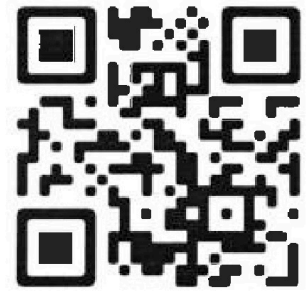




МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] Найдите все значения параметра  $t$ , при каждом из которых уравнение  $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$  имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
2. [4 балла] Натуральные числа  $a$  и  $b$  таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения  $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$  равно  $17p^5$ , где  $p$  – некоторое простое число. Найдите числа  $a$  и  $b$ .
3. [5 баллов] На стороне  $BC$  треугольника  $ABC$  отмечены точки  $M$  и  $N$  так, что  $BM = MN = NC$ . Прямая, параллельная  $AN$  и проходящая через точку  $M$ , пересекает продолжение стороны  $AC$  за точку  $A$  в такой точке  $D$ , что  $AB = CD$ . Найдите  $AB$ , если  $BC = 12$ ,  $\cos(2\angle CEM) = -\frac{1}{4}$ .
4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
  - он сидит на первой парте в ряду,
  - ближайшая парта перед ним пуста,
  - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон  $BC$  (за точку  $C$ ) и  $AD$  (за точку  $D$ ) вписанного в окружность четырёхугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $E$ . Центр  $O$  окружности, вписанной в треугольник  $ABE$ , лежит на отрезке  $CD$ . Найдите наименьшее возможное значение суммы  $ED + DO$ , если известно, что  $BE = 10$ .
6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел  $(x, y)$ , удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Уравнение будет иметь 2 корня тогда когда его

$$\text{Дискриминант} \geq 0, \text{ т.е. } (2\sqrt{3}t)^2 - 4(4t^2 - 4) = 12t^2 - 16t^2 + 16 > 0$$

$$16 - 4t^2 > 0$$

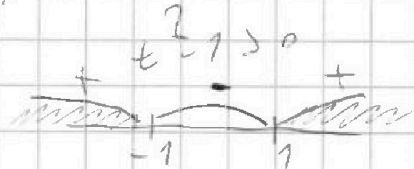
$$4 - t^2 > 0$$

$$(2-t)(2+t) > 0$$



$$\text{т.е. } t \in (-2; 2)$$

По т. Внета найдем значение корней от  $4t^2 - 4$ , но  
условно оно должно быть  $> 0$ , т.е.  $4t^2 - 4 > 0$



$$\text{т.е. } t \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$$

Объединим два множества решений

$$\text{Получим ответ: } t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b = (a-b)^2 + 15(a-b) = (a-b)(a-b+15) = 17p$$

Положим  $40 = a+b > a-b$ , и  $40 = a+b > b-a$ .

Заметим, что  $a \neq b$  т.к. иначе  $(a-b)(a-b+15) = 0 \neq 17p > 0$ .

Пусть  $a > b$ . Мы знаем, что  $(a-b)(a-b+15) = 17$ .

17 простое число, значит  $a-b = 17$  или  $a-b+15 = 17$

если  $a-b = 17$ , то  $a-b > 17$  или  $a-b = 17$  или  $a-b = 34$ , т.к.

$40 > a-b > 0$ .

$$\begin{cases} a-b=17 \\ a+b=40 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{57}{2} \text{ не натуральное число}$$

$$\begin{cases} a-b=34 \\ a+b=40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=34 \\ b=3 \end{cases} \text{ Проверка: } \begin{cases} 34 \cdot (34+15) = 17 \cdot 49 \\ 2 \cdot 49 = p \end{cases}$$

~~34~~ - натуральное.

$$\text{если } a-b+15 = 17, \text{ то } a-b+15 = 17 \text{ или } a-b+15 = 34 \text{ или } a-b+15 = 51$$

$$\begin{matrix} \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ a-b=2 & & a-b=19 & & a-b=36 \end{matrix}$$

т.к.  $55 > a-b+15 > 15$

$$\begin{cases} a-b=2 \\ a+b=40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=21 \\ b=19 \end{cases} \text{ Проверка } \begin{cases} 2 \cdot (2+15) = 17 \cdot 2 \\ p=2 \end{cases}$$

~~2~~ - натуральное.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a-b = -15 \\ a+b = 40 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{25}{2} \text{ противоречие}$$

Получили только 1 решение  $a=4, b=36, p=2$   
Систем:  $a=4, b=36$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a-b=15 \\ a+b=40 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{55}{2} \text{ - не целое}$$

$$\begin{cases} a-b=36 \\ a+b=40 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} a=38 \\ b=2 \end{matrix} \text{ Проверка: } 36 \cdot (36+15) = 1710 \quad \checkmark \\ 2 \cdot 2 = 4 \quad \checkmark$$

~~не целое~~ - не целое

Если  $b > a$  ~~получим, что если между  $b-a=15$  и  $b-a=36$  другим скачком~~

если  $a-b=17$

п.к.  $40 > b-a > 0$ , то  $0 > a-b > -40$ . Значит  $a-b = -17$

$$\begin{cases} a-b=-17 \\ a+b=40 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{23}{2} \text{ - не целое}$$

$$\begin{cases} a-b=-34 \\ a+b=40 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} a=3 \\ b=37 \end{matrix} \text{ Проверка: } -34(-34+15) = 722 \quad \checkmark \\ 2 \cdot 17 = 34 \quad \checkmark$$

~~не целое~~ - не целое

если  $a-b+15 = 17$ , п.к.  $15 > a-b+15 > -25$ , то  $a-b+15 = -17$

$$\begin{cases} a-b=-32 \\ a+b=40 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} a=4 \\ b=36 \end{matrix} \text{ Проверка: } -32(-32+15) = 1728 \quad \checkmark \\ 4 \cdot 4 = 16 \quad \checkmark \\ 32 \cdot 32 = 1024 \quad \checkmark \\ 16 \cdot 36 = 576 \quad \checkmark$$

~~не целое~~ - не целое



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Введем обозначения	1-ый ряд	2-ой ряд	3-ий ряд
	<input type="checkbox"/> a	<input type="checkbox"/> b	<input type="checkbox"/> c
	<input type="checkbox"/> d	<input type="checkbox"/> e	<input type="checkbox"/> f
	<input type="checkbox"/> g	<input type="checkbox"/> h	<input type="checkbox"/> i

Введем обозначения  $a, d, g$  - верхними  
 ~~$b, e, h$  - средними~~  $b, e, h$  - средними;  $c, f, i$  - нижними.  
 Заметим, что  $f$  между расстановки будет 2 ряда  
 где сидит 3 человека, и 1 ряд где сидит 2.  
 Также заметим, что не возможно как сидит  
 люди на разных рядах, поэтому можно считать,  
 что на 1 и 2-ом рядах сидит 3 человека, а на 3-ем сидит 2.  
 В конце можно ~~сказать~~  $10! - 10$  ~~вариантов~~  
 перестановок рядов. ~~можно~~  
 На 1-ом и 2-ом ряду людей можно рассадить следующим  
 образом: например в 1-ом ряду человек за ~~каким~~  
~~а~~ <sup>ниже</sup> ~~тем~~  $a$  за  $b$ , а за  $b$  <sup>ниже</sup> ~~тем~~  $c$  т.е. рассадить  
 но, можно только в порядке возрастания  $a < b < c$ .  
 А 3-ем ряду есть 4 способа рассадки.  
 1-ый: за  $i$  никто не сидит,  $g$  ниже  $h$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2-ой: за  $g$  билетов не сидит,  $h$  билетов нет;

3-ий: за  $h$  билетов не сидит,  $g$  билетов нет;

4-ий: за  $h$  билетов не сидит,  $g$  билетов нет.

Поэтому рассмотрим все 4-а случая.

~~Рассадим за 1-ый ряд - выберем места 3-го ряда~~

~~Рассадим единственно  $C_9^3 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{6} = 84$~~

~~Рассадим за 2-ой ряд - выберем места 4-го из 5~~

~~разместимся. Рассадим единственно  $1 \cdot C_5^4 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6} = 10$~~

~~Рассадим за 3-ий ряд - разместим сразу рассадим 4-а человек.~~

В первом ряду уже сидят только 2 человека (3 места).

Выбором самих мест  $C_7^2 = \frac{7 \cdot 6}{2} = 21$  человек и как-то

рассаживать -  $4 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 28 = 336$ . Поэтому в сумме сами

первый свободный ряд и выберем для него 3 человека

которые можно рассадить единственно способом  $C_6^3 =$

$= \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6} = 20$ . Разместимся 3 человека - 1 способ.

Итого:  $336 + 20 = 6720$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

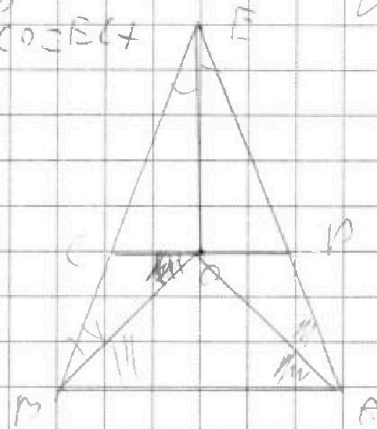
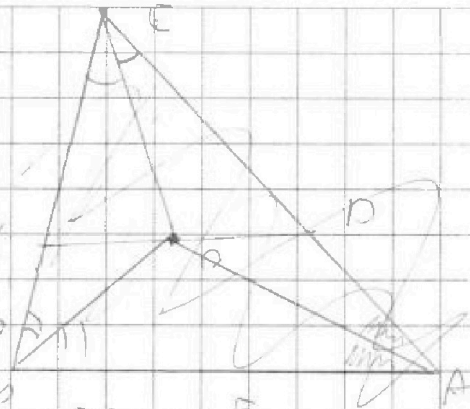


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$ED + DO = 10$   
 Зависит ли достигается когда  
 треугольник  $EDC$  равносторонний. т.к. тогда  
 $ABCD$  - ромб. Тогда  $ED \parallel AB$  и  $\angle OBA = \angle COB = \angle COA = \angle OAB$   
 значит  $CB = CO$  и  $ED + DO = EC + CO = EC + CB = EB = 10$







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим граф, где деревья это вершины, а дуги ребра, т.к. каждая дуга единственна, то есть вершина соединена, то  $\leq 1$  ребро, т.е. лишние ребер нет.

Вершины степени 1 не могут быть соединены друг с другом т.к. иначе они образуют компоненту связности которая не соединена с другими вершинами.

Заметим, что в нашей графе нет цикла иначе существовал бы вершины в цикле между которыми 2 пути, т.е. наш граф дерево и имеет  $k$  вершин, а значит  $k-1$  ребро. С другой стороны есть 4 вершина степени 3, 4, 5, 7 и  $k-4$  степени 1.

Значит всего ребер  $3+3+5+7+k-4 = 15+k$ , но т.к. граф дерево имеет  $k-1$  ребро т.е.

$$\frac{15+k}{2} = k-1 \Rightarrow 15+k = 2k-2 \Rightarrow k = 17.$$



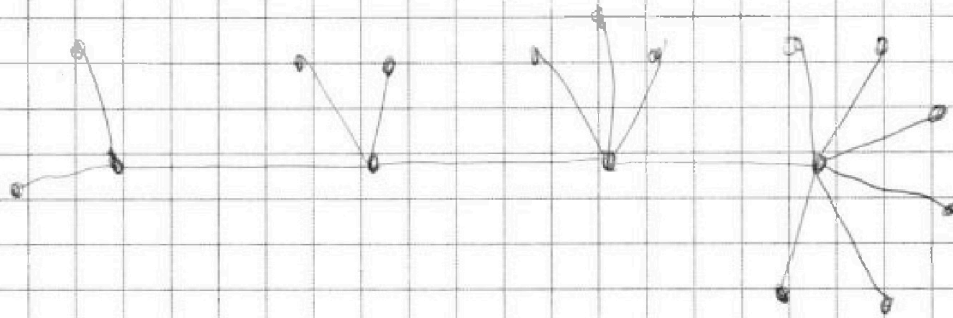
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пример на 17:



Видно, что от удовлетворяет условию и  
т.к. от дерева, то для любого  $n$ -го вершин  
популярна единственная.

Ответ: 17

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

т.к.  $x$  и  $y$  целые то выражение  $2x+2y-x^2-y^2$  и  $1-|x+y-2|$  также целые, но каждое из них  $\geq 0$  т.к. корни нельзя извлечь из отрицательных чисел. ~~Но~~ каждое выражение также  $\leq 1$  т.к. иначе корни из числа больше 1 также больше 1.

~~В~~ <sup>то</sup> т.к. каждое из выражений  $\geq 0$  и тогда сумма этих двух  $> 1$ , а по условию она равна 1.

Тогда каждое из заданных выражений равно 1.

При этом из первого равенства  $x$  и  $y$  целые, а второе из условия

$$\begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2=0 \\ 1-|x+y-2|=1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2(x+y)=x^2+y^2 \\ |x-y-2|=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2+y^2=2 \cdot 2=4 \\ x+y=2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x &= 2-y \\ y^2 - (2-y)^2 &= 4 \end{aligned}$$

$$y^2 - 4y + 4 = 4$$

$$\begin{aligned} y^2 - 4y &= 0 & \Rightarrow & \begin{cases} y=2 \Rightarrow x=0 \\ y=0 \Rightarrow x=2 \end{cases} \end{aligned}$$

Подставляя пары  $(2; 0)$  и  $(0; 2)$  в каждое из заданных уравнений можно убедиться что они подходят.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2=1 \\ 1-|x+y-2|=0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x+2y=x^2+y^2+1 \\ |x+y-2|=1 \end{cases}$$

1 кв.  $x+y=2 \Rightarrow x=2-y$

$$2(x+y)=x^2+y^2+1$$

$$5=(2-y)^2+y^2+1$$

$$5=(2-y)^2+y^2$$

$$2y^2-6y+5=5$$

$$2y^2-6y+4=0$$

$$y^2-3y+2=0$$

$$y=1 \text{ и } x=2$$

$$y=2 \text{ и } x=1$$

эти пары координат

формула

2 кв  $x+y=1 \Rightarrow x=1-y$

$$2(x+y)=x^2+y^2+1$$

$$2=(1-y)^2+y^2+1$$

$$1=(1-y)^2+y^2$$

$$2y^2-2y+1=1$$

$$2y^2-2y=0$$

$$y^2-y=0$$

↓

$$y=1 \text{ и } x=0$$

$$y=0 \text{ и } x=1$$

эти пары координат

Ответ:  $(2,0); (0,2); (2,1); (1,2); (0,1); (1,0)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper. The page contains several diagrams of a sphere with a cone and a cylinder, and various calculations.

**Top Left:**  $9 \cdot 6 - 6 = 54$ ,  $6$ ,  $1$ ,  $2$ ,  $1$

**Top Right:**  $94 \cdot 4 = 376$ ,  $379 - 110 = 269$

**Center:** Three diagrams of a sphere with a cone and a cylinder. The sphere is labeled with points A, B, C, D, E, F. The cone has a height of 9. The cylinder has a radius of 6. The diagrams show different views of the objects.

**Bottom Left:**  $a_1 \rightarrow a_2$ ,  $24 \cdot 2 = 48$ ,  $600 + 22$ ,  $10$

**Bottom Right:**  $1680$ ,  $1680$ ,  $1680$ ,  $1680$

**Form:** A grid of boxes for marking answers, with some boxes containing a cross (X) or a checkmark (✓).

**Equations:**  $C_8^3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1} = 20$ ,  $C_8^5 = 1$ ,  $C_8^2 = 28$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода непустима!

Handwritten mathematical solution on grid paper. The main diagram shows a triangle with vertices  $A$ ,  $B$ , and  $C$ . A point  $P$  is on side  $AB$ , and a line  $CP$  is drawn. A point  $O$  is marked on  $CP$ . The diagram is annotated with various mathematical expressions and smaller diagrams.

Annotations include:

- $q(x+y)$  written multiple times.
- $k \geq 2$
- $(EP - PO) / (EP + PO) = R$
- $EP + PO = R$
- $EP - PO = R$
- $a(x+y) = \dots$
- $q(x+y) = \dots$
- $|x-y| = 1$
- $a+k = \dots$
- $x-y \geq 2$
- $a+k \geq ak+b$
- $10 \geq k$
- $13 \geq y - 2 \geq -1$
- $5 \geq y \geq 1$

Several smaller diagrams show different configurations of points and lines within a triangle, labeled with  $K$ ,  $P$ , and  $A$ .

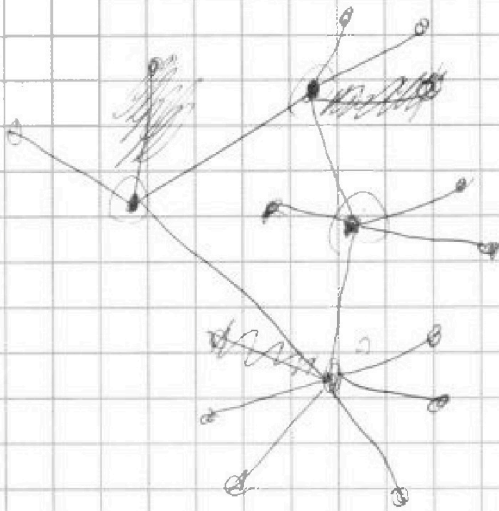


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



197

13

$$K + 4$$

$$K + 3 = \frac{197 + K}{2}$$

$$197 + K = 2K + 6$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 2\sqrt{3}x + 4x^2 - 4 = 0$$

605 2d

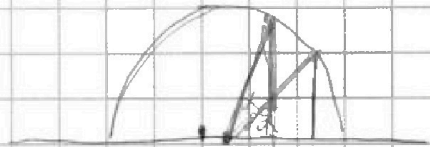
$$4t^2 - 4 > 0$$

$$t^2 > 1 > 0$$

100% 100%

$$(t-1)(t+1)$$

$$t \in (-\infty; -1); (1; \infty)$$



$$\sin - \beta$$

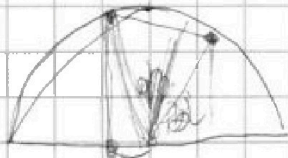
$$\cos - \alpha$$

$$D = 12t^2 - 16t + 16 = 16 - 4t^2$$

$$\cos^2(\alpha - \beta) =$$

$$4 - t^2 > 0$$

$$(2-t)(2+t)$$



$$a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$$

$$= 16 - 2 \cos(\alpha - \beta)$$

$$\frac{-2}{1} \cdot 2$$

$$(\cos \beta - \cos \alpha) + (\sin \beta - \sin \alpha) = a(\alpha - \beta)$$

$$(a-b)^2 + 15(a-b)$$

$$(a-b)(a-b+15) = 15a^2$$

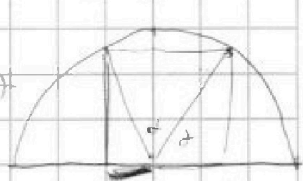
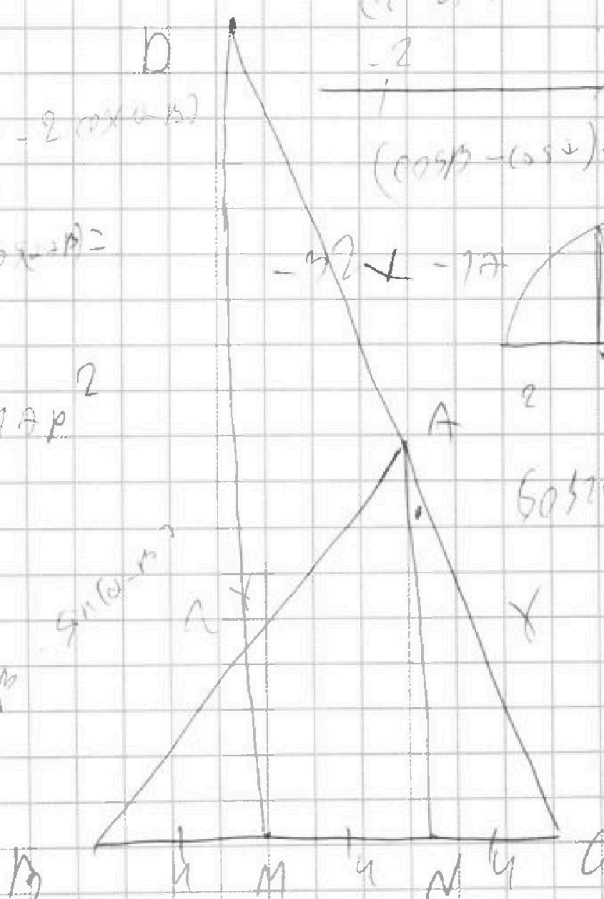
$$a-b=0$$

$$a-b=12$$

$$a-b=34$$

$$a+b=40$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\alpha$$



$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

