)^2 = x^4 + 16x^2 + 16 - 8x^3 - 32x + 8x^2$$

$$-8x + 16 = x^4 - 2x - 3x^2 + 16x + 18 - 1,5x^4 + 4,5x^2 - 12x$$

$$1,5x^4 - 2x - 1,5x^2 - 10x - 2 = 0$$

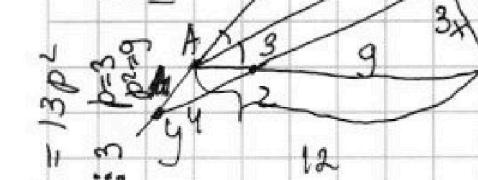
$$A = m^2 - mn + n^2 + gm - gn = (m-n)^2 + g(m-n)$$

$$\beta = m^2n - mn^2 + 3mn = mn(m-n+3)$$

$$m-n=13$$

$$m=13$$

$$n=1$$



$$(m-n+3) = 13\beta^2$$

$$m-n+3 = 3$$

<math

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$a_5 = 6x + 18 = a_1 + 4d$$

$$4x - 3y \geq 0$$

$$\times 1/4$$

$$y \leq \frac{4}{3}x$$

$$y > \frac{4}{3}x$$

$$\times 1/3$$

$$y \geq \frac{4}{3}x - 12$$

$$y \leq -\frac{4}{3}x + 2$$

$$\times 1/3$$

$$\times 2/7$$

$$\times 8/21$$

$$\times 1/6$$

$$a_7 = (x^2 - 4x)^2 = a_1 + 6d = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x + 18 = 20d$$

$$a_{11} = -3x^2 = a_1 + 10d \quad \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{(5-y)(6+x)}$$

$$-3x^2 = 6x + 18 + 3x^4 - 24x^3 + 98x^2 - 18x + 10$$

$$3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x + 36 = 0 \quad 16 - 64 + 78 - 8 + 12$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$81 - 216 +$$

$$\frac{16}{x^4} \cdot \frac{9}{7} = \frac{64 \cdot 9}{7^2} = \frac{50}{7}$$

$$6x + 18 = a_1 + 4d$$

$$\times 1/4$$

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 = a_1 + 6d$$

$$\times 1/4$$

$$-3x^2 = a_1 + 10d$$

$$\times 1/4$$

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 = 6x + 18 + 20d$$

$$\frac{1}{16} - \frac{8}{8} + \frac{17}{4} - \frac{4}{2} + 12 =$$

$$\frac{4}{3}x + 2$$

$$|4x - 3y| \leq 6 \quad -6 \leq 4x - 3y \leq 6$$

$$y = \frac{3}{4}x - 2 \frac{1}{3}x + 2$$

$$|3x - 4y| \leq 8 \quad -8 \leq 3x - 4y \leq 8$$

$$y = \frac{3}{4}x - 2 \frac{1}{3}x + 2$$

$$-14 \leq 7x - 4y \leq 14 \quad 3x - 4y \geq 0 \quad 7x = -48$$

$$y \leq \frac{3}{4}x \quad x = -\frac{48}{7}$$

$$6x + 18 = a_1 + 4d$$

$$y \leq \frac{3}{4}x - 2$$

$$x^2 - 4x = a_1 + 6d$$

$$y \geq \frac{3}{4}x$$

$$-3x^2 = a_1 + 10d$$

$$y > \frac{3}{4}x$$

$$2a_1 + 10d = x^2 + 2x + 18$$

$$x^2 - 4x = 4x^2 + 2x + 18 - 6x^2 + 6x$$

$$a_1 + 10d = -3x^2$$

$$3x^2 - 12x - 18 = 0 \quad y \leq \frac{3}{4}x + 2$$

$$a_1 = 4x^2 + 2x + 18$$

$$x^2 - 9x - 6 = 0 \quad \boxed{5}$$

$$6x + 18 = 4x^2 + 2x + 18 + 4d$$

$$\frac{4}{9} = 4 + 6 = 10 \quad \boxed{5}$$

$$4d = -9x^2 + 9x$$

$$x = 2 + \sqrt{10} \quad \boxed{5}$$

$$d = -x^2 + x$$

$$x = 2 - \sqrt{10} \quad \boxed{5}$$

$$d = -x^2 + x$$

$$x = \frac{5 + \sqrt{24}}{2} \quad \boxed{5}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

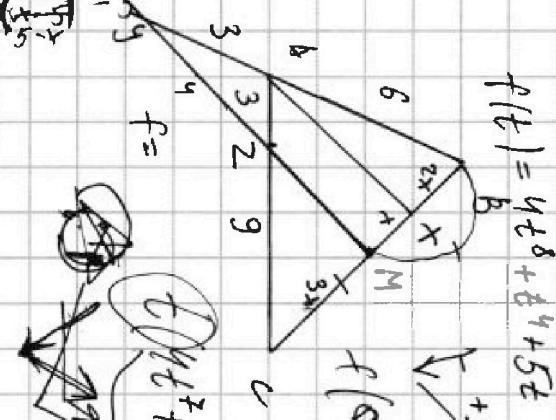
- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} + \sqrt{x+6} \frac{(x-5)}{5-x} = \sqrt{x+6} \sqrt{5-x} + \sqrt{x+6} \frac{(x-5)}{5-x} - 5$$

$$\sqrt{x+6} \frac{(x-1)}{6-x} = \sqrt{5-y} (6-x)$$



$$f(t) = 4t^3 + t^4 + 5t$$

$$\frac{B_N}{NC} \cdot \frac{C_2}{BA} \cdot \frac{A_y}{y_B} = 1$$

$$f(c) = \frac{\frac{A_y}{y_B}}{\frac{3 \cdot 1}{9 \cdot 1}} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{145}$$

$$\frac{x^{12}}{96} - \frac{145}{96}$$

$$y_{x^4+x+5\sqrt{x}} = yy^4+y^{15}\sqrt{y}$$

$$\frac{M_2}{2y} \cdot \frac{y_A}{AB} \cdot \frac{BC}{CM} = 1$$

$$\frac{M_2}{2y} = \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 2} = \frac{1}{3}$$

$$4x^4 + x + 5\sqrt{x} =$$

$$= 4t^4 + t^4 + 5t =$$

$$= 4t^4 + 5t^4 - 4t + 5t =$$

$$4n^2 + n^2 +$$

$$t(4t^4 + t^4 + 5) = 0$$

$$(x+6)(5-y) =$$

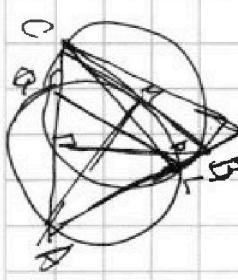
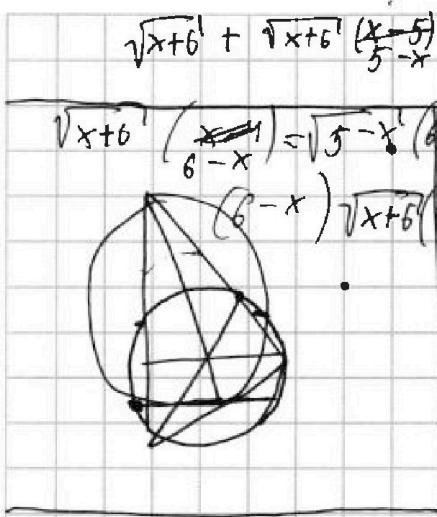
$$= 5x - xy + 30 - 6y$$

$$16 = 2^4 \quad x+6+25+10\sqrt{x+6} = 60 - 2x - 9$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} = 1 + 5 = 2\sqrt{30 - x - y}$$

$$\begin{cases} x+6 \geq 0 \\ 5-x \geq 0 \\ 30-6x+5 > -x^2 > 20 \end{cases}; \quad \begin{cases} x \geq -6 \\ x \leq 5 \\ (x-5)(x+6) \leq 0 \end{cases}$$

$$x \in [-6; 5]$$



$$\begin{cases} x \geq -6 \\ x \leq 5 \\ (x-5)(x+6) \geq 0 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

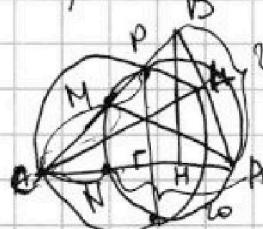
Черновик

$$A = (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = mn(m-n+3)$$

$$\textcircled{1} A = 13p^2$$

$$\textcircled{2} B = 3q^2 \text{ см. MP = CN A}$$



$$\textcircled{1} m-n = 13$$

$$\textcircled{1} m-n+9 = p^2$$

$$22 = p^2 \text{ } \textcircled{W}$$

$$\textcircled{2} A = 3q^2$$

$$\textcircled{2} B = 13p^2$$

$$\textcircled{1} m-n = 1$$

$$m-n+9 = 3q^2$$

$$3q^2 = 10 \text{ } \textcircled{W}$$

$$\textcircled{2} m-n = 3$$

$$m-n+9 = q^2$$

$$q^2 = 12 \text{ } \textcircled{W}$$

$$\textcircled{1} m-n = 3 \text{ } \textcircled{W}$$

$$3q+9 = q^2$$

$$q^2 - 3q - 9 = 0$$

$$q = 9 + 81 = 100$$

$$q = \frac{3+10}{2} = 6,5$$

$$q = \frac{3-10}{2} = -3,5$$

$$\textcircled{4} m-n = 3q^2$$

$$3q^2 = 12$$

$$q^2 = 4$$

$$q = 2$$

$$\textcircled{5} m-n = q$$

$$9+9 = 3q^2$$

$$m-n = 9^2$$

$$q^2 + 9 = 3$$

$$q^2 = -$$

$$\textcircled{6} m-n = q^2$$

$$3q^2 = 4$$

$$q = \sqrt{4/3}$$

$$q = \pm 1,15$$

$$\textcircled{7} m-n = 1,15^2$$

$$m-n = 1,32$$

$$x = 1,32$$

$$\textcircled{1} m-n = 1$$

$$m-n+9 = 1$$

$$10 = 1$$

$$10 = 1$$

$$10 = 1$$

$$10 = 1$$

$$10 = 1$$

$$10 = 1$$

$$10 = 1$$

$$10 = 1$$

$$10 = 1$$

$$10 = 1$$

$$10 = 1$$

$$10 = 1$$

$$10 = 1$$

$$10 = 1$$

$$10 = 1$$

$$10 = 1$$

$$10 = 1$$

$$10 = 1$$

$$10 = 1$$

$$10 = 1$$

$$10 = 1$$

$$10 = 1$$

$$10 = 1$$

$$10 = 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!