



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2x^2+x+3}=1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .

МОТОЦИКЛИСТА

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX=2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab \div 3^{11} \cdot 7^{11}, \quad bc \div 3^{18} \cdot 7^{16}, \quad ac \div 3^{21} \cdot 7^{38}$$

$$ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 \div (3^{11} \cdot 7^{11} \cdot 3^{18} \cdot 7^{16} \cdot 3^{21} \cdot 7^{38})$$

$$(abc)^2 \div (3^{50} \cdot 7^{65}), \quad (abc)^2 \geq 3^{50} \cdot 7^{65}$$

П.к. $(abc)^2$ — квадрат натурального числа,

то максимальная степень 7-ки, на которую делится $(abc)^2$ должна быть чет-

ной. Значит $(abc)^2 \geq 3^{50} \cdot 7^{66}$,

$abc \geq 3^{25} \cdot 7^{33}$, —на наименьшее

значение abc это $3^{25} \cdot 7^{33}$.

Ответ: $3^{25} \cdot 7^{33}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $a+b \nmid \text{НОД}(a; b) = 1$,

значит $\frac{a}{b}$ — несократима.

Из этого следует, что $(a+b) \nmid a$ и

$$(a+b) \nmid \text{НОД}(a+b; a) = 1 \quad \text{и} \quad \text{НОД}(a+b; b) = 1$$

по алгоритму Евклида.

$$a^2 - 8ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2 - 10ab = (a+b)^2 - 10ab$$

Если мы хотим сократить дробь на наибольшее m , то это m должно делить НОД числителя и знаменателя $(a+b; a^2 - 8ab + b^2)$, значит m не наибольшее.

$$\text{НОД}(a+b; a^2 - 8ab + b^2) = \text{НОД}(a+b; (a+b)^2 - 10ab) = m$$

$$(a+b) \div m, \quad (a+b)^2 \div m, \quad \text{затем} \quad 10ab \div m.$$

Заметим, что $\text{НОД}(a; a+b) = 1$, $\text{НОД}(b; a+b) = 1 \Rightarrow \text{НОД}(ab; a+b) = 1$. Тогда НОД

$$m = \text{НОД}(10ab; a+b) \leq 10. \quad \text{Таким образом, наибольшее}$$

$$m = 10. \quad \text{Пример: } a=1, b=9, \quad a+b=10, \quad a^2 - 8ab + b^2 =$$

$$= -10, \quad \text{НОД}(10; -10) = 10.$$

Ответ: 10.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2-3x+4} - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x \text{ возведем обе части в квадрат}$$

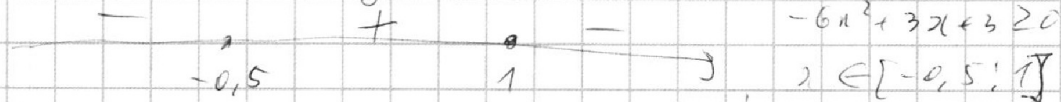
$$2x \text{ Получим: } 2x^2-3x+4 + 2x^2+x+3 - 2\sqrt{(2x^2-3x+4)(2x^2+x+3)} = 1-8x+16x^2,$$

$$-12x^2+6x+6 = 2\sqrt{(2x^2-3x+4)(2x^2+x+3)} \quad | :2 \quad -6x^2+3x+3 = \sqrt{(2x^2-3x+4)(2x^2+x+3)} \quad (1)$$

$$-6x^2+3x+3 \geq 0, \text{ т.е. } \sqrt{(2x^2-3x+4)(2x^2+x+3)} \geq 0$$

$$-6x^2+3x+3, \Delta = 9+18 \cdot 4 = 99, \Delta > 0 \quad \begin{cases} x=1 \\ x=-0,5 \end{cases}$$

Решим методом интервалов:



Возведем в 2 степень обе части рав в квадр

$$\text{рат. получим: } 4x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 5x + 12 = 36x^4 - 18x^3 - 27x^2 + 18x + 9, \quad 32x^4 - 14x^3 - 8x^2 + 23x - 3 = 0, \text{ подложит } x=1,$$

$$32x^4 - 14x^3 - 38x^2 + 23x - 3 = (x-1)(32x^3 + 18x^2 - 20x + 3) = 0$$

$$\text{Рассмотрим уравнение: } 32x^3 + 18x^2 - 20x + 3 = 0$$

Заметим, что при $x = -0,5$ это уравн
уравн Заметим, что при $x < 0, 18x^2 > |32x^3|,$

$$-20x > 0, 3 > 0, \text{ а значит } 32x^3 - 18x^2 - 20x + 3 > 0,$$

$$\text{при } x \geq 0. \text{ При } x=0, 32x^3 + 18x^2 - 20x + 3 = 3 > 0$$

Также заметим, что при $x > 0$, левые ур-ние
нее также больше 0. Следовательно уравн

$$32x^3 + 18x^2 - 20x + 3 \text{ не имеет корней на проме } [-0,5; 1]$$

$$\text{и-то } x=1 \text{ Проверка: } \sqrt{2-3+4}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Возведем в 4 в ~~квадрат~~: обе части рав-ва в ~~квадрат~~.

$$36x^4 - 36x^3 - 27x^2 + 18x + 9 = 4x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 5x + 12$$

$$32x^4 - 32x^3 - 38x^2 + 23x - 3 = 0, \quad x = -1 \text{ подходит}$$

$$32x^4 - 32x^3 - 38x^2 + 23x - 3 = (x+1)(32x^3 - 64x^2 + 26x - 3)$$

Рассмотрим ^{у-ние} $32x^3 - 64x^2 + 26x - 3 = 0$, при

$$x < 0, \quad 32x^3 < 0, \quad -64x^2 < 0, \quad 26x < 0, \quad -3 < 0,$$

сумма меньше у-ние при $x < 0$, меньше 0.

$$\text{При } x = 0, \quad 32x^3 - 64x^2 + 26x - 3 = -3,$$

~~Рассмотрим у-ние: $32x^2 - 64x + 26 = 0$,~~

$$D = 64^2 - 4 \cdot 32 \cdot 26$$

Максимум заметим, что при $x > 0$,
меньше у-ние меньше 0.

Следовательно корни только $x = -1$, Проверка!

$$\sqrt{2+3+4} - \sqrt{2-1+3} = 1+4,$$

$$3 - 2 = 5, \quad \text{это не правда, следовательно}$$

корней ~~нет~~.

Ответ: Корней ~~нет~~.

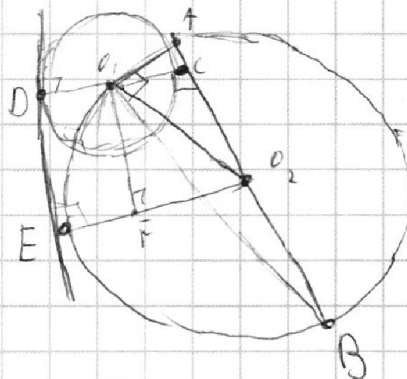
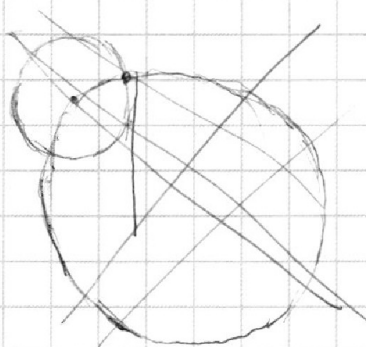
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть O_1, O_2 - центры ω и Ω соот.
Проведем отрезки $O_1C, O_1A, O_1B, O_1C \perp AB$, т.к.
 O_1C - радиус, провед. в точку касания. $\angle AO_1B = 90^\circ$, т.к. этот угол опирается на диам.

$O_1C = \sqrt{AC \cdot BC}$ - по св-ву высоты упр. опущенной из прямого угла на гипотенузу

$O_1C = \sqrt{1 \cdot 16} = 4$ - радиус окружности ω

$AB = 2R$, где R - рад. окружности Ω

$R = 8,5$. Проведем $O_1O_2, O_1O_2 = \frac{1}{2}AB = \frac{17}{2}$ - по т.к. это радиус окр. Ω .

Проведем общую касательную: Пусть она касается ω в точ. D, Ω - в E . Проведем $O_1D, O_2E, O_1D \perp DE, O_2E \perp DE$ - радиусы в точки кас.
Проведем OE через O_1 , Пусть она пересек. O_2E в точке F, O_1EF - прямоугольник, $DE = O_1F, O_1D = EF = 4$ - радиусы ω , $O_2F = O_2E - EF = 4,5, O_1F^2 + O_2F^2 = O_1O_2^2$ - по теореме Пифагора для $\triangle O_1FO_2, \angle O_1FO_2 = 90^\circ, 6,5^2 = \frac{289}{4} = \frac{81}{4} + \frac{108}{4} = DE^2, DE = 2\sqrt{3}$ Ответ:



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3x+2y=z, \quad \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}, \quad \frac{3y+z}{xy} = \frac{2}{z} \Rightarrow \frac{2}{3x+2y}, \text{ Перемножим}$$

$$\text{по пропорции: } 2xy = 3x^2 - 9xy + 6y^2 + 2xy,$$

$$3x^2 - 9xy + 6y^2 = 0 \quad | : 3$$

$$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0,$$

$$(x-y)(x-2y) = 0$$

Рассмотрим 2 варианта: ① $x+y=0, x=-y, z=-3y+2y=-y$

$$\text{Тогда: } \frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3y^2 - 4y^2 - y^2}{y^2 - 6y^2} = \frac{-2y^2}{-5y^2} = 0,4$$

$$\text{② } x+2y=0, x=-2y, z=-6y+2y=-4y$$

$$\text{Тогда: } \frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{12y^2 - 4y^2 - 16y^2}{4y^2 - 6y^2} = \frac{-8y^2}{-2y^2} = 4$$

$$\text{Получим: } \begin{cases} \frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = 0,4 \\ \frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = 4 \end{cases}$$

След. наиб. значение выраж. - 4

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} \text{ max } 4$$

Ответ: 4.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть x - скорость велосипедиста, y - мотоциклиста ^(км/ч)

$x, y > 0, y > x$ S - путь от А до В.

Из условия следует:

$$2 + \frac{S}{y} = \frac{S}{x} \quad ① \quad x + x \cdot \frac{S}{y} = \frac{S}{x} \cdot y \quad ② \quad \frac{S}{x+6} = \frac{S}{y+6} + \frac{5}{4}$$

$$① \quad 2 + \frac{S}{y} = \frac{S}{x}, \quad S \cdot \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right) = 2, \quad S \cdot \left(\frac{y-x}{xy} \right) = 2$$

$$② \quad yx + x \cdot \frac{S}{y} = \frac{S}{x} \cdot y, \quad yx = S \cdot \left(\frac{y}{x} - \frac{x}{y} \right) = S \cdot \left(\frac{y^2 - x^2}{xy} \right)$$

$$\frac{yx}{2} = S \cdot \left(\frac{y^2 - x^2}{xy} \right) = S \cdot \left(\frac{y-x}{xy} \right) = 48 = x+y$$

$$③ \quad \frac{S}{x+6} = \frac{S}{y+6} + \frac{5}{4}, \quad S \cdot \left(\frac{y+6-x-6}{xy+6x+6y+36} \right) = \frac{5}{4},$$

$$S \cdot \left(\frac{y-x}{xy+6x+6y+36} \right) = \frac{5}{4} = S \cdot \left(\frac{y-x}{xy+324} \right)$$

$$2 \cdot \frac{5}{4} = \frac{8}{5} = S \cdot \left(\frac{y-x}{xy} \right) = S \cdot \left(\frac{y-x}{xy+324} \right) = \frac{3(xy+324)}{xy}$$

$$8xy = 5xy + 1620, \quad 3xy = 1620, \quad xy = 540, \quad x+y=48$$

$$x = 48 - y, \quad (48-y)y = 540, \quad -y^2 + 48y = 540,$$

$$y^2 - 48y + 540 = 0, \quad D = 48^2 - 4 \cdot 540 = 2304 - 2160 = 144, \quad \sqrt{D} = 12$$

$$y = \frac{48 \pm 12}{2}, \quad \begin{cases} y = 30 \\ y = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 30 \\ x = 18 \\ y = 18 \\ x = 30 \end{cases}, \quad \begin{cases} y = 30 \text{ км/ч} \\ x = 18 \text{ км/ч} \end{cases}$$

$$2 + \frac{S}{30} = \frac{S}{18}$$

$$2 = \frac{S}{18} - \frac{S}{30} = \frac{2S}{90}, \quad 2S = 180, \quad S = 90 \text{ км.}$$

Ответ: 90 км.

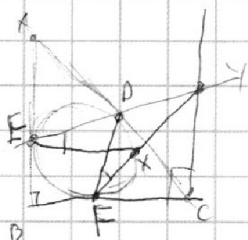
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Продлим DE и FX, $\angle DFX = \angle DEX$, т.к.
 для этих двух вписаны. и отпираются
 на одну и ту же дугу

$\triangle YXE \sim \triangle YDE$ - по 2 углам ($\angle DFX =$
 $= \angle DEX = \angle DEY$ - из выше сказан., $\angle EYX$ - общий)
 Сл-но $\frac{EX}{XY} = \frac{DE}{DY} = 2\sqrt{2}$

$DC = FC$ - отрезки касательных $AB \parallel CY$, т.к.

$AB \perp BC$, $CY \perp BC$, Сл-но $\angle AED = \angle YC$ - по
 со-ву внут. накрест. лет. $\angle AOE = \angle YOC$ - по со-ву верш.
 углов. $AE = AO$ - по со-ву отрез. касательных. т.к.

$\triangle AED$ - равност. ($AE = AO$), по $\angle AED = \angle AOE$, Сл-но
 $\angle DYC = \angle AED = \angle AOE = \angle YOC$, Сл-но по признаку
 равно-сег. хор- $AF = DC = YC$, Сл-но $YC = DC = FC$.

Пусть $\angle DCF = \alpha$, тогда $\angle DCY = 90^\circ - \alpha$, $\angle FDC = \angle DFC$
 (т.к. $\triangle FDC$ - рав-сег.), $\angle FDC = 90^\circ - 0,5\alpha$, $\angle YDC = \angle YC$
 $= 45^\circ + 0,5\alpha$ (при этом мы использовали то, что сумма
 углов тр-ка равна 180°). Обозначим стороны для

$\triangle DFC$ и $\triangle DYC$: $\frac{DF}{\sin(90^\circ - 0,5\alpha)} = \frac{DC}{\cos 0,5\alpha} = \frac{DC}{\sin(45^\circ + 0,5\alpha)}$
 $2 \cdot DC \cdot \sin 0,5\alpha = DF$, $\frac{DY}{\sin(90^\circ - \alpha)} = \frac{DC}{\sin(45^\circ + 0,5\alpha)} = \frac{DC}{\cos(45^\circ - 0,5\alpha)}$
 $= DY$
 $2 \cdot DC \cdot \sin(45^\circ - 0,5\alpha) = DY$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin(45^\circ - 0,5x) = \sin 45^\circ \cdot \cos 0,5x - \cos 45^\circ \cdot \sin 0,5x =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos 0,5x - \sin 0,5x)$$

$$DY = 2DC \cdot \sin(45^\circ - 0,5x) = DC \cdot \sqrt{2} (\cos 0,5x - \sin 0,5x)$$

$$DF = 2DC \cdot \sin 0,5x$$

$$\frac{DF}{DY} = 2\sqrt{2} = \frac{2\sin 0,5x}{\sqrt{2}(\cos 0,5x - \sin 0,5x)} = \frac{\sin 0,5x \cdot \sqrt{2}}{\cos 0,5x - \sin 0,5x}$$

$$2 = \frac{\sin 0,5x}{\cos 0,5x - \sin 0,5x}, \quad 2\cos 0,5x = 3\sin 0,5x$$

$$\cos 0,5x = \frac{3}{2} \sin 0,5x$$

$$\cos^2 0,5x + \sin^2 0,5x = 1,$$

$$\frac{9}{4} \sin^2 0,5x + \sin^2 0,5x = 1, \quad \frac{13}{4} \sin^2 0,5x = 1,$$

$$\sin 0,5x = \frac{2}{\sqrt{13}}, \quad \cos 0,5x = \frac{3}{\sqrt{13}}, \quad \sin x = 2\cos 0,5x \cdot \sin 0,5x$$

$$\sin x = \frac{12}{13}, \quad \cos^2 x = 2\cos^2 0,5x - 1 = \frac{5}{13}$$

III. $\triangle ABC$ - прямоугольный ($\angle ABC = 90^\circ$), тогда $\sin x = \frac{AC}{AB} = \frac{12}{13}$,

$$\cos x = \frac{BC}{AC} = \frac{5}{13}, \quad AB = \frac{12}{13} \cdot AC, \quad BC = \frac{5}{13} \cdot AC$$

$$AD = \frac{AB + AC - BC}{2}, \quad DC = \frac{AB + BC - AC}{2} \text{ — по св-ву}$$

треугольника касательных, образующих вписанный с треугольником окружность со сторонами.

$$AD = \frac{\frac{12}{13}AC + AC - \frac{5}{13}AC}{2} = \frac{20}{13} \cdot \frac{10}{13} AC$$

$$DC = \frac{\frac{5}{13}AC + AC - \frac{12}{13}AC}{2} = \frac{3}{13} AC$$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

Ответ: $3\frac{1}{3}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

$$2x^2 - 3x + 4 + 2x^2 + x + 3 - 2\sqrt{(2x^2 + x + 3)(2x^2 - 3x + 4)} = 1 - 8x + 7$$

$$-12x^2 + 6x + 6 = 2\sqrt{(2x^2 + x + 3)(2x^2 - 3x + 4)}$$

$$32 - 6,668$$

$$(-6x^2 + 3x + 3)^2 = 36x^4 + 9x^2 + 9 - 36x^2 - 18x^3 + 18x$$

$$0,4$$

$$-8 + 3$$

$$(2x^2 + x + 3)(2x^2 - 3x + 4) = 4x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 2x^3 - 3x^2 + 4x - 6x^2 - 9x + 12 = 4x^4 - 4x^3 + 1x^2 - 5x + 12$$

$$11$$

$$3 > 201$$

$$x < \frac{3}{20}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ - 23 \\ \hline 55 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 38 \\ - 24 \\ \hline 52 \end{array}$$

$$32x^4 - 14x^3 - 38x^2 + 23x - 3 = 0$$

$$\begin{array}{r} 32x^4 - 14x^3 - 38x^2 + 23x - 3 \\ - 32x^4 - 32x^3 \\ \hline 18x^3 - 38x^2 + 23x - 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18x^3 - 38x^2 + 23x - 3 \\ - 18x^3 - 18x^2 \\ \hline -20x^2 + 23x - 3 \end{array}$$

$$-20x^2 + 23x - 3$$

$$-20x^2 - 20x$$

$$-20x^2 - 20x$$

$$-20x^2 - 20x$$

$$-20x^2 - 20x$$

$$-20x^2 - 20x$$

$$-20x^2 - 20x$$

$$-20x^2 - 20x$$

$$-20x^2 - 20x$$

$$-20x^2 - 20x$$

$$-20x^2 - 20x$$

$$-20x^2 - 20x$$

$$-20x^2 - 20x$$

$$-20x^2 - 20x$$

$$-20x^2 - 20x$$

$$-20x^2 - 20x$$

$$-20x^2 - 20x$$

$$-20x^2 - 20x$$

$$-20x^2 - 20x$$

$$-20x^2 - 20x$$

$$-20x^2 - 20x$$

$$-4 + 4,5 + 3 = 40$$

$$-4 + 4,5 + 10 + 3 \geq 0$$

$$18x^2 > 32x^3$$

$$18 > -32x$$

$$\frac{3}{46} > 21$$

$$-\frac{3}{16} < 21$$

$$18x^2 - 20x + 3$$

$$-18x^2 - 20x > 0$$

$$18x > 20$$

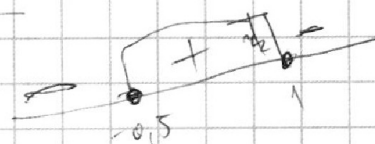
$$x >$$

$$2x^2 - x - 1 = 0$$

$$x = 1 + 8$$

$$1 \leq 9$$

$$x = \frac{1}{4}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\begin{array}{r} -32x^4 - 32x^3 - 38x^2 + 23x - 3 \end{array} \bigg/ x + 1$$

$$\begin{array}{r} 26x^2 + 23x \\ - 26x^2 - 26x \\ \hline -3x - 3 \end{array}$$

$$32 + 2 = 64 + 26 = 0$$

$$w = 64^2 = 64 \cdot 26$$

$$= 64 - 48 = 16$$

$$x = \frac{64 - 46.8}{64}$$

七

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 49 \\ \hline 576 \end{array}$$

26
3

$$n > 0$$

$$\frac{5^{13}}{24} = \frac{5^{12}}{36} \cdot \frac{5}{9} = \frac{264}{576}$$

$$S\left(\frac{42}{72}\right) = \frac{5}{4} 288$$

$\frac{1}{18} \times 5 = \frac{5}{18}$

$$\frac{5}{3} - \frac{3}{5} = \frac{16}{15} \cdot 90 = 96$$



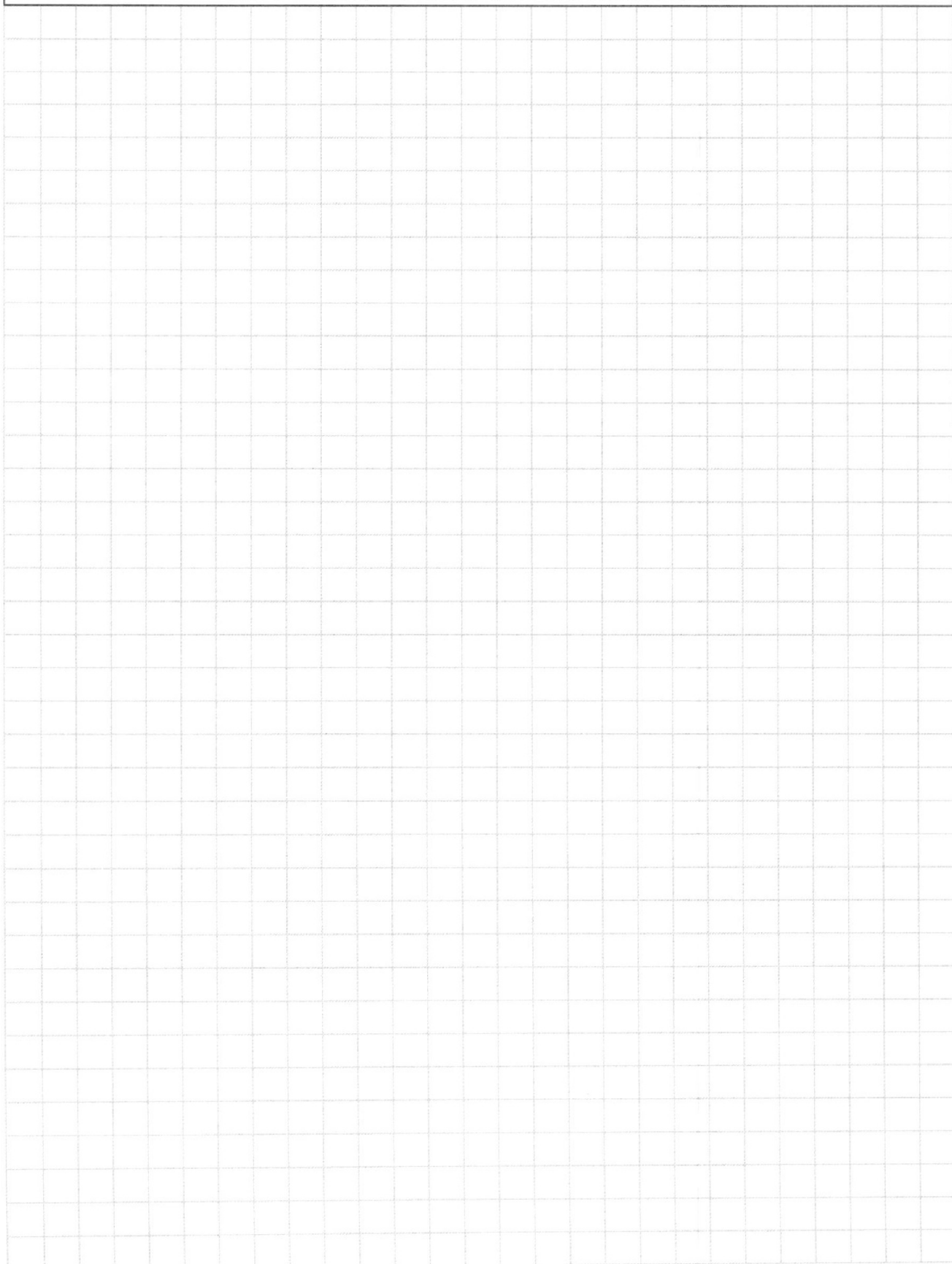
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



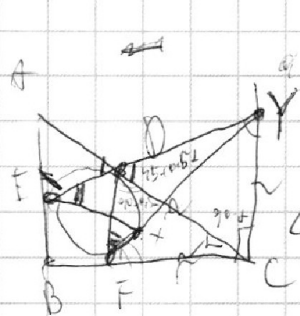
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a_1 = 3, a_2 = 7, a_3 = 3, a_4 = 7, a_5 = 14, a_6 = 4$$

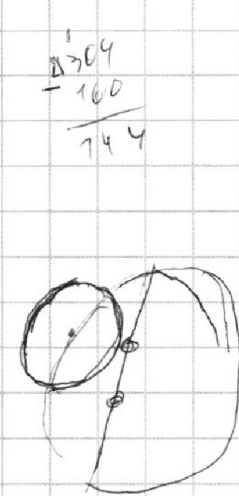
$$a_1 + a_3 = 11, a_3 + a_5 = 18, a_1 + a_5 = 21$$

$$(a+b)^2 = 356$$

$$a_2 + a_4 = 10, a_2 + a_6 = 38, a_4 + a_6 = 16$$

$$a_1 + a_3 = 11, a_3 + a_5 = 18, a_1 + a_5 = 21$$

$$a_2 + a_4 = 10, a_2 + a_6 = 38, a_4 + a_6 = 16$$



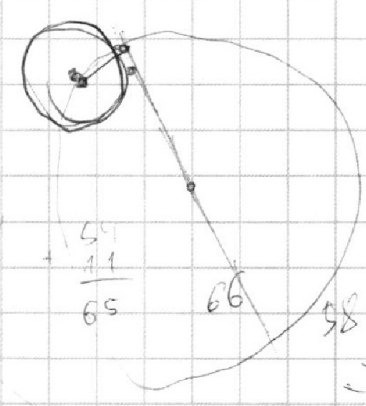
$$a_1 + a_3 = 11, a_3 + a_5 = 18, a_1 + a_5 = 21$$

$$a_2 + a_4 = 10, a_2 + a_6 = 38, a_4 + a_6 = 16$$

$$(a+b)^2 = 356$$

$$a_1 + a_3 = 11, a_3 + a_5 = 18, a_1 + a_5 = 21$$

$$a_2 + a_4 = 10, a_2 + a_6 = 38, a_4 + a_6 = 16$$



$$a_1 + a_3 = 11, a_3 + a_5 = 18, a_1 + a_5 = 21$$

$$a_2 + a_4 = 10, a_2 + a_6 = 38, a_4 + a_6 = 16$$

$$(a+b)^2 = 356$$

$$a_1 + a_3 = 11, a_3 + a_5 = 18, a_1 + a_5 = 21$$

$$a_2 + a_4 = 10, a_2 + a_6 = 38, a_4 + a_6 = 16$$

$$2x^2 - 3x + 4 + 2x^2 - 1x + 3 = 2(2x^2 - 3x + 4) + 2(2x^2 - 1x + 3) = 4x^2 - 8x + 14$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

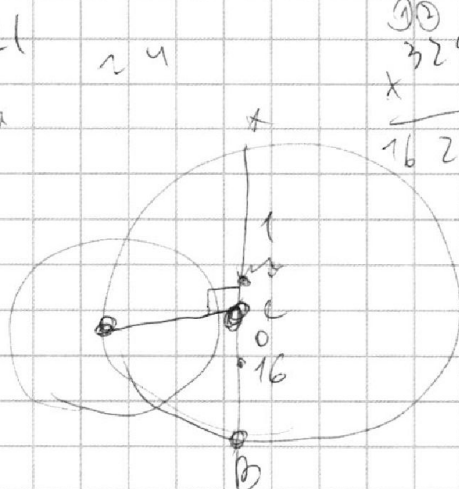
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{S}{g} + 2 = \frac{S}{x}$$

$$96 + \frac{S}{y} = \frac{S}{x}$$



$$\begin{array}{r} 324 \\ \times 5 \\ \hline 1620 \end{array}$$

$$x = -y$$

$$z = 2y - 3y = -y$$

$$\frac{3y^2 - 4y^2 - y^2}{y^2 - 6y^2} =$$

$$\frac{-2}{-5} = 0.4$$

$$3x + 2y = z$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$$

$$\frac{S}{x=6} = \frac{S}{y+6} + \frac{S}{4}$$

$$S \left(\frac{y-x}{xy+6x+6y+x} \right) = \frac{S}{4}$$

$$S \left(\frac{y-x}{xy+324} \right) = \frac{S}{4}$$

$$\frac{3y+x}{xy} = \frac{2}{z}$$

$$3yz + xz = 2xy$$

$$(3x+2y)(3y+x) = 2xy$$

$$9xy + 3x^2 + 6y^2 + 2xy = 2xy$$

$$3x^2 + 3xy + 6y^2 = 0$$

$$(x+2y)(x+y) = 0$$

$$\textcircled{1} \quad x+2y=0$$

$$x = -2y \quad z = -6y \quad 2y = -4y$$

$$3 - 4y^2 - 4y^2 - 16y^2$$

$$4y^2 - 6y^2$$

$$\frac{-8}{-2} = 4$$

125

$$\left(\frac{3x}{2} \right)^2$$

$$\frac{289}{4} = 87$$

$$2088 \div 4 = 522$$

$$52 = x^2$$

$$x = 2\sqrt{13}$$

$$\frac{96}{2} = 48 = 7+x$$

$$x = 41$$

$$2088 \div 4 = 522$$

$$52 = x^2$$

$$x = 2\sqrt{13}$$