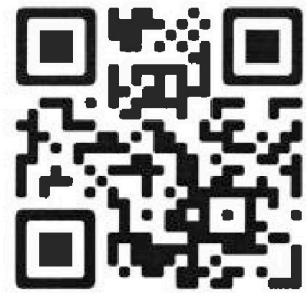




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

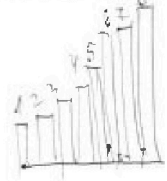
9 КЛАСС. Вариант 9



31

1. [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$ равно $17p^5$, где p — некоторое простое число. Найдите числа a и b .
3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 12$, $\cos(2\angle CAM) = -\frac{1}{4}$.
4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
- он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.
- Сколькими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наименьшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 10$.
6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1.

$$x^2 + 2\sqrt{3} \cdot t \cdot x + (4t^2 - 4) = 0$$

П.к. имеем 2 различных корня, то $D > 0$.

$$D = (2\sqrt{3}t)^2 - 4(4t^2 - 4) = 12t^2 - 16t^2 + 16 = -4t^2 + 16 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -4t^2 + 16 > 0 \Rightarrow 4t^2 < 16 \quad | :4$$

$$t^2 < 4$$

⇓

$$t > -2 \text{ и } t < 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t \in (-2; 2)$$

Также по теореме Виета, если x_1 и x_2 - корни, то $x_1 \cdot x_2 = \frac{4t^2 - 4}{1} = 4t^2 - 4 \Rightarrow$ то же $x_1 \cdot x_2 > 0$ (дальше)

$$\text{дальше} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 > 0 \Rightarrow 4t^2 - 4 > 0 \Rightarrow 4(t^2 - 1) > 0 \quad | :4$$

$$t^2 - 1 > 0$$

$$\Rightarrow t^2 > 1$$

⇓

$$t < -1 \text{ или } t > 1 \Rightarrow t \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty) \Rightarrow$$

\Rightarrow



$$\Rightarrow t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$$

$$\text{Ответ: } t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2.

$$a+b=40 \text{ (по ум.)}$$

$$a^2 - 2ab + b^2 + 15a \cdot 15b = 17p^5$$

$$(a-b)^2 + 15(a-b) = 17p^5$$

$$(a-b)(a-b+15) = 17p^5$$

$$\text{Пусть } a-b=x \Rightarrow \begin{cases} a+b=40 \\ a-b=x \end{cases}$$

$$2a = 40+x$$

$$a = \frac{40+x}{2}$$

$$; a - \text{кажущ.} \Rightarrow (40+x):2 = x:2 \rightarrow$$

$$\Rightarrow (a-b):2$$

Заметим, что т.к. $a-b:2$ и $(a-b)(a-b+15) = 17p^5 \Rightarrow$

$\Rightarrow 17p^5:2$; $17:2 \Rightarrow p^5:2$, а т.к. у p - делителей 17 и

бёто $p:2$, а единств. тём. простое число $2 \Rightarrow p=2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x(x+15) = 17 \cdot 2^5 = 17 \cdot 32 = 544$$

$$x^2 + 15x - 544 = 0 \quad D = 15^2 + 544 \cdot 4 = 2401 = 49^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{-15 \pm \sqrt{49}}{2} \Rightarrow x = \frac{-15 \pm 7}{2} = -11 \text{ или } x = \frac{-15+7}{2} = -4$$

1. Если $a-b = x$ $x = -11$, то $x:2$ - против-л. $\Rightarrow x = -4 \Rightarrow$

$$\Rightarrow a = \frac{40+x}{2} = \frac{40-4}{2} = \frac{36}{2} = 18, \text{ а } b = 40 - 18 = 22.$$

Ответ: $a=18; b=22$.



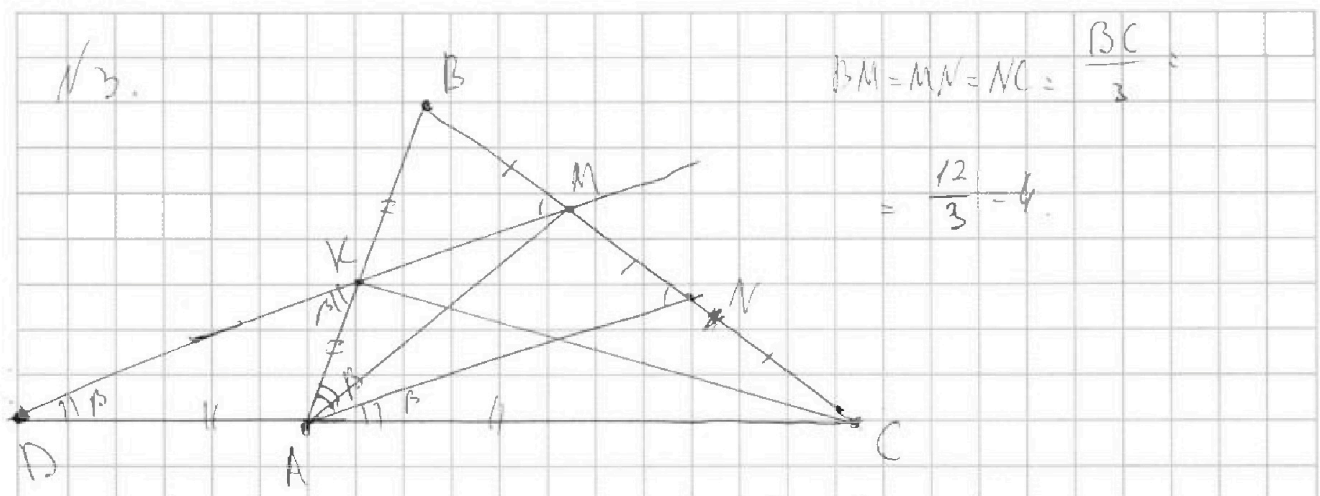
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Тут же прямая MD пересекает AB в т. K.

Тогда т.к. $DM \parallel AN$, то $\angle BMK = \angle BNA$

Тогда у $\triangle BKM$ и $\triangle BAN$ - $\angle B$ - общий и $\angle BMK = \angle BNA$

$\Rightarrow \triangle KBM \sim \triangle ABN$ (по 2 уг.) \Rightarrow т.к. $\frac{BM}{BN} = \frac{BK}{AB} \Rightarrow \frac{BK}{AB} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow AB = 2BK \Rightarrow$ т.к. $AB = BK + KA \Rightarrow KA = BK$.

т.к. $DM \parallel AN \Rightarrow \angle MDC = \angle NAC \Rightarrow \triangle DMC$ и $\triangle ANC$:

$\angle MDC = \angle NAC$ и $\angle DMC = 180^\circ - \angle BMK = 180^\circ - \angle BNA = \angle ANC \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle DMC \sim \triangle ANC$ (по 2 уг.) $\Rightarrow \frac{DM}{MC} = \frac{AN}{NC} = \frac{AC}{DC} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{AC}{DC} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow$ т.к. $DC = 2AC = DA + AC \Rightarrow DA = AC$, а т.к.

по усл. $AB = CD \Rightarrow KA = BK = CA = DA = \frac{AB}{2} = \frac{CD}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow DA = AC \Rightarrow \triangle DAK - \text{равноб.} \Rightarrow \angle ADK = \angle DKA = \angle NAC = \beta \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle DAK = 180^\circ - 2\beta \Rightarrow \angle BAN = 180^\circ - \angle DAK - \angle NAC = 180^\circ - 180^\circ + 2\beta - \beta =$

$= \beta \Rightarrow \angle BAC = 2\angle CAN = 2\beta \Rightarrow$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

Треугольник $\triangle BAC$ с $BK = AK = AC = a \Rightarrow$ по теореме косинусов для

$$\triangle BAC: BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC$$

$$144 = (2a)^2 + a^2 - 2 \cdot 2a \cdot a \cdot \cos 2\angle CAN$$

$$144 = 4a^2 + a^2 - 4a^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$144 = 5a^2 + a^2 = 6a^2$$

$$a^2 = \frac{144}{6} = \frac{42 \cdot 12}{6} = 24 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{24} = 2\sqrt{6} \Rightarrow AB = AK + KB = 2a = 2 \cdot 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$$

Ответ: $AB = 4\sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

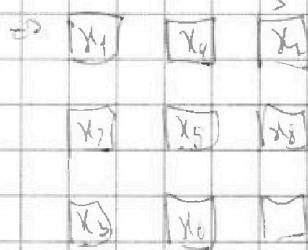
СТРАНИЦА
1 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4.

Заметим, что расклад 8 человек за 3 парт, раскл. как в ун-м, мы можем закончить 2 ряда модели:

(модель человек $n \times x$ $2+2+3=7$ - человек - е) \Rightarrow



Тогда пусть ростки людей - x_1, x_2, \dots, x_8

и в 1-ой и 2-ой рядах $x_1 < x_2 < x_3$ и

$x_4 < x_5 < x_6$ фиксированно.

Решим 3-ий ряд. Пусть $x_7 < x_8$ Тогда у нас 4 вар-та расклада:



Теперь пронумеруем ростки всех людей от меньшего к большему. Они 1 до 8 и раскл. как-то раскладки

моделей в 4-ом ряду. Если 1-ое место - 1 и 2-ое место - 2,

то на 3-ем месте любой из оставш. - 6 вар.

Если 1-ое место - 1, и 2-ое место - 3, то на 3-ем месте любой от 4 до 8 - 5 вар. и т.д. Если на 1-ом месте сидит 1, то всего вар-ств - $(6+5+4+3+2+1)$ (опеушим).

Теперь пусть на 1-ом месте 2-ой. Тогда аналогичным

образом будем делать перебор случаев, что на 2-ом

и 3-ем месте, только теперь кол-во вар-ств на каждом

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4 (модуль-е)
= 6720 способов

Заметим, что не надо учитывать, что 1-ый и 2-ой ряд можно поменять местами, ведь мы уже это учли, т.к. среди ~~способов~~ не нужно учитывать. ~~Может так, что они все выданы на 1 ряду и 2-ый ряд, тогда они не поменяются. 1-ый и 2-ой~~

Рассмотрим все способы рассад людей на 1-ый и 2-ый ряды равномерно \Rightarrow если на 1-ом ряду люди посажены как-то и все выданы - значит это порядок №1, а на 2-ом месте все все выданы это порядок №2 \Rightarrow во всех способах рассад на 1 ряду есть порядок №1, а т.к. поменять мы можем все способы рассад составов людей \Rightarrow среди них есть способ посадки - порядок №1 \Rightarrow \Rightarrow мы учли, что 1-ый и 2-ой можно поменять местами.

Ответ: 6720 способов.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

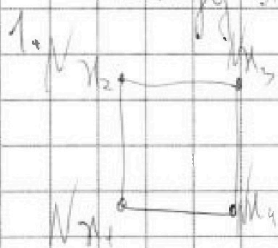
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6.

Пусть деревья с 3, 4, 5 и 7 вершинами - деревья N_3, N_4, N_5 и N_7 соответственно. Тогда рассмотрим минимальное дерево между этими деревьями:



Если всего вершин 9, а N_3, N_4, N_5, N_7 - числа 3, 4, 5 и 7. В миним. дереве между деревьями N_3 и N_4 минимум 2 вершины - крайние.

2. Если между ними > 6 верш., то можно иметь 2 дерева между которыми 2 вершины иначе верш. между ними $\max(4 - \text{крайние})$, но если есть 2 дерева - есть 2 вершины между деревьями - крайние.

3. Если между N_3, N_4, N_5, N_7 всего 2 дерева, то есть 2 верш.:



Здесь N_3 и N_4 не соед. с N_5, N_7 и N_7 и из них если есть верш. в др. дереве, то из этой деревки вынес минимум 1 верш. из этой деревки привести больше верш. $\rightarrow N_4$ и все деревья с ним соед. не соединит с N_3, N_5, N_7 - крайние.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На 2-ом рисунке N_{x_1} и N_{x_2} соединим с деревнями, из которых макс (деревя) \Rightarrow из этих деревень и деревень N_{x_1} и N_{x_2} нельзя попасть в деревни N_{x_3} и N_{x_4} - противоречие.

4. Если же между $N_{x_1}, N_{x_2}, N_{x_3}, N_{x_4}$ только 1 деревня, то есть какой-то город N_{x_1} не соединяется с деревнями N_{x_2}, N_{x_3} и N_{x_4} \Rightarrow из него деревни вообще нельзя в город с деревней \Rightarrow из N_{x_1} нельзя попасть в города $N_{x_2}, N_{x_3}, N_{x_4}$ - противоречие.

5. Аналогичный город N_{x_1} , как в п. 4 найдем, если между ними с деревней - противоречие. \Rightarrow Остаются 1 вар-нт между N_{x_1}, \dots, N_{x_4} - 3 деревни

Заметим, что из 1 гор. в другой не может быть 2 деревень - противоречие возникает 2 пути из 1 гор. в другой - противоречие (разницу в верхних пунктах я не решил).

вар-нт, когда между 2-мя городами ≥ 2 деревень. Тогда

в нашей схеме суммарный вар-нт - центре города

соединим пешех.-о: $N_{x_1} \rightarrow N_{x_2} \rightarrow N_{x_3} \rightarrow N_{x_4}$ или

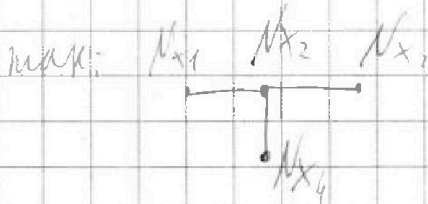


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

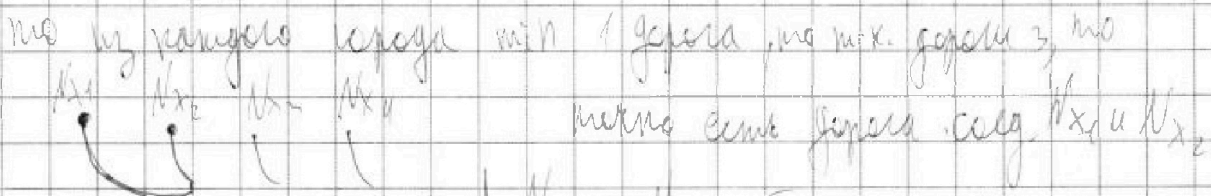
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



В других вар-ан, если нет середи, из которого 3 дерева в 3 семьи и нет середи из которого 0 дерев (максимум, тогда из этого середи можно не ^{нужно} брать, 3 дерева все в к.д)



и N_{x3} и N_{x4} либо соединить и

тогда, чтобы из N_{x3} и N_{x4} можно было попасть

в N_{x1} и N_{x2} , то N_{x3} или N_{x4} севд. 1 деревом с N_{x2} или N_{x3} и образ и наоборот севд. середи или N_{x3} севд. с N_{x2} ,

но тогда N_{x4} севд. севд. с N_{x1} , иначе N_{x3} и N_{x4} не севд.

в этом сл. N_{x3} и N_{x4} не севд. а из N_{x2} уже 2 дерева и снова образ и наоборот севд. середи. Тогда если

чер. соединить наоборот, то все семейн. деревья из N_{x1} , N_{x2} , N_{x3} и N_{x4} будут в деревьях с 1 деревом, и из этих

деревьев только 2 дерева можно не менять тогда в том

случае деревьев макс ~~$N_{x1} + N_{x2} + N_{x3} + N_{x4}$~~ ^{2 дерева из 4 серед.} ^{2 дерева севд. и 2 севд.} $3 + 3 + 3 + 3 = 12$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



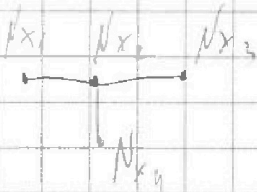
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

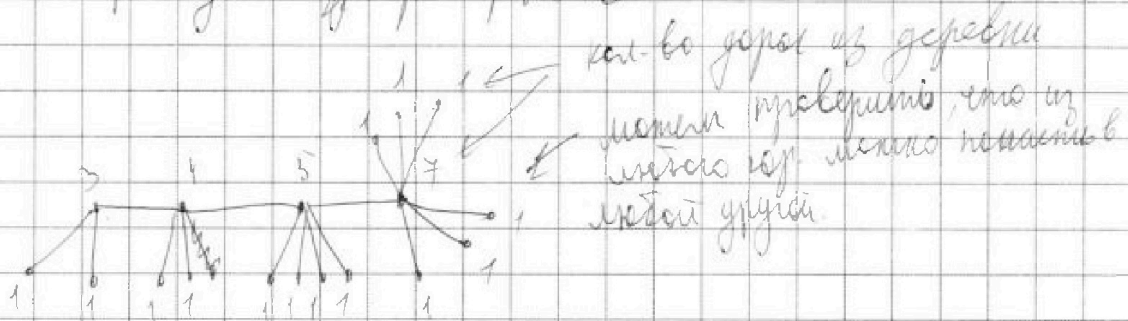
$(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 4 - 5 = 3 + 4 + 5 + 7 + 4 - 5 = 18$

Теперь заметим, что в окруж.



Здесь всё аналогично предыд. случаю и деревьев max 18 =>

=> Приведем к примеру 18:



(в этой формуле +4 - города x_1, x_2, \dots, x_4 , $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ - деревья из этих городов -5 - деревья между городами x_1, x_2, \dots, x_4 , но есть $(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) - 5$ - количество городов в одной дереве

Также заметим, что можно считать меньше деревьев, если убрать из одной дереве с той же горой, так, это obviously не нарушится, но max. деревьев деревьев

min $(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 5 + 4 = 18$

↑ столько городов можно с горой =>

=> Ответ: 18

Примечание: город и деревня одно и то же

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

МТ

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x+y-2|} = 1.$$

ОДЗ: $1-|x+y-2| \geq 0$ (и.к. под корнем)

$$|x+y-2| \leq 1.$$

$$-1 \leq x+y-2 \leq 1$$

$$x+y-2 \in (-1; 1)$$

$$(x+y) \in (1; 3).$$

и $2x+2y-x^2-y^2 \geq 0$ (и.к. под корнем)

$$x^2+y^2 \leq 2(x+y)$$

$$\Leftrightarrow 2(x+y) \geq 0$$

$$x^2 \leq 2|x| \quad \text{и.к. } y^2 \leq 2|y|$$

Заметим, что x и y можно менять местами, но значения

уравн-я не изменит. \Rightarrow пусть $x \leq y \Rightarrow x^2 \leq 2|x| \Rightarrow$

$$\Rightarrow |x|^2 \leq |x| \cdot 2 \Rightarrow |x| \leq 2 \Rightarrow x \in [-2; 2] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y^2 \geq 2|y| \Rightarrow |y| \geq 2, \text{ и.к. } x+y \in (1; 3)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6 (продолжение)
иначе уменьш. на 1 \Rightarrow всего 30 вар-ов, когда на 1-ой
месте 2-ой - $(5+4+3+2+1)$.

Далее, если на 1-ом месте 6-ий: $(4+3+2+1)$.

5-ий: $(3+2+1)$; 6-ий: $(2+1)$; 7-ий: 1; 8-ий: 0 \Rightarrow

\Rightarrow всего вар-ов различных людей на 1-ом ряду:

$$(8+...+1) + (7+...+1) + (6+...+1) + \dots + (2+1) + 1 + 0 =$$

$$= 21 + 15 + 10 + 6 + 3 + 1 + 0 = 56.$$

Теперь оставшиеся люди пронумеруют по ряду от

1 до 5, от меньшего к большему. И, чтобы избежать,

сначала способов раскладки от разных ячеек. переход,

как для 1-ого ряда (Пусто на 1-ом месте + Тогда если

на 2-ом месте 2-ой - 3 вар, если 3-ий - 2 вар, если 4-ий - 1 вар

Если на 1-ом месте 2-ой то ...)

$$\text{И всего вар-ов: } (3+2+1) + (2+1) + 1 + 0 = 6+3+1 = 10.$$

И как мы вычислили, вар-ов расклад оставш. на 3-ем ряду - 4

~~Также ряды можно менять местами - это 3! = 6 способов~~

~~Также заменим что 3-ий ряд может быть~~

$$\text{и 1-ый и 2-ый и 3-ий} \Rightarrow 3 \text{ вар-ов} \Rightarrow \text{всего способов: } 56 \cdot 10 \cdot 4 \cdot 3 =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

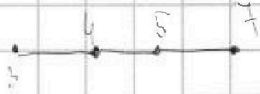
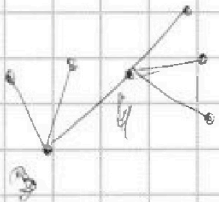
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 2\sqrt{3}t \cdot x + 4t^2 - 4 = 0$$

$$1 \cdot x^2 + 2\sqrt{3}t \cdot x + (4t^2 - 4) = 0$$

$$x_1, x_2 = \frac{4t^2 - 4}{1} = 4t^2 - 4 + 6(t^2 - 4)$$



$$4 + 2 + 2 + 3 + 6 = 17$$

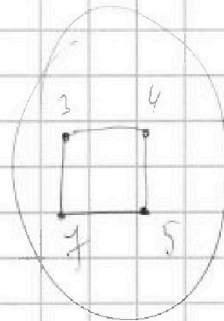
$$x_1 \cdot x_2 \geq 0$$

$$4(t^2 - 1) \geq 0$$

$$t^2 - 1 \geq 0$$

$$t^2 \geq 1$$

$$t \in (-\infty; -1) \cup (1; \infty)$$



~~$$x^2 + 15x + 4 = 0$$~~

$$x^2 + 15x + 4 = 0$$

$$D = 25 - 16 = 9$$

$$x = \frac{-15 \pm 3}{2}$$

$$x_1 = -1 \quad x_2 = -4$$

$$D = 12t^2 - 6(4t^2 - 4) = 12t^2 - 24t^2 + 24 = -12t^2 + 24$$

$$2 \text{ корня} \Rightarrow D \geq 0$$

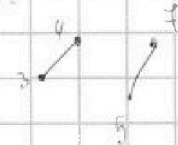
$$-12t^2 + 24 \geq 0$$

$$24 \geq 12t^2 \quad | :12$$

$$t^2 \leq 2 \Rightarrow t \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$$

$$t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$$

~~$$t \in (-\infty; -2) \cup (2; \infty)$$~~





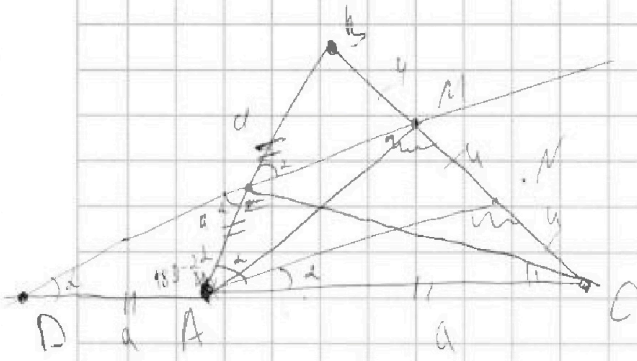
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a + b = 40$



$$AB = CD$$

$$BM = MN = NC$$

$$BC = 12$$

$$\cos(\angle CAN) = -\frac{1}{4}$$

$$AB = ?$$

$$AB = 2a$$

~~$$4a^2 + a^2 + AN^2 = 2a \cdot AN$$~~

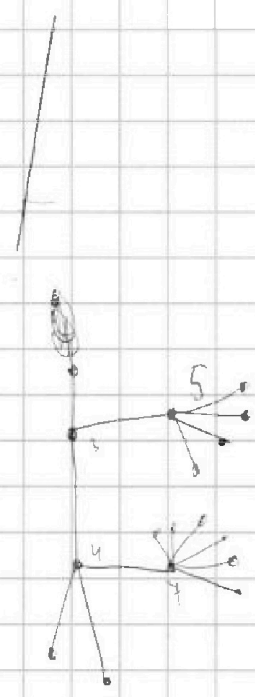
$$12^2 = a^2 + (2a)^2 - 2 \cdot a \cdot 2a \cdot \cos(2\angle A)$$

$$144 = a^2 + 4a^2 - 4a^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$144 = 5a^2 + a^2 - 6a^2$$

$$a^2 = \frac{144}{6} = \frac{12 \cdot 12}{6} = 24$$

$$a = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$



$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 560 \\ \hline 280 \\ \times 223 \\ \hline 6720 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26001 \\ \times 1007 \\ \hline 182007 \\ 260010 \\ \hline 262607 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 3 & 6 10 15 21 \\ 1+2+3+4+5+6 &= 21 \\ 1+...+5 &= 15 \\ 1+...+4 &= 10 \\ 1+2+3+4 &= 6 \\ 1+2 &= 3 \end{aligned}$$

$$21+15+10+6+3+0$$

$$\begin{array}{r} 24001 \\ \times 1007 \\ \hline 168007 \\ 240010 \\ \hline 242407 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2184 \\ \times 1007 \\ \hline 15288 \\ 21840 \\ \hline 219584 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2184 \\ \times 1007 \\ \hline 15288 \\ 21840 \\ \hline 219584 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 225 \\ \times 15 \\ \hline 3375 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 51 \\ \times 51 \\ \hline 2601 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2176 \\ \times 125 \\ \hline 27200 \\ 43520 \\ 217600 \\ \hline 272000 \end{array}$$

$$\begin{aligned} & \dots \cdot p^2 \cdot p^1 \cdot p^0 = p^3 \\ & \dots \cdot p^2 \cdot p^1 \cdot p^0 = p^3 \\ & \dots \cdot p^2 \cdot p^1 \cdot p^0 = p^3 \\ & \dots \cdot p^2 \cdot p^1 \cdot p^0 = p^3 \\ & \dots \cdot p^2 \cdot p^1 \cdot p^0 = p^3 \\ & \dots \cdot p^2 \cdot p^1 \cdot p^0 = p^3 \\ & \dots \cdot p^2 \cdot p^1 \cdot p^0 = p^3 \\ & \dots \cdot p^2 \cdot p^1 \cdot p^0 = p^3 \\ & \dots \cdot p^2 \cdot p^1 \cdot p^0 = p^3 \\ & \dots \cdot p^2 \cdot p^1 \cdot p^0 = p^3 \\ & \dots \cdot p^2 \cdot p^1 \cdot p^0 = p^3 \end{aligned}$$

$$a = \frac{z}{40+z}$$

$$\begin{cases} a-b=2 \\ a-b=40 \end{cases}$$

$$p^2 \cdot p^1 \cdot p^0 = p^3$$

$$\begin{aligned} a+b &= 40 \\ a-b &= 40 \\ a &= 40 \\ b &= 0 \end{aligned}$$

$$a-b=2 \Rightarrow a=b+2$$

$$(a-b)(a+b) = 12p^5$$

$$(a-b)(a+b) = 12p^5$$

$$a+b=40$$

$$\begin{array}{r} 544 \\ \times 144 \\ \hline 2176 \\ 7552 \\ 21760 \\ \hline 78304 \end{array}$$

$$\begin{aligned} a-b &= 2 \\ a-b &= 40 \\ a &= 40 \\ b &= 0 \end{aligned}$$

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновой и не проверяется. Страницы по каждой из задач проверяются отдельно. Поиск QR-кода неопционален.

СТРАНИЦА _____ ИЗ _____

1 2 3 4 5 6 7

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a+b=40 \quad b=40-a$$

$$(a-b)^2 + 15(a-b) = 17p^5$$

$$(a-b)(a-b+15) = 17p^5$$

$$a-b < a-b+15$$

$$x^2+y^2 = 2x+2y$$

$$x^2+y^2 = 2 \cdot 2(x+y)$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ +55 \\ \hline 90 \\ 2200 \end{array}$$

$$a-b=17$$

$$a-b+15=p^5$$

$$17+15=p^5$$

$$32=p^5$$

$$(40+15)(40+15+15) = 17p^5$$

$$22p^5 + 80p^5 + 110p^5 + 40^2 = 17p^5$$

$$40^2 + 190p^5 + 2200 = 17p^5$$

$$a-b=17 \cdot p \quad a-b+15=p^4$$

$$17p+15=p^4$$

$$p^4 - 17p - 15 = 0$$

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x+y-2|} = 1$$

$$\sqrt{2(x+y)} \cdot \sqrt{(x+y-2)(x+y-2)} = x^2+y^2+2x+2y+2y-2x-2y-4 = x^2+y^2+2y-4$$

$$\begin{aligned} (x+y-2)(x+y-2) &= x^2+xy-2x+xy+y^2-2y-2x-2y+4 = \\ &= x^2+y^2+2xy \end{aligned}$$

$$x+y \geq 2$$

$$1-x-y+2 = -x-y+3$$

$$-(x-1)^2 - (y-1)^2$$

$$x-1=0$$

$$y-1=0$$

$$x^2 < 2|x|$$

$$y^2 < 2|y|$$

$$|x|^2 < 2|x|$$

$$|x| < 2$$

$$\sqrt{-(x-1)^2 - (y-1)^2 + 2} + \sqrt{1-|x+y-2|} = 1$$

$$\sqrt{-a^2-b^2+2} + \sqrt{1-|a+b|} = 1$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a+b=40$$

$$a=9 \quad b=?$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 150 - 15b = 17p^2$$

p - перел. расстояние

$$(a-b)^2 + 15(a-b) = 17p^2$$

$$(a-b)(a-b+15) = 17p^2 = 17 \cdot p \cdot p$$

$$a-b=17 \Rightarrow a-b+15=p^2$$

$$\frac{CE}{CO} = \frac{EP}{PO}$$

$$17+15=p^2$$

$$32=p^2$$

$$BE^2 = AB^2 + AE^2 - 2AB \cdot AE \cdot \cos A$$

$$2 \quad a-b=17 \cdot p \Rightarrow a-b+15=p^2$$

$$EP+PO = 180 - \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{2}$$

$$PE^2 = CP^2 + CE^2 - 2CP \cdot CE \cdot \cos P$$

$$17p+15=p^2$$

$$16p=-15$$

$$BE=10$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180$$

$$3 \quad a-b=p^2 \Rightarrow a-b+15=17$$

$$p^2+15=17$$

$$p^2=2$$

$$p=\sqrt{2} \quad \text{или} \quad p=-\sqrt{2}$$

$$\frac{\alpha}{2} + \frac{\gamma}{2} = \beta$$

$$180 - \beta - \frac{\beta}{2} = \beta$$

$$= \frac{\beta}{2} + \beta$$

$$4 \quad a-b=17p^2 \Rightarrow a-b+15=1$$

$$5 \quad a-b=1 \Rightarrow a-b+15=17p^2$$

$$16=17p^2$$

$$\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} + \beta - \frac{\beta}{2} - \beta =$$

$$= \beta - \frac{\beta}{2}$$

