



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 14



- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{14}7^{13}$, bc делится на $3^{19}7^{17}$, ac делится на $3^{23}7^{42}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x.$$

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC = 1$ и $BC = 25$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
- [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$5x - y = 3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2}$.

- [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклистику на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 36 минут позже мотоциклиста. Найдите расстояние между A и B .
- [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = \sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.

На одной странице можно оформлять ТОЛЬКО ОДИНУ задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N²¹

Пусть $a = 3^{\alpha} \cdot 7^{\beta} \cdot 13^{\gamma}$, $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{N}_0$, $B_a, B_b, B_c -$

найдите такое такое, что $a = 3^{\alpha} \cdot 7^{\beta} \cdot 13^{\gamma}$,

$$b = 3^{\alpha_1} \cdot 7^{\beta_1} \cdot 13^{\gamma_1}, \quad c = 3^{\alpha_2} \cdot 7^{\beta_2} \cdot 13^{\gamma_2}$$

$$\text{И.к. } ab = 3^{14}, \quad bc = 3^{19}, \quad ac = 3^{23}, \text{ но}$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta \geq 14, \\ \alpha_1 + \beta_1 \geq 19, \\ \alpha_2 + \beta_2 \geq 23, \end{cases}$$

$$\text{откуда } \alpha + \beta + \gamma \geq \frac{14 + 19 + 23}{2} = 28$$

$$\text{И.к. } ab = 7^{13}, \quad bc = 7^{17}, \quad ac = 7^{40}, \text{ но}$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta \geq 13, \\ \alpha_1 + \beta_1 \geq 17, \\ \alpha_2 + \beta_2 \geq 40, \end{cases}$$

$$\text{откуда } \alpha + \beta + \gamma \geq \frac{13 + 17 + 40}{2} = 36$$

$$\text{С-но, } abc = 3^{\alpha} \cdot 7^{\beta} \cdot 13^{\gamma} \cdot 3^{\alpha_1} \cdot 7^{\beta_1} \cdot 13^{\gamma_1} \cdot 3^{\alpha_2} \cdot 7^{\beta_2} \cdot 13^{\gamma_2} =$$

$$= 3^{\alpha + \beta + \gamma + \alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1} \cdot 7^{\beta + \beta_1 + \beta_2} \cdot 13^{\gamma + \gamma_1 + \gamma_2} \geq 3^{28} \cdot 7^{36}.$$

$$\text{Пример для } abc = 3^{28} \cdot 7^{36}. \quad a = 3^9 \cdot 7^{19},$$

$$b = 3^5 \cdot 7$$

$$\text{И.к. } Bb \geq 0, \text{ но } B_a + B_b + B_c \geq 42.$$

$$\text{С-но, } abc \geq 3^{\alpha} \cdot 7^{\beta} \cdot 13^{\gamma} \cdot 3^{\alpha_1} \cdot 7^{\beta_1} \cdot 13^{\gamma_1} \cdot 3^{\alpha_2} \cdot 7^{\beta_2} \cdot 13^{\gamma_2} =$$

$$= 3^{\alpha + \beta + \gamma + \alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1} \cdot 7^{\beta + \beta_1 + \beta_2} \cdot 13^{\gamma + \gamma_1 + \gamma_2} \geq 3^{28} \cdot 7^{42}$$

$$\text{Пример для } abc = 3^{28} \cdot 7^{36}. \quad a = 3^9 \cdot 7^{19}, \quad b = 3^5,$$

$$c = 3^{14} \cdot 7^{23}$$

$$\text{Ответ: } 3^{28} \cdot 7^{42}.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N°2

Пример для $m=11$: $a=10, b=1$,

$$\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2} = \frac{11}{100-90+1} = \frac{11}{11}, \text{ потому согр. на 11.}$$

По алгоритму Евклида $(a+b, a^2-9ab+b^2) =$
 $= (a+b, (a+b)^2 - 11ab) = (a+b, -11ab)$.

П.к. $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$, то $(a+b, -11ab) = (a+b, 11ab)$

П.к. доказать $\frac{a}{b}$ непропорциональна, то $(a, b)=1$,
 a -но, $(a+b, b)=1$ и $(a+b, ab)=1$. Но тогда

$(a+b, 11ab)$ не может быть больше 11.

Тогда $m \geq 11$.

Ответ: 11.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$N=3$$

Думаем $\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = a$, $\sqrt{3x^2 + x + 1} = b$,
тогда $a - b = 5 - 6x$.

$$a^2 = 3x^2 - 5x + 6, \quad b^2 = 3x^2 + x + 1.$$

$$a^2 - b^2 = -5x - x + 6 - 1 = -6x + 5.$$

$$\text{След., } a - b = a^2 - b^2 \Leftrightarrow (a - b)(a + b) - (a - b) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (a - b)(a + b - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b, \\ a + b = 1. \end{cases}$$

$$1) \text{ Если } a = b, \text{ то } \begin{cases} 5 - 6x = 0, \\ \sqrt{3x^2 - 5x + 6} = \sqrt{3x^2 + x + 1} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{6}, \\ -5x + 6 = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{6}, \\ x = \frac{5}{6} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{5}{6}$$

$$2) \text{ Если } a + b = 1, \text{ то } 5 - 6x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}. \text{ Думаем}$$

$$a = \sqrt{3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 5 \cdot \frac{2}{3} + 6} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{4}{3} - \frac{10}{3} + 6} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{4}{3}} = 2$$

$$b = \sqrt{3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{2}{3} + 1} = \sqrt{\frac{4}{3} + \frac{2}{3} + 1}$$

$$\begin{cases} a - b = 5 - 6x, \\ a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 - 3x, \\ b = 3x - 2. \end{cases}$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = 3 - 3x \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 5x + 6 = 9 - 9x^2 - 18x, \\ x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x^2 - 13x + 3 = 0, \\ x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{13 \pm \sqrt{97}}{12}, \\ x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{13 - \sqrt{97}}{12}.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 + x + 1} = 3x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + x + 1 = 9x^2 - 12x + 4, \\ x \geq \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x^2 - 13x + 3 = 0, \\ x \geq \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{13 \pm \sqrt{97}}{12}, \\ x \geq \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow x = \cancel{\frac{13 + \sqrt{97}}{12}},$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{13 - \sqrt{97}}{12}, \text{ т.к. } \frac{13 - \sqrt{97}}{12} < \frac{13 - \sqrt{81}}{12} < \frac{1}{3}.$$

Таким образом, единственным корнем ур-я является $x = \frac{5}{6}$.

Ответ: $\left\{ \frac{5}{6} \right\}$.

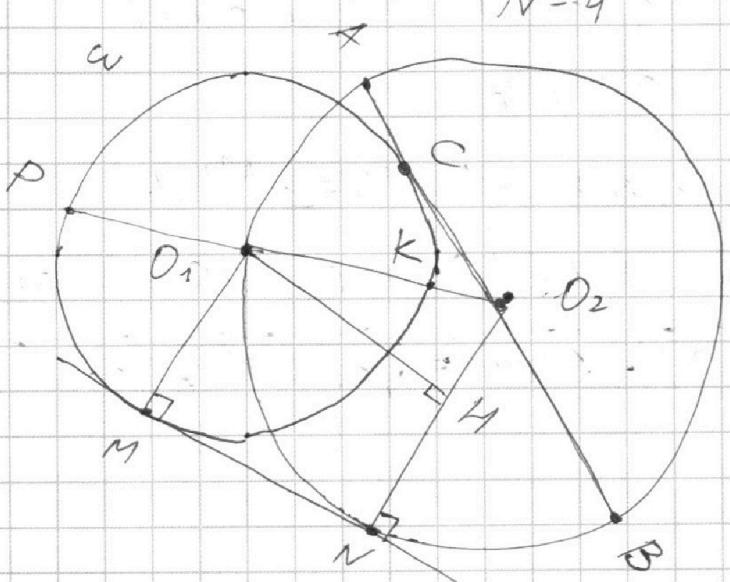
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$N^2 \cdot 4$

Найти: $|MN|$.

Пусть O_1, O_2 - центры окружностей W и S_2 соответственно, (MN) - общая касательная к W и S_2 , M и N - точки касания с W и S_2 соответственно, $[O_1O_2] \cap W = k$, $(O_1O_2) \cap S_2 = \{k; P\}$, r - радиус W , O_1K - перпендикуляр к $[O_2N]$, $|KO_2| = h$

$$|O_1O_2| = |AO_2| = |BO_2| = \frac{|AB|}{2} = \frac{1+25}{2} = 13,$$

$$|CO_2| = |AO_2| - |CO_2| = 12.$$

По теореме о пропорции отрезков в прямой

$$|O_2C|^2 = |O_2K| \cdot |O_2P|, \text{ откуда } 144 = h \cdot (n + 2r).$$

$$13 = |O_1O_2| = |O_1K| + |KO_2| = n + r, \text{ откуда } n = 13 - r$$

$$n(n + 2r) = n(r + 13) = (13 - r)(13 + r) = 169 - r^2 = 144.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Сл-но, $r^2 = 169 - 144$, а т.к. $r > 0$, то $r = 5$.

Тогда $|O_1M|=5$, $|O_2N|=13$

O_1MNH -трапеция, т.к. $\angle O_1MN = \angle MNH =$

$$\angle HHO_1 = 90^\circ, \text{ а-но, } |NH| = |O_1M| = 5, |HO_2| = 13 - 5 = 8,$$
$$|MN| = |O_1H| = \sqrt{|O_1O_2|^2 - |O_2H|^2} = \sqrt{13^2 - 8^2} = \sqrt{169 - 64} =$$
$$= \sqrt{105}.$$

Ответ: $\sqrt{105}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6. Пусть скорость велосипедиста $x \text{ км/ч}$, мотоциклиста — $y \text{ км/ч}$. При этом мотоциклист прибыл в В за 12 часов велосипедиста, то $\frac{s}{y} + 1 = \frac{s}{x}$, где s — расстояние от А до В. Если до места назначения возвращалась 7 км/ч , то велосипедист приедет в В за $\frac{s}{x+7}$ (2), мотоциклист — $\frac{s}{y+7}$ (2), т.е. по упр. 10 $\frac{s}{y+7} + \frac{3}{5} = \frac{s}{x+7}$. Если борьба велосипедиста со своим спором в этот раз тоже привела к тому, что он едет на этом пути, то проедет для $\frac{xs}{y}$ (ки), мотоциклист $-\frac{ys}{x}$ (ки). Тогда по упр. 10 $\frac{ys}{x} - \frac{xs}{y} = 49$.

Число с. изм (ремонт ее, будущий) имеет вид $x > 0, y > 0, x \neq y$

$$\begin{cases} \frac{s}{y} + 1 = \frac{s}{x}, \\ \frac{s}{y+7} + \frac{3}{5} = \frac{s}{x+7}, \end{cases} \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} s = \frac{99xy}{y^2 - x^2}, \\ \frac{ys}{x} - \frac{xs}{y} = 49 \end{cases} \quad \text{(по условию задачи)}$$

$$\begin{cases} s = \frac{49xy}{y^2 - x^2}, \\ \frac{ys}{x} - \frac{xs}{y} = 49 \end{cases} \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} s = \frac{49xy}{y^2 - x^2}, \\ \frac{ys}{x} - \frac{xs}{y} = 49 \end{cases} \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} s = \frac{49xy}{y^2 - x^2}, \\ \frac{ys}{x} - \frac{xs}{y} = 49 \end{cases}$$

$$(\Rightarrow) \quad \begin{cases} \frac{49x}{y^2 - x^2} + 1 - \frac{49y}{y^2 - x^2} = 0, \\ \frac{ys}{x} - \frac{xs}{y} = 49 \end{cases} \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} 49x + y^2 - x^2 - 49y = 0, \\ \frac{ys}{x} - \frac{xs}{y} = 49 \end{cases} \quad (\Rightarrow) \quad (x-y)(49-x-y)=0$$

$$\begin{cases} \frac{49x}{y^2 - x^2} + 1 - \frac{49y}{y^2 - x^2} = 0, \\ \frac{ys}{x} - \frac{xs}{y} = 49 \end{cases} \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} \frac{49x}{y^2 - x^2} + \frac{3}{5} = \frac{s}{x+7}, \\ \frac{ys}{x} - \frac{xs}{y} = 49 \end{cases} \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} \frac{49x}{y^2 - x^2} + \frac{3}{5} = \frac{s}{x+7}, \\ \frac{ys}{x} - \frac{xs}{y} = 49 \end{cases}$$

$$(\Rightarrow) \quad \begin{cases} x+y=49, \\ s = \frac{xy}{y-x}, \\ \frac{5s(x+7)}{5(x+7)(y+7)} + \frac{3(x+7)(y+7)}{5(x+7)(y+7)} - \frac{5s(y+7)}{5(x+7)(y+7)} = 0 \end{cases} \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} x+y=49, \\ s = \frac{xy}{x-y}, \\ 5s(56-y) + 3(56-y)(y+7) - 5s(y+7) = 0 \end{cases}$$

$$(\Rightarrow) \quad \begin{cases} x+y=49, \\ s = \frac{xy}{x-y}, \\ 5s(49-y) = 3(56-y)(y+7) \end{cases} \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} x+y=49, \\ s = \frac{(49-y)y}{49-2y}, \\ s = \frac{3(56-y)(y+7)}{5(49-y)} \end{cases}$$

$$\text{Тогда } 5(49-y)y = -3(56-y)(y+7) \Leftrightarrow 245 - 5y^2 = 168y + 3y^2 + 21y^2 + 1776 \Leftrightarrow 8y^2 - 142y - 1421 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{-56}{8}$$

$$\text{тогда } x = 49 - \frac{203}{8} = 23\frac{5}{8} = \frac{189}{8}, \text{ и } s = \frac{203 \cdot 189}{8 \cdot 14} = \frac{203 \cdot 189}{112} =$$

$$= \frac{29 \cdot 189}{16} = \frac{5481}{16} \text{ (ки).}$$

Ответ: $\frac{5481}{16}$ км.



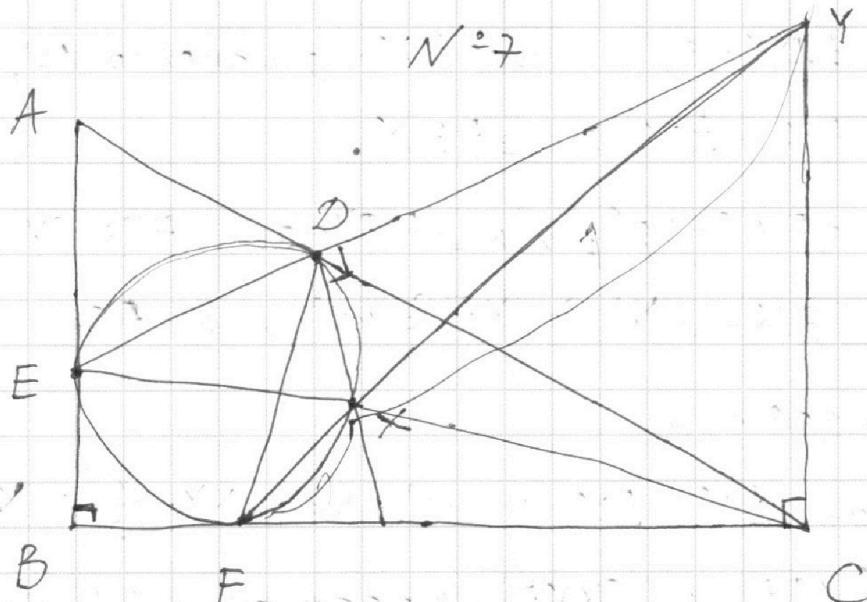
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$AE=AD$ no CB-by настам-орх, пробег из одной
точки, и-но, $\angle AED=\angle ADE$.

$\angle ADE = \angle YDC$, $\angle AED = \angle DYC$, or no, a DYC -prabnod,
 и $CD = CY$, но $CD = CF$ no cb-by karam-taxc,
 пробег. из огной токи, or-no, C - yemir
 отсанной опримости $F D Y$ ($CF = CD = CY$)

$$\begin{aligned} \angle XDY &= \angle XDC + \angle CDY = \angle DFX + \frac{180^\circ - \angle DCY}{2} = \\ &= \angle DFY + 90^\circ - \frac{\angle DCY}{2} = \frac{\angle DCY}{2} + 90^\circ - \frac{\angle DCY}{2} = 90^\circ \end{aligned}$$

(здесь σ называется $DFX = \langle XDC \rangle$, m.k. $\langle DC \rangle$)

какам к $w_f = \sigma_{FY} = \sigma_{CY}/z$, м.к. σ_{FY} - бинансий
 δ (F_{DY}), орнп. на v_{DY} , а σ_{CY} - генпраронии,
 орнп. на v_{DY}).

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Потому $\angle EDX = 90^\circ$, а то, EX - диаметр W ,
откуда $FX = EX \cdot \sin \angle FEX$.

$\angle YFC = \angle FYC = 45^\circ$, т.к. $\angle FCY = 90^\circ$, $FC = CY$.

тогда $\angle FEX = \angle XFC = \angle YEC = 45^\circ$, т.к. FC -
касательная к W .

Тогда $FX = EX \cdot \sin 45^\circ = \sqrt{2} \cdot XY \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = XY$

~~Д.к. (YDE) и (YXF) - касательные к W , то
 $YD \cdot YE = YX \cdot YF$~~

Потому X - апогеумия FY . $\angle CXY = 90^\circ$, т.к.

$\triangle FCY$ - равноб., и $CX = XY$, т.к. $\angle FCY$ - прямой.

$$\angle XCY = \angle FCY / 2 = 45^\circ$$

$$\frac{YD}{YF} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$YD = \sqrt{2} YX$$

$$YD \cdot EY = 2 YX^2$$

$$YE = \sqrt{2} YX$$

$$ED =$$

$$AD : DC = \frac{1}{2}$$

Ответ: 1:2



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

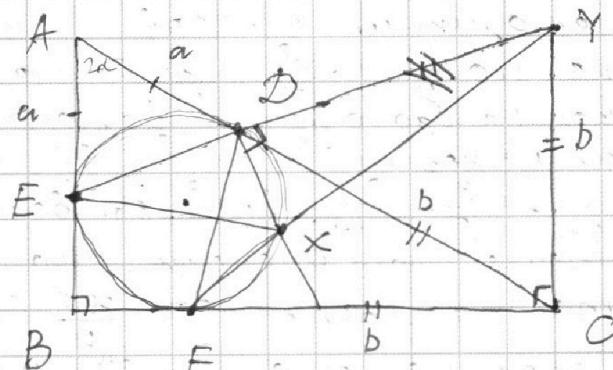
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N^o7.



$$\angle ADE = \angle AED = \angle DYC = \angle YDC, \text{ or } \angle YDC = \angle CY, \text{ so } CD = CY$$



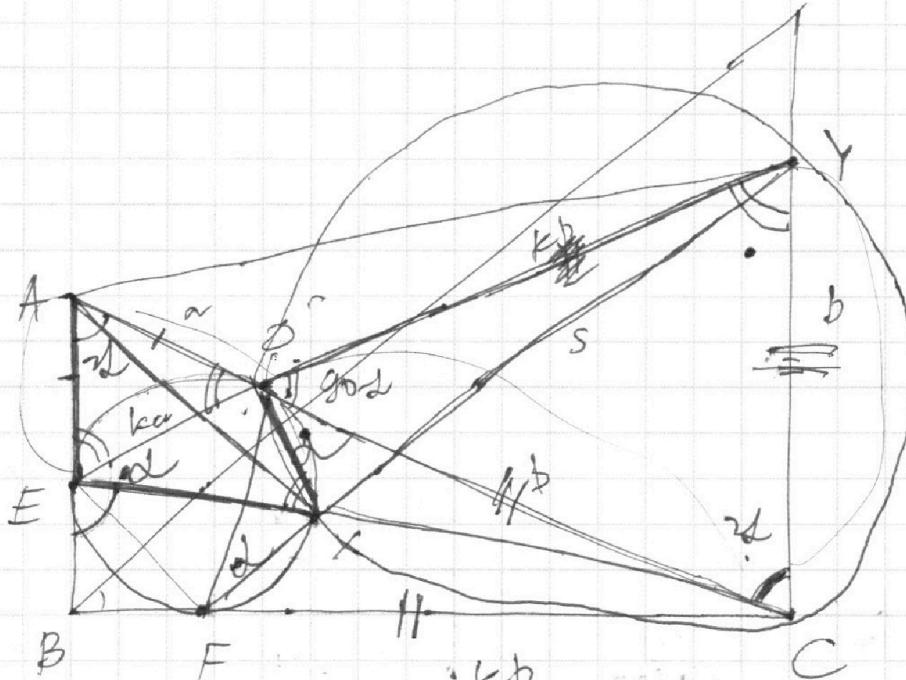
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$bs = \delta \times b + \delta Y \times c$$

$$\frac{Ex}{Eo} = \frac{Ey}{Ec}$$

$$\frac{Ex}{Eo} = \frac{k(a+b)}{k(c+d)}$$



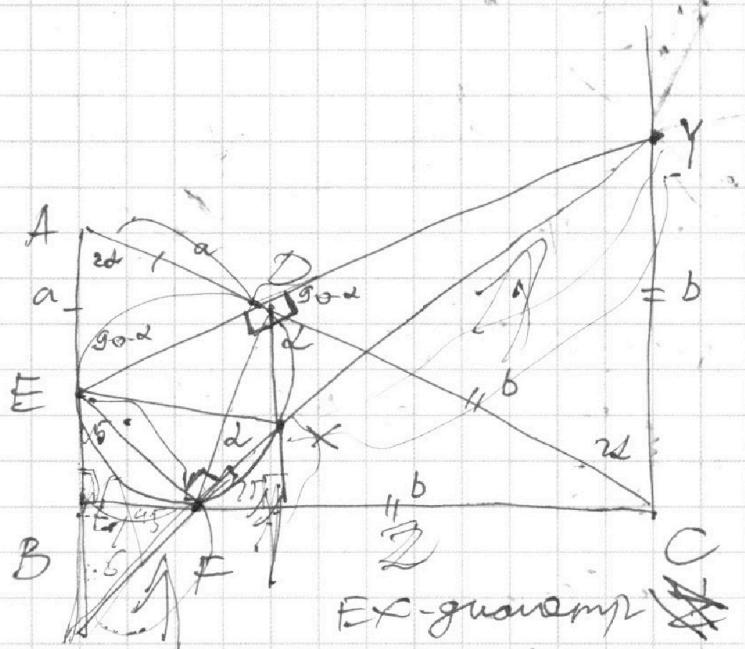
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

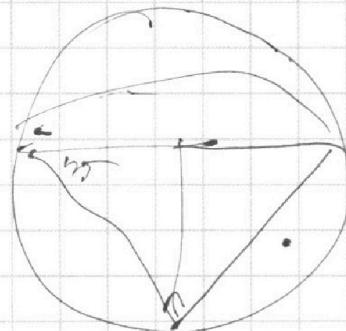
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



ED



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = a,$$

$$a+b$$

$$\sqrt{3x^2 + x + 1} = b$$

$$a^2 - 2ab + b^2$$

$$a-b = 5 - 6x$$

$$11ab; a+b$$

$$a^2 - b^2 = -6x + 5 \quad | \quad m=11$$

$$a-b = a^2 - b^2$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 11 \\ \hline 18 \\ 180 \\ \hline 198 \end{array}$$
$$m=11 \quad a+b = 1$$
$$11ab, ab + b^2$$

$$(a-b)(a+b-1) = 0$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = \sqrt{3x^2 + x + 1}$$

$$3 - 3x \geq 0$$

$$3x \leq 3$$

$$x \leq 1$$

$$3x - 2 \geq 0$$

$$\begin{array}{l} 3x \geq 2 \\ x \geq \frac{2}{3} \end{array}$$

$$169 - 12 \cdot 6 = 22 = 97$$

$$13 - \sqrt{97}$$

$$\frac{13 - 10}{6} = \frac{1}{2}$$

$$13 - \sqrt{97} < \frac{13 - 9}{6} =$$

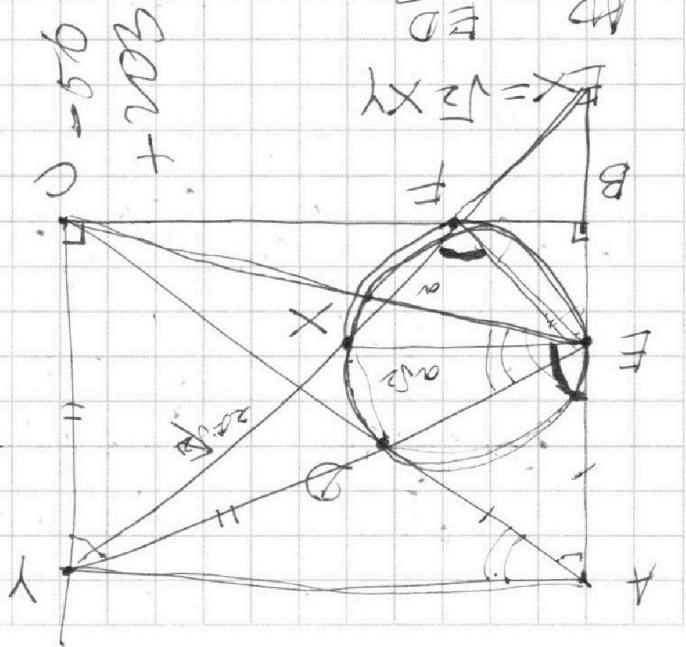
$$\begin{array}{r} 203 \\ - 56 \\ \hline 147 \end{array}$$

$$(a, b) = (a+b, 2b)$$

$$\begin{array}{r} 203 \\ - 56 \\ \hline 147 \end{array}$$

$$\begin{aligned} S &= \frac{4xy}{x^2 - y^2} \\ &\rightarrow \frac{4xy}{y^2 - x^2} = 0 \\ &\rightarrow \frac{4xy}{y^2 - x^2} = 0 \\ &\rightarrow 4xy(x-y)(x+y) = 0 \\ &\rightarrow xy = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 1176 \\ - 245 \\ \hline 831 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

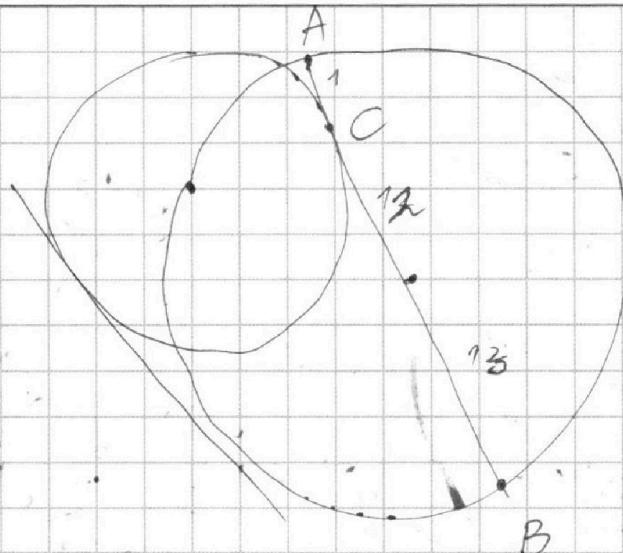
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

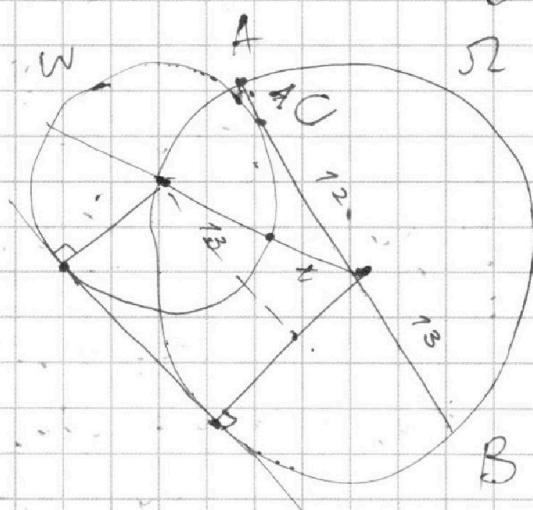
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}C &= \\BC &= 23 \\BA &\approx 19 \\BC &\approx 26\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}2r \cdot t &= 12^2 \\r \cdot t &= 36 \\r+t &= 13 \\13t - t^2 - 72 &= 0 \\t^2 - 13t + 72 &= 0 \\t &= 4\end{aligned}$$

20; 13

$$S(t+2r) = 72$$

$$(a, b) = 1$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 2ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 2ab}$$

$$\text{таб: } a+b$$

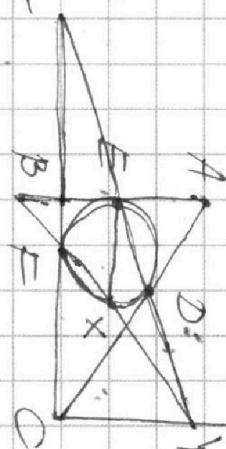
$$a = 3^{\alpha} a + \beta a$$

$$\frac{13+12+92}{36} =$$

$$\alpha + \beta \geq 14,$$

$$\angle B + \angle C \geq 19,$$

$$\angle C + \angle A \geq 23$$



$$Ex = \sqrt{2} \times r$$