



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 13

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 8ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x.$$

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC = 1$ и $BC = 16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
- [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$3x + 2y = z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2}$.

- [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклистику на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже ~~велосипедиста~~ мотоциклиста. Найдите расстояние между A и B .

~~мотоциклиста~~

- [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = 2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab \stackrel{11}{:} 3 \stackrel{11}{:} 7, \quad bc \stackrel{18}{:} 3 \stackrel{18}{:} 7, \quad ac \stackrel{21}{:} 3 \stackrel{21}{:} 7$$

$$ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 \stackrel{11}{:} (3 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 7)$$

$$(abc)^2 \stackrel{50}{:} (3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 5), \quad (abc)^2 \geq 3^{50} \cdot 7^{65}$$

П.к. $(abc)^2$ — квадрат натурального числа,

то максимальная степень 7-ки, на
которую делится $(abc)^2$ должна быть 65-

$$abc \geq 3^{25} \cdot 7^{33}, \quad \text{с.к. максимальное}$$

$$\text{значение } abc \text{ при } 3^{25} \cdot 7^{33}.$$

$$\text{Ответ: } 3^{25} \cdot 7^{33}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметили, что $a+b \text{ HOD}(a; b) = 1$,

точка где дробь $\frac{a}{b}$ — сократима.

Из этого следим, что $(a+b) \nmid a$ и

$(a+b) \nmid \text{HOD}(a+b; a) = 1$, $\text{HOD}(a+b; b) = 1$

по алгоритму Евклида.

$$a^2 - 8ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2 - 10ab = (a+b)^2 - 10ab$$

Если мы можем сократить дробь на
наибольшее m , то это m делит форму
 $\text{HOD}(a+b; a^2 - 8ab + b^2)$, то есть $a+b$ делит $a^2 - 8ab + b^2$,
 $+b^2)$, то есть m делит $a^2 - 8ab + b^2$.

$$\text{HOD}(a+b; a^2 - 8ab + b^2) = \text{HOD}(a+b; (a+b)^2 - 10ab) = m$$

$$(a+b) \mid m, (a+b)^2 \mid m, 3m \mid 10ab \mid m.$$

Заметили, что $\text{HOD}(a; a+b) = 1$, $\text{HOD}(b; a+b) = 1 \Rightarrow \text{HOD}(ab; a+b) = 1$. Следовательно $\text{HOD}(10ab; a+b) \leq 10$. Но m — это наибольшее
 $m = 10$. Пример: $a=4, b=9, a+b=10, a^2 - 8ab + b^2 = 100 - 10, \text{HOD}(10; 10) = 10$.

Ответ: 10.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x \quad \text{Был бы в гостях раб бз}$$

в классе

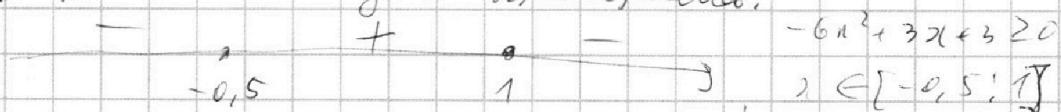
$$\text{Левая часть: } 2x^2 - 3x + 4 - 2x^2 + x + 3 - 2\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)} = 16x^2 - 8x + 1,$$

$$-12x^2 + 6x + 6 = 2\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)} \quad | : 2 \quad -6x^2 + 3x + 3 = \sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)} \quad (1)$$

$$-6x^2 + 3x + 3 \geq 0, \text{ т.к. } \sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)} \geq 0$$

$$-6x^2 + 3x + 3, \Delta = 9 + 18 \cdot 4 = 81, \Delta > 0, \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -0,5 \end{cases}$$

Данные методом интервалов:



Был бы в гостях раб бз

$$\text{прав. левая часть: } 4x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 5x + 12 = 36x^4 - 18x^3 - 27x^2 +$$

$$+ 18x + 9, \quad 32x^4 - 16x^3 - 28x^2 + 23x + 3 = 0, \text{ подставим } x = 1,$$

$$32x^4 - 14x^3 - 38x^2 - 23x + 3 = (x-1)(32x^3 + 18x^2 - 20x + 3) = 0$$

$$\text{Рассмотрим уравнение: } 32x^3 + 18x^2 - 20x + 3 = 0$$

Заметим что при $x = -0,5$ уравнение не выполняется. Заметим, что при $x < 0$, $18x^2 > 32x^3$,

$$-26x > 0, 3 > 0, \text{ а } 32x^3 + 18x^2 - 20x + 3 > 0,$$

$$\text{при } x > 0 \text{ так } x = 0, 32x^3 + 18x^2 - 20x + 3 = 3 > 0$$

Также заметим, что при $x > 0$, значение уравнения не может быть 0. Иначе уравнение имело бы корень 0.

$$32x^3 + 18x^2 - 20x + 3 \text{ не имеет корней для } x > 0. \quad [0; 1]$$

$$\text{ибо } x = 1 \text{ проверка: } 12 - 3 + 9 = 12$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Возьмём 6 № задачи: все члены полагаются в квадрат.

$$36x^4 - 36x^3 - 27x^2 + 18x + 9 = 4x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 5x + 9$$

$$32x^4 - 32x^3 - 38x^2 + 23x - 3 = 0, \quad x = -1 \text{ подходит}$$

$$32x^4 - 32x^3 - 38x^2 + 23x - 3 = (x+1)(32x^3 - 64x^2 + 26x - 3)$$

Рассмотрим $32x^3 - 64x^2 + 26x - 3 = 0$, при

$$x > 0, \quad 32x^3 > 0, \quad -64x^2 < 0, \quad 26x > 0, \quad -3 < 0$$

или же каждое значение при $x > 0$, меньше 0.

$$\text{При } x = 0, \quad 32x^3 - 64x^2 + 26x - 3 = -3.$$

Рассмотрим уравнение: $32x^3 - 64x^2 + 26x - 3 = 0$,

$$x = 64^{\frac{2}{3}} =$$

также замечаем, что при $x > 0$,
значение уравнения меньше 0.

Следовательно корень только $x = -1$, проверка:

$$\sqrt[3]{2+3+4} - \sqrt[3]{2-1+3} = 1+4,$$

$$3 - 2 = 5, \quad \text{значение не подходит, ошибка}$$

Корректное.

Правильно! Корректное.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

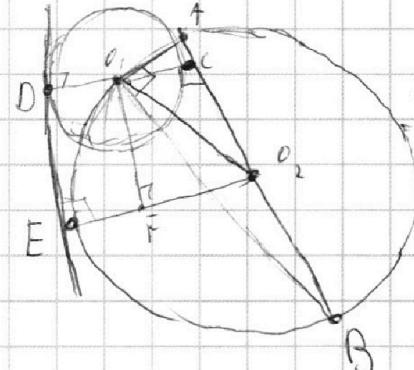
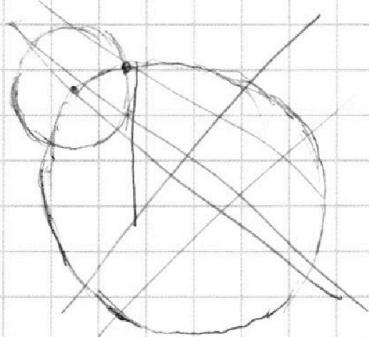
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть O_1, O_2 - центры $\omega_1 \text{ и } \omega_2$ (см).
Продолжим O_1C, O_1A, O_1B . $O_1C \perp AB$ и $O_1C = \sqrt{AC \cdot BC}$ - радиус ортогональной проекции из центра на окружность ω_1 .

$O_1C = \sqrt{1 \cdot 16} = 4$ - радиус окружности ω_1
 $AB = 2R$, где R - радиус окружности ω_2

$R = 8,5$. Продолжим O_2D . $O_2O_2 = \frac{1}{2}AB = \frac{17}{2}$ -
радиус ортогональной проекции из центра на окружность ω_2 .

$O_2D = \sqrt{R_1^2 - R^2} = \sqrt{8^2 - 8,5^2} = \sqrt{17}$ - радиус окружности ω_2

Продолжим O_2E до её касания с окружностью ω_1 .
Будет она касаться в точке P , $\angle R_1 = 60^\circ$. Проверь.

$O_1D, O_2E \perp DE$, $O_1D \perp DE$ - радиусы в точках кас.
Продолжим O_2E через O_1 , будем она пересек. O_2E

в точке F . $\triangle O_1EF$ - прямоугольник, $DE = O_1F$, $O_1D = EF = 4$ -

- радиусы ω_1 , $O_2F = O_2E - EF = 4,5$. $O_1F^2 + O_2F^2 = O_1O_2^2$ - по теореме

Пифагора для $\triangle O_1FO_2$, $\angle O_1FO_2 = 90^\circ$, $O_1F^2 = \frac{289}{4} - \frac{81}{4} = \frac{208}{4} = DE^2$, $DE = 2\sqrt{52}$ см.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3x+2y=2, \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{2}, \frac{2y+1}{xy} = \frac{2}{2} \Rightarrow \frac{2}{3x+2y}, \text{ Переупомим}$$

но приложим: $2xy = 3x^2 - 9xy + 6y^2 + 2xy,$

$$3x^2 + 9xy + 6y^2 = 0 \quad | : 3$$

$$x^2 + 3xy + 2y^2 = 0,$$

$$(x+y)(x+2y) = 0$$

Рассмотрим 2 варианта: ① $x+y=0, x=-y, z = -3y+2y = -y$

$$\text{Тогда: } \frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3y^2 - 4y^2 - y^2}{y^2 - 6y^2} = \frac{-2y^2}{-5y^2} = 0,4$$

$$\text{② } x+2y=0, x = -2y, z = -6y + 2y = -4y$$

$$\text{Тогда: } \frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{12y^2 - 4y^2 - 16y^2}{4y^2 - 6y^2} = \frac{-8y^2}{-2y^2} = 4$$

Получим: $\begin{cases} \frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = 0,4 \\ \frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = 4 \end{cases}$

След. значение $z = -4$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} \neq 4$$

Ответ: 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(кн 12)

Пусть x - скорость бензоколесиста, y - мотоциклиста.
(кн)

$x, y > 0, y \neq x$, S - путь от A до B .

Из условия следует:

$$92 + \frac{S}{y} = \frac{S}{x}, \quad ② x + y \cdot \frac{S}{y} = \frac{S}{x} \cdot y, \quad ③ \frac{S}{x+6} = \frac{S}{y+6} + \frac{5}{4}$$

$$① 2 + \frac{S}{y} = \frac{S}{x}, \quad S \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right) = 2, \quad S \cdot \frac{y-x}{xy} = 2$$

$$② 96 + x \cdot \frac{S}{y} = \frac{S}{x} \cdot y, \quad 96 = S \left(\frac{y}{x} - \frac{x}{y} \right) = S \frac{y^2 - x^2}{xy}$$

$$\frac{96}{2} = S \frac{(y^2 - x^2)}{xy} : S \left(\frac{y-x}{xy} \right) = 48 = x+y$$

$$③ \frac{S}{x+6} = \frac{S}{y+6} + \frac{5}{4}, \quad S \left(\frac{y+6-x-6}{(y+6)(x+6)} \right) = \frac{5}{4},$$

$$S \left(\frac{y-x}{(y+6)(x+6)} \right) = \frac{5}{4} = S \left(\frac{y-x}{xy+324} \right)$$

$$2 : \frac{5}{4} = \frac{8}{5} = S \left(\frac{y-x}{xy} \right) : S \left(\frac{y-x}{xy+324} \right) = \frac{2(y+324)}{xy}$$

$$8xy = 5xy + 1620, \quad 3xy = 1620, \quad xy = 540, \quad x+y=48$$

$$x^2 + x = 48-y, \quad (48-y)y = 540, \quad -y^2 + 48y = 540,$$

$$y^2 - 48y + 540 = 0, \quad D = 48^2 - 540 \cdot 4 = 2304 - 2160 = 144, \quad D > 0$$

$$y : \frac{48+12}{2}, \quad \begin{cases} y=30 \\ y=18 \end{cases}, \quad \begin{cases} y=30 \\ y=18 \\ y>x \end{cases}, \quad \begin{cases} y=30 \\ y=18 \\ x=30 \end{cases}, \quad \begin{cases} y=30 \\ y=18 \\ x>y \end{cases}, \quad \begin{cases} y=30 \\ y=18 \\ x=18 \end{cases}$$

$$2 + \frac{S}{30} = \frac{S}{18}$$

$$2 = \frac{S \cdot 5}{18} - \frac{S \cdot 3}{30} = \frac{2S}{90},$$

$$2S = 180, \quad S = 90 \text{ км.}$$

Ответ: 90 км.

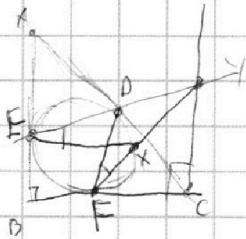
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Предположим $DE \perp FX$, $\angle DFX = \angle DEX$, т.к.

то эти углы вписанные. и они одинаковые
на огни и мы не будем

$\triangle YXE \sim \triangle YDF$ - по 2 углам ($\angle DFX =$

$= \angle DEX = \angle DFX$ - из бывшего слоган, и $\angle YXK$ -одинак)

$$\text{Гип-по } \frac{EX}{XY} = \frac{DF}{DY} = 2\sqrt{2}$$

$DC = FC$ - отрезки расстояния $AB \parallel CY$, т.к.

$FB \perp BC$, $CY \perp BC$, т.к. $\angle FED = \angle YC$ - по

CB-ой вспр. паралл. лин. $\angle ADE = \angle YDC$ - по CB-ой вспр.

также $AE = AD$ - по CB-ой вспр. расстоянию. т.к.

$\triangle AED$ -равнобедр. ($AE = AD$), по $\angle AED = \angle ADE$, т.к. по

$\angle DYC = \angle AED$. $\angle ADE = \angle YDC$, т.к. по построению
расстоян. лин. $\angle AED = \angle YDC$, т.к. $\angle YC = DC = FC$.

Пускем $\angle DCF = \alpha$, тогда $\angle DCY = 90^\circ - \alpha$, $\angle FDC = \angle DFC$ (т.к.

(т.к. $\triangle FDC$ -равн.-лес.), $\angle FDC = 90^\circ - 0,5\alpha$, $\angle YDC = \angle DYC$

$= 45^\circ + 0,5\alpha$ (при этом мы исключаем то, что члены
углов мы-ка падают 180°). \overline{DF} неизвестные ищутся для

$$\triangle DFC \sim \triangle DYC \quad \frac{DF}{DC} = \frac{DC}{DY} = \frac{DF}{2 \cos(45^\circ + 0,5\alpha)} = \frac{\sin(90^\circ - \alpha)}{\sin(45^\circ + 0,5\alpha)}$$

$$2 \cdot DC \cdot \sin(90^\circ - \alpha) = DF, \quad \frac{DY}{\sin(90^\circ - \alpha)} = \frac{DC}{\sin(45^\circ + 0,5\alpha)} = \frac{DC}{\cos(45^\circ + 0,5\alpha)}$$

$$= \frac{DY}{2 \cos(45^\circ + 0,5\alpha) \sin(90^\circ - \alpha)}$$

$$2 \cdot DC \cdot \sin(45^\circ + 0,5\alpha) = DY$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin(45^\circ - 0,5\alpha) = \sin 45^\circ \cdot \cos 0,5\alpha - \cos 45^\circ \cdot \sin 0,5\alpha = \\ = \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos 0,5\alpha - \sin 0,5\alpha)$$

$$DY = 2DC \cdot \sin(45^\circ - 0,5\alpha) = DC \cdot \sqrt{2} (\cos 0,5\alpha - \sin 0,5\alpha)$$

$$DF = 2DC \cdot \sin 0,5\alpha,$$

$$\frac{DF}{DY} = 2\sqrt{2} = \frac{2\sin 0,5\alpha}{\sqrt{2}(\cos 0,5\alpha - \sin 0,5\alpha)} = \frac{\sin 0,5\alpha \cdot \sqrt{2}}{\cos 0,5\alpha - \sin 0,5\alpha},$$

$$2 = \frac{\sin 0,5\alpha}{\cos 0,5\alpha - \sin 0,5\alpha}, \quad 2\cos 0,5\alpha = 3\sin 0,5\alpha$$

$$\cos^2 0,5\alpha + \sin^2 0,5\alpha = 1, \quad \cos 0,5\alpha = \frac{3}{2} \sin 0,5\alpha$$

$$\frac{3}{4} \sin^2 0,5\alpha + \sin^2 0,5\alpha = 1, \quad \frac{13}{4} \sin^2 0,5\alpha = 1,$$

$$\sin 0,5\alpha = \frac{2}{\sqrt{13}}, \quad \cos 0,5\alpha = \frac{3}{\sqrt{13}}, \quad \sin \alpha = 2\cos 0,5\alpha \cdot \sin 0,5\alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{12}{13}, \quad \cos \alpha = 2\cos^2 0,5\alpha - 1 = \frac{5}{13}.$$

III. в. $\triangle ABC$ - прямой. ($\angle A + \angle C = 90^\circ$), но $\sin \alpha = \frac{\pi B}{AC} = \frac{12}{13}$,

$$\cos \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{5}{13}, \quad AB = \frac{12}{13} \cdot AC, \quad BC = \frac{5}{13} \cdot AC.$$

$$AD = \frac{AB+AC-BC}{2}, \quad DC = \frac{AB+BC-AC}{2} - \text{no ch-6y}$$

отрезок касательной, образующих вместе с тремя
членами окружности со спаренными.

$$AD = \frac{\frac{12}{13}AC + AC - \frac{5}{13}AC}{2} = \frac{20}{13} \cdot \frac{14}{13} AC,$$

$$DC = \frac{\frac{5}{13}AC + AC - \frac{12}{13}AC}{2} = \frac{3}{13}AC,$$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

Ответ: $3\frac{1}{3}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

$$2x^2 - 3x + 4 + 2x^2 + x + 3 - 2\sqrt{(2x^2 + x + 3)(2x^2 - 3x + 4)} = 16x^2 - 8x + 1$$

$$-12x^2 + 6x + 6 = 2\sqrt{(2x^2 + x + 3)(2x^2 - 3x + 4)}$$

32 · 6 · 008

$$\frac{c}{128} (-6x^2 + 3x + 3)^2 = 36x^4 + 9x^2 + 9 - 36x^2 - 18x^3 + 18x$$

$$0,4 (2x^2 + x + 3)(2x^2 - 3x + 4) = 4x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 2x^3 - 3x^2 - 8x + 3$$

$$+ 4x^4 - 6x^3 - 9x^2 - 12 = 4x^4 - 4x^3 + 17x^2 - 5x - 12$$

Th

$$36x^4 - 48x^3 - 27x^2 + 18x + 9$$

$$x^4 - \frac{3}{20}$$

$$32x^4 - 14x^3 - 38x^2 + 23x - 3 = 0$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ + 23 \\ \hline 55 \end{array} \quad \begin{array}{r} 38 \\ 74 \\ \hline 52 \end{array} \quad \begin{array}{r} 32x^4 - 14x^3 - 38x^2 + 23x - 3 \\ - 32x^4 - 32x^3 \\ \hline - 18x^3 - 38x^2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 32x^3 + 8x^2 - 20x - 3 \\ \hline 32x^3 + 8x^2 \end{array}$$

$$-3$$

$$50x^3 > 20x$$

$$5x^2 > 2$$

$$x > \frac{2}{5}$$

$$3$$

$$32x^3 + 18x^2 - 20x + 3 = 0$$

$$-20x^2 - 20x$$

$$3x - 3$$

$$5 = 4$$

$$-4 - 4,5 + 3 = 10$$

$$18x^2 - 20x + 3$$

$$2x^2 - x - 10$$

$$D = 1 + 8$$

$$15 = 3$$

$$15 = \frac{3}{4}$$

$$18x^2 > 32x^3$$

$$18x > 20$$



$$18x > -32x$$

$$x >$$

$$\frac{3}{46} > 21$$

$$-\frac{3}{16} < x$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} -32x^4 - 32x^3 - 38x^2 + 23x - 3 \\ \hline 32x^4 + 32x^3 \\ \hline -64x^3 - 38x^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -64x^3 - 64x^2 \\ \hline 26x^2 + 23x \\ -26x^2 - 26x \\ \hline -3x - 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{32x^3} - 64x^2 + 26x - 3 \\ \hline 32x^3 - 64x^2 - 26x - 3 \end{array}$$

~~$$\begin{array}{r} 8x \\ 8 \\ \hline 1 \end{array}$$~~

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 32 \\ \hline 54 \\ 81 \\ \hline 864 \end{array}$$

~~$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 69 \\ \hline 576 \end{array}$$~~

$$\begin{array}{r} 5^3 \\ - 5^2 \\ \hline 24 \end{array} = \frac{5^3}{36} - \frac{5^2}{9} = \frac{125}{36} - \frac{25}{9} = \frac{125}{36} - \frac{100}{36} = \frac{25}{36}$$

$$5\left(\frac{25}{36}\right) = \frac{5}{4} \cdot 288 = 360$$

~~$$\begin{array}{r} 26 \\ \hline 3 \end{array}$$~~

$$n > 0$$

~~$$S = \frac{1}{18} \cdot 8^{0.5}$$~~

$$18 \cdot 4 = 16 \cdot 13 - 3 = 200$$

$$\frac{5}{3} - \frac{3}{5} = \frac{16}{75} \cdot 90 = 96$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

 МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

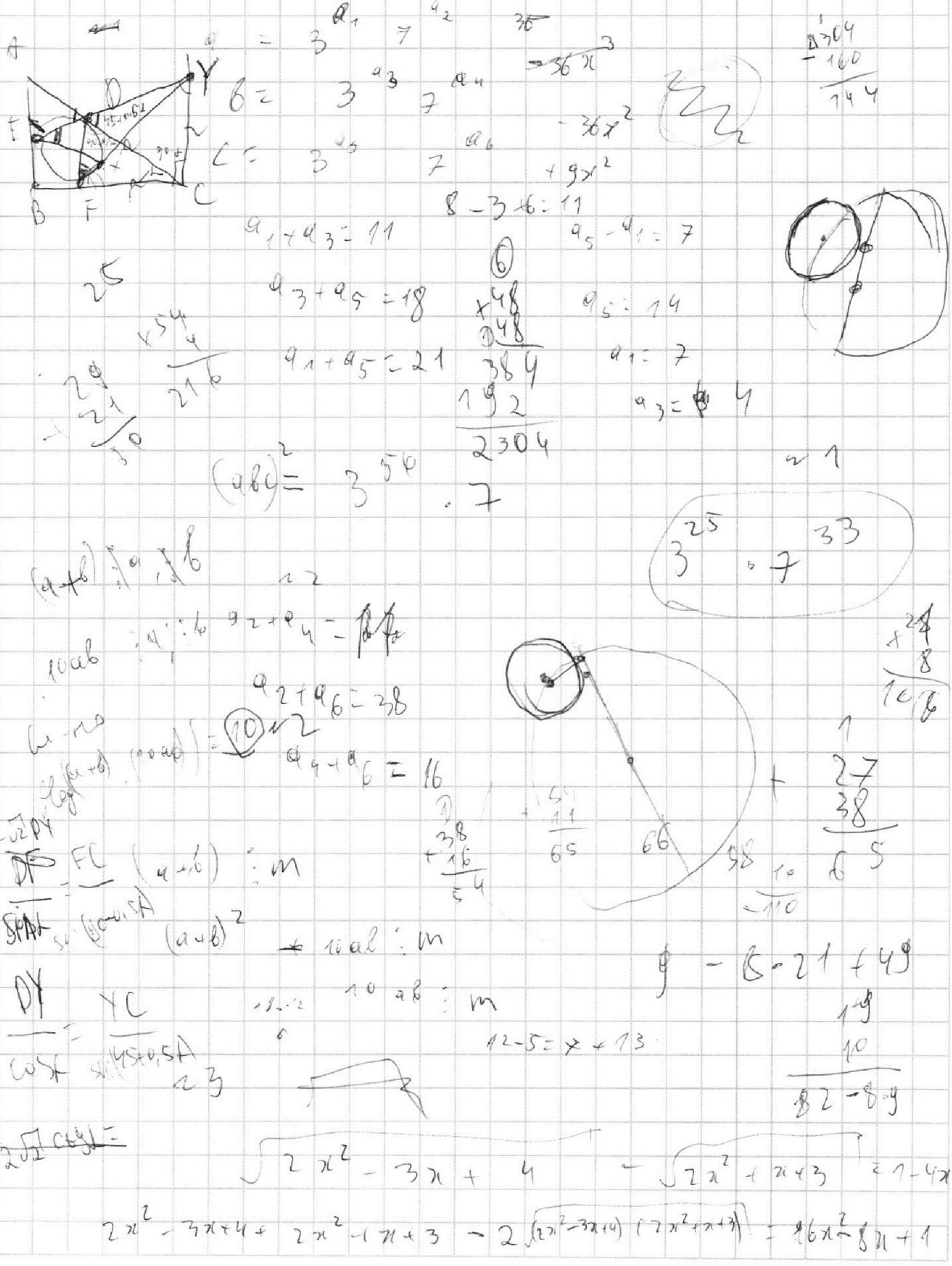


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot y$$

бес. мм.

$$\frac{S}{8} + 2 = \frac{5}{4}$$

$$\frac{S}{8} + \frac{5}{4} = \frac{5}{4}$$

15

$$3x + 2y = 2$$

$$3 - \frac{1}{y} = \frac{2}{x}$$

$$\frac{2y + x}{xy} = \frac{2}{x}$$

$$(3x + 2y)(3y + x) = 2xy$$

$$9xy + 3x^2 + 6y^2 + 2xy = 2xy$$

$$x^2 + 3xy + 2y^2 = 0$$

$$(x + 2y)(x + y) = 0$$

$$\textcircled{1} \quad x + 2y = 0$$

$$x = -2y \quad \textcircled{2} \quad -6y + 2y = -4y$$

$$-3 = 4y^2 - 4y^2 - 16y^2$$

$$4y^2 - 6y^2$$

$$\frac{2}{4} = \frac{-8}{-2} = \textcircled{9}$$

н/5

$$321 \quad \sim 4$$

$$\begin{array}{r} 324 \\ \times 5 \\ \hline 1620 \end{array}$$

$$\textcircled{2} \quad x = -y$$

$$x = 2y - 3y = -y$$

$$3y^2 - 4y^2 - y^2 =$$

$$\frac{16^2 + 3^2}{12} - 5^2 = y^2 - 6y^2$$

$$-\frac{-2}{-5} = 0.4$$

$$S\left(\frac{y-x}{x}\right) = 2$$

$$S\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) = 2$$

$$S\left(\frac{y-x}{x}\right) = 96$$

$$S\left(\frac{(y-x)(y+x)}{xy}\right) = 96$$

$$12 - 8 - 16 = -8$$

$$\frac{36}{2} - 48 = -12$$

$$2 = 4$$

$$\begin{array}{r} 268 \\ + 288 \\ \hline 556 \end{array}$$

$$2088 \quad 4 + 2$$

$$2088 \quad 4 + 2$$

$$= \frac{1}{2} = 2 \sqrt{31} \quad 24$$