



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 14

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{14}7^{13}$, bc делится на $3^{19}7^{17}$, ac делится на $3^{23}7^{42}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC = 1$ и $BC = 25$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$5x - y = 3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклиstu на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 36 минут позже ~~велосипедиста~~ мотоциклиста. Найдите расстояние между A и B .

Мотоциклиста

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = \sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

5

8

Таким образом $a = 3^{a_1} \cdot 7^{a_2} \cdot a_3$, $b = 3^{b_1} \cdot 7^{b_2} \cdot b_3$, $c = 3^{c_1} \cdot 7^{c_2} \cdot c_3$, где $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3$ -

целые неотрицательные числа, a_3, b_3, c_3 не кратны 3. Итого такая пара a .

По условию задачи:

$$\{a_1 + a_2 \geq 14,$$

$$\{a_1 + c_1 \geq 23, \Rightarrow 2(a_1 + b_1 + c_1) \geq 56 \Rightarrow a_1 + b_1 + c_1 \geq 28.$$

$$\{b_1 + c_1 \geq 19;$$

По условию задачи:

$$a_2 + c_2 \geq 42 \Rightarrow a_2 + b_2 + c_2 \geq 42.$$

$$abc = a_3 b_3 c_3 \cdot 3^{a_1+b_1+c_1} \cdot 7^{a_2+b_2+c_2} \geq 3^{28} \cdot 7^{42}$$

Таким образом $a = 3^9 \cdot 7^{13} \cdot 7^5$, $b = 3^{14} \cdot 7^{28}$, $c = 3^{28} \cdot 7^{42}$, $abc = 3^{14} \cdot 7^{13} \cdot 5^{11} \cdot 7^{13} \cdot 7^5 = 3^{49} \cdot 7^{47} \cdot 5^{11}$, $abc = 3^{23} \cdot 7^{49} \cdot 5^{11}$. А это наименьшее значение a, b, c для заданной суммы.

Ответ: $3^{23} \cdot 7^{49} \cdot 5^{11}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3}$

Пусть $a = 3x^2 + x + 1$, $b = 5 - 6x$.

Тогда $\sqrt{3x^2 + x + 1} + \sqrt{5 - 6x} = \sqrt{a - b} - \sqrt{a} = b$,

$$\sqrt{a - b} = \sqrt{a} + b;$$

$$a - b = a + b^2 + 2b\sqrt{a}; \quad b^2 + b + 2b\sqrt{a},$$

$$b = 0,$$

$$b + \sqrt{a} + 1 = 0;$$

$$b = 0,$$

$$5 - 6x = 2\sqrt{3x^2 + x + 1};$$

$$5 - 6x = 0,$$

$$9x^2 + 9 - 18x = 3x^2 + x + 1;$$

$$x = \frac{5}{6},$$

$$6x^2 + 3 - 19x = 0;$$

$$x = \frac{5}{6},$$

$$x = \frac{1}{2},$$

$$x = 3.$$

Ответ: $\left\{ \frac{5}{6}, \frac{1}{2} \right\}$.

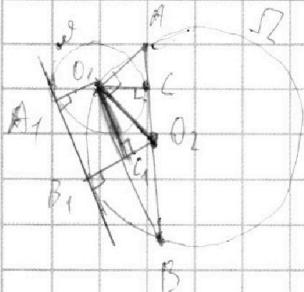
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Р4.

Пусть O_1 - большая, O_2 - меньшая.

$\angle A O_1 B = 90^\circ$ - т.к. отражена на диаметре

$O_1 C \perp A B$ - радиус в точку касания.

$O_1 C = 10$, $O_1 C$ - биссектриса $\angle A O_1 B$, проведенная к диаметру

2. $O_1 C = 10$, $O_1 C = \sqrt{A C \cdot C B} = 5$.

Пусть A_1, B_1 - точки касания общей касательной с $\odot O_1$ и $\odot O_2$ соответственно

Пусть C - основание перпендикуляра $\odot O_1$ на $O_2 B$,

$O_1 O_2 = O_2 B_1 = \frac{AB}{2} = 5$ - радиус $\odot O_2$.

$O_1 A_1 = O_1 C = 5$ - радиус $\odot O_1$.

$O_1 A_1 \perp A_1 B_1$, $O_2 B_1 \perp A_1 B_1$ - радиусы в точку касания.

В треугольнике $O_1 A_1 B_1 C$ признак-прямых $O_1 O_2 O_1 A_1 B_1 C_1$ - прямой-

уголик. Т.к. $O_1 C_1 = A_1 B_1$, $B_1 C_1 = O_1 A_1 = 5$

$O_2 C_1 = O_2 B_1 = B_1 C_1 = 8$.

$A_1 B_1 = O_1 C_1 = \sqrt{13^2 + 8^2} = \sqrt{105}$.

Ответ $\sqrt{105}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | .3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

5

$$5x - 9 = 3t \Rightarrow 5x = 3t + 9 \Rightarrow 25x^2 = 9t^2 + 4y^2 + 648.$$

$$5x = 3t + 9 \Rightarrow x = 3t + \frac{9}{5}.$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{2} \Rightarrow 8y^2 + x^2 = 15xy \Rightarrow 8yt = x(15y - t) \Rightarrow 8yt = \frac{12}{5}(15y - t) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 40yt = 15y^2 - 3t^2 + 44yt \Rightarrow 3t^2 - 4yt - 15y^2 = 0$$

$$t^2 = 3y,$$

$$t^2 = \frac{5y}{3},$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - t^2}{9^2 + 3t^2} = \frac{9t^2 + 4y^2 + 648 - t^2}{y^2 + 3t^2} = \frac{8t^2 + 648}{y^2 + 3t^2} = \frac{2t(4t + 3y)}{y^2 + 3t^2}$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - t^2}{9^2 + 3t^2} = \frac{25y^2 + 15y}{y^2 + 9} = \cancel{25}y \cancel{9}$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - t^2}{y^2 + 3t^2} = \frac{-2 \cdot \frac{5y}{3} \left(1 - \frac{40}{3} + 3y\right)}{y^2 + 2 \frac{5y}{3}} = \frac{100}{84} \cancel{2y} = \frac{55}{42} < 9$$

Ответ: $\frac{55}{42}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

ω₆

Пусть Ω_1 -корень биквадратного, Ω_2 -корень полного квадратного, S -произведение $\Omega_1 \cdot \Omega_2$, $V_1 = \Omega_1^2$, $V_2 = \Omega_2^2$, $S = \Omega_1 \cdot \Omega_2$

Нужно, но не хватает:

$$\begin{cases} \frac{S}{\Omega_1} = \Omega_2 + 1, (1) \\ \frac{\Omega_1 \cdot S}{\Omega_2} = \Omega_1 - 49, (2) \\ \frac{S}{\Omega_1 + 7} = \Omega_2 + 6, (3) \end{cases}$$

$$(1) \frac{S}{\Omega_1} = \Omega_2 + 1 \Rightarrow S\Omega_2 = S\Omega_1 + \Omega_1\Omega_2 \Rightarrow S = \frac{\Omega_1\Omega_2}{\Omega_1 - \Omega_2}$$

$$(2) \frac{\Omega_1 \cdot S}{\Omega_2} = \frac{\Omega_1 S}{\Omega_2} - 49 \Rightarrow \Omega_1^2 S = \Omega_1^2 S - 49 \Omega_1 \Omega_2 \Rightarrow S = \frac{49 \Omega_1 \Omega_2}{(\Omega_2 - \Omega_1)(\Omega_2 + \Omega_1)}$$

$$(3) \frac{S}{\Omega_1 + 7} = \Omega_2 + 6 \Rightarrow S\Omega_2 + 7S = S\Omega_1 + 7S + 0,6\Omega_1\Omega_2 + 0,6 \cdot 49 + 0,6 \cdot 7 + \Omega_1\Omega_2 + \Omega_1 + \Omega_2 \Rightarrow \frac{S\Omega_2 + 7S + 49 + 42}{\Omega_2 - \Omega_1} = \frac{S\Omega_2 + 7S + 30\Omega_1\Omega_2 + 30\Omega_1 + 30\Omega_2}{\Omega_2 - \Omega_1} \Rightarrow \Omega_1\Omega_2 = 44$$

$$\Omega_1\Omega_2 = \frac{44\Omega_1\Omega_2}{\Omega_1 + \Omega_2} \Rightarrow \Omega_1 + \Omega_2 = 49.$$

$$\Omega_1 \cdot \Omega_2 = \frac{49\Omega_1\Omega_2 + 11(\Omega_1 + \Omega_2) + 147}{5} \Rightarrow \Omega_1\Omega_2 = 21 \cdot 49 + 147 = 1176 \Rightarrow \Omega_1\Omega_2 = 588$$

$$\begin{cases} \Omega_1 + \Omega_2 = 49 \\ \Omega_1\Omega_2 = 588 \end{cases}$$

По корням паскори полного, Ω_1, Ω_2 -корни уравнения $x^2 - 49x + 588 = 0$

П.к. $\Omega_1 < \Omega_2$, то $\Omega_1 = 21, \Omega_2 = 28$.

$$S = \frac{\Omega_1\Omega_2}{\Omega_1 - \Omega_2} = \frac{588}{7} = 84.$$

Ответ: 84 км.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$EX = \sqrt{FX^2 + EF^2} = 2r. \text{ А то, } XY = r\sqrt{2}$$

$EY \cdot YD = FX \cdot XF$ - то сб. будущий,

$$EY \cdot YD = (YD + ED) = r\sqrt{2} \cdot r\sqrt{2}$$

$$YD^2 + YD \cdot ED = 4r^2$$

$$ED = \frac{-YD^2 + 4r^2}{YD}$$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{YD}{ED} = \frac{YD}{-YD^2 + 4r^2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$U_1 \quad U_2$

$$\frac{S}{U_1} = \frac{S}{U_2} + 1$$

$$\frac{U_2 U_1}{U_1 - U_2} = \frac{U_2 U_1}{U_1 - U_2} + 1$$

$$\frac{U_1 S}{U_2} = \frac{S U_2}{U_1}$$

$$49 U_2 = 49 U_1 + U_2^2 - U_1^2$$

$$U_1 + 49 - U_1 =$$

$$\frac{S}{U_1 + 7} = \frac{S}{U_2 + 7} + 0,6$$

$$\frac{36}{60} = \frac{6}{10}$$

$$3+7=21$$

$$49 U_1 U_2 = S(U_2 - U_1)$$

$$49 U_1 U_2 + S U_1^2 = S U_2^2 + 0,6 \cdot 49 U_2 / (U_1 + U_2) + 49$$

$$\frac{U_2 U_1}{U_1 U_2 - U_1^2} = \frac{U_2 U_1}{U_2^2 - U_1 U_2} + 1$$

$$49^2 + 49 U_1^2 - 499 U_1 (49 - 2U_1)^2$$

$$49 U_1 U_2 / (U_1 - U_2)$$

$$49 = (49 - 10) / (3 + 10) \cdot 49 + 49$$

$$\frac{U_2 U_1}{U_2 - U_1} = \frac{U_2 U_1}{U_2 + U_1} + 1$$

$$S U_2 + 7 = S U_2 + 7 + 0,6$$

$$49 U_2 = 49 U_1 + U_2 - U_1$$

$$S = 10 + 0,6 + 10 = 20$$

$$U_1 U_2$$

$$(U_1 + 7)(U_1 -$$

$$S = \frac{U_2 U_1}{U_2 U_1 - U_1^2} = \frac{U_2 U_1}{U_1 - 49 U_1} = 2U_1 + 49$$

$$S U_2 + 7 = U_2 U_1 - 49 U_1 = U_1 (49 - U_1)$$

$$49 U_1 - U_1^2$$

$$\frac{49 U_1 - U_1^2}{(U_1 + 7)(U_1 - 49)} = \frac{49 U_1 - U_1^2}{(U_1 + 7)(U_1 - 49)} \neq 0,6$$

$$S U_2 + 7 = S U_2 + 7 + 0,6 = 2S U_2 + 7 + 0,6$$

$$U_1 (49 - U_1) (54 - U_1) = U_1 (49 - U_1) (U_1 + 7) + 96 (U_1 + 7) + 96 (U_1 + 7) + 96 (U_1 + 7)$$

$$U_1^2 - 49 U_1 + 2S U_2 - 49 S = 0 \quad 75 - 491 + 449 S$$

$$49 S = 844 S$$

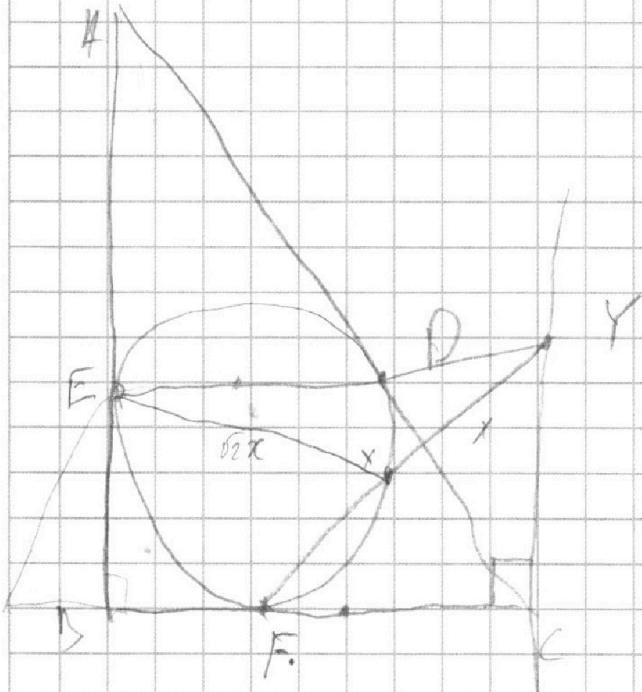


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

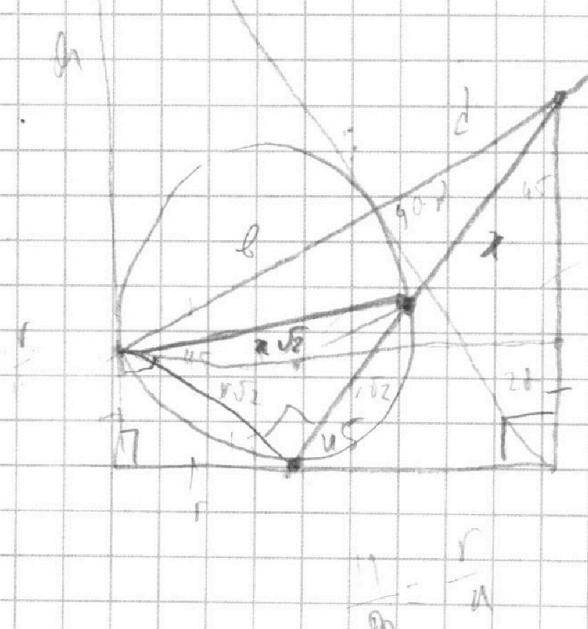
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~2010~~



$$d^2 \in \mathbb{R}^d =$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$\frac{1}{2} \ln(1-d)$

$$\sqrt{r^2 + 2R^2 - 2Rr\cos\theta}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$8y + u = 1542$$

$$2x - y = 39 \quad | \cdot 3$$

$$16y^2 + 80z^2$$

$$5u - y$$

$$5u - y = -5y$$

$$x = \frac{4y}{5}$$

$$79 + 14y$$

$$184 - 3y$$

$$-10$$

$$38(15u + y) - 2^2 \cdot 5u^2 + y^2 - 5u^2$$

$$y^2 + 3z^2 \quad | \cdot 11$$

$$x = \frac{4y}{5}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 15$$

$$5u = \frac{4y}{5}$$

$$y^2 + 3z^2$$

$$11u$$

$$5u = -6y$$

$$3(15u + 3y - 2)$$

$$u = \frac{4y}{5}$$

$$40z^2 + 11$$

$$-166y + 2y = 15$$

$$\frac{810}{28} = 29$$

$$5u = -6y$$

$$y^2 + 3z^2$$

$$5u = 4y$$

$$40z^2 + 11$$

$$-166y + 2y = 15$$

$$\frac{810}{28} = 29$$

$$5u = 4y$$

$$y^2 + 3z^2$$

$$11u$$

$$40z^2 + 11$$

$$-166y + 2y = 15$$

$$\frac{810}{28} = 29$$

$$5u = 4y$$

$$y^2 + 3z^2$$

$$11u$$

$$40z^2 + 11$$

$$-166y + 2y = 15$$

$$\frac{810}{28} = 29$$

$$5u = 4y$$

$$y^2 + 3z^2$$

$$11u$$

$$40z^2 + 11$$

$$-166y + 2y = 15$$

$$\frac{810}{28} = 29$$

$$5u = 4y$$

$$y^2 + 3z^2$$

$$11u$$

$$40z^2 + 11$$

$$-166y + 2y = 15$$

$$\frac{810}{28} = 29$$

$$5u = 4y$$

$$y^2 + 3z^2$$

$$11u$$

$$40z^2 + 11$$

$$-166y + 2y = 15$$

$$\frac{810}{28} = 29$$

$$5u = 4y$$

$$y^2 + 3z^2$$

$$11u$$

$$40z^2 + 11$$

$$-166y + 2y = 15$$

$$\frac{810}{28} = 29$$

$$5u = 4y$$

$$y^2 + 3z^2$$

$$11u$$

$$40z^2 + 11$$

$$-166y + 2y = 15$$

$$\frac{810}{28} = 29$$

$$5u = 4y$$

$$y^2 + 3z^2$$

$$11u$$

$$40z^2 + 11$$

$$-166y + 2y = 15$$

$$\frac{810}{28} = 29$$

$$5u = 4y$$

$$y^2 + 3z^2$$

$$11u$$

$$40z^2 + 11$$

$$-166y + 2y = 15$$

$$\frac{810}{28} = 29$$

$$5u = 4y$$

$$y^2 + 3z^2$$

$$11u$$

$$40z^2 + 11$$

$$-166y + 2y = 15$$

$$\frac{810}{28} = 29$$

$$5u = 4y$$

$$y^2 + 3z^2$$

$$11u$$

$$40z^2 + 11$$

$$-166y + 2y = 15$$

$$\frac{810}{28} = 29$$

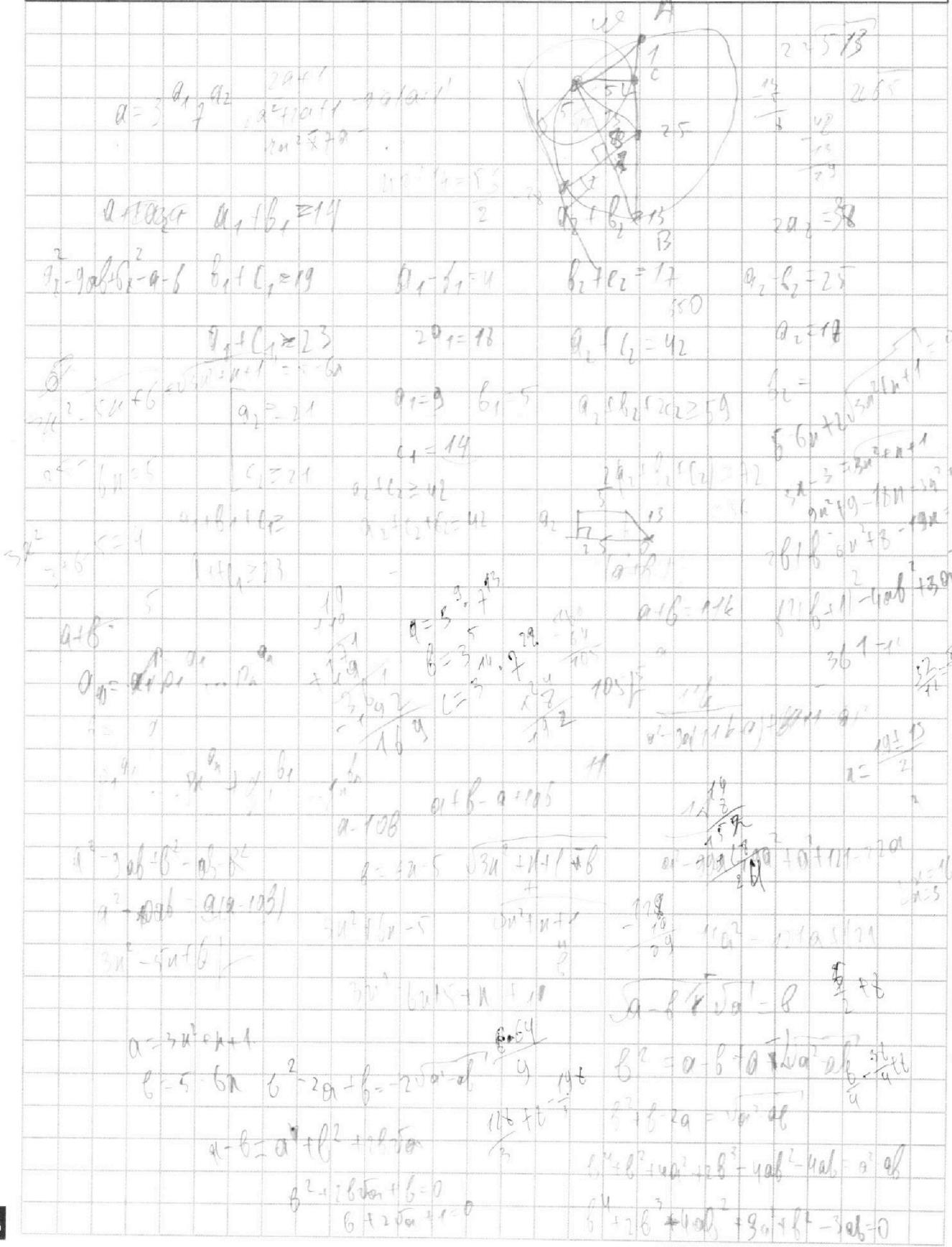


На одной странице можно оформлять только одну задачу

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

82

Пусть a и b оба $\neq 0$ и не делятся на 11, то $\text{NOD}(a, b) = 1$.

Пусть m это самый небольшое из чисел, для которых $\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2}$ делится на 11, то $m = \text{NOD}(a+b, a^2-9ab+b^2)$.

Пусть $(a+b) \mid m$, $\text{NOD}(a, b) = 1$, то $\text{NOD}(a, m) = 1$, $\text{NOD}(b, m) = 1$.

Пусть $(a+b) \mid m$, $(a^2-9ab+b^2) \mid m$, то $(a^2-9ab+b^2-a(a+b)) \mid m$

$$a^2-9ab+b^2-a(a+b)=a^2-10ab=b(a-10b).$$

Пусть $\text{NOD}(a, b) = d$, то $(a-10b) \mid d$.

Пусть $(ab) \mid m$, $(a-10b) \mid m$, то $((a+b)-(a-10b)) \mid m$

$$(a+b)-(a-10b)=11b.$$

Пусть $\text{NOD}(b, m) = 1$, то $11 \mid m$. т.к. $m \leq 11$.

Также, если $a+b=11k$, $k \in \mathbb{Z}$, то у нас $\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2}=\frac{11k}{a^2-9ak+11k^2-10ak}=\frac{11k}{11(a-9k+11k^2-10k)}=\frac{11k}{11(b-9k+11k^2-10k)}=\frac{11k}{11b}$ делится на 11.

Ответ: 11.



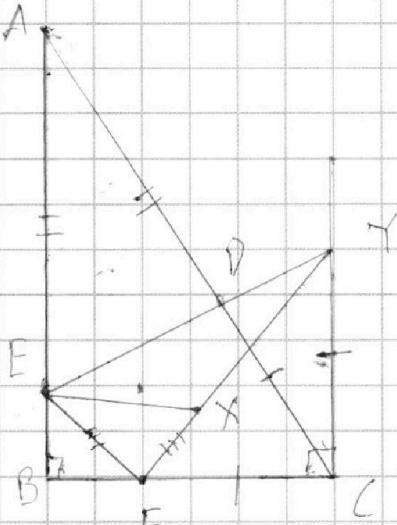
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



37

10

Typen: $AD = a$, $X^Y = x$, 1-polygonal, $CD = c$

$E[X = \sqrt{2}] = 10$ юаней.

$E B = B F = r - 10$ см. Так как $\angle AFB = \angle BFC$, то $\triangle AFB \sim \triangle BFC$.

~~13~~ If $E = \alpha$, $C_F = C - \log \alpha$ by relation (1)

$\triangle AED \sim \triangle CFD$ - m.l. $YC \parallel AE$

$$h=10, \frac{CD}{DA} = \frac{YC}{AE} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{yc}{a} \Rightarrow yc = a$$

$\tilde{C} = R_0$, $\tilde{F}(C) = F(C) = C$. At 100,000°F - characteristic of a primary expansion zone.

$$\theta - \alpha / 2 = 45^\circ$$

$\angle FEX = \angle FYE = 45^\circ$ - yar ulegy kai u leggy

$\angle EFB = 45^\circ$, т.к. ΔEBF - равнобедренный прямоугольник.

$$\angle EFX = 180^\circ - \angle BFE - \angle FEX = 90^\circ$$

Ex-NOSEFX - np. kiedy walt rowi palność gęgawion.

$$XF = EF = \sqrt{EB^2 + BE^2} = \sqrt{2},$$