

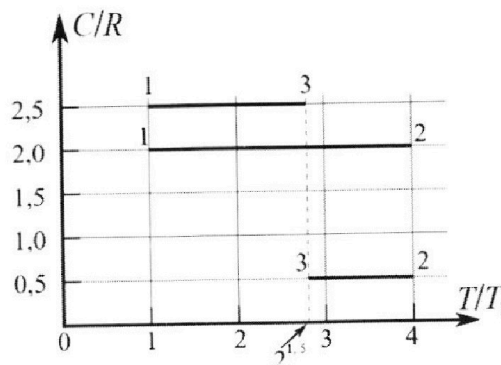
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

## Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



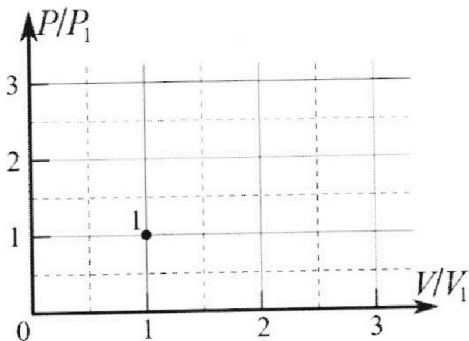
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости  $C$  газа (в единицах универсальной газовой постоянной  $R$ ) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1  $T_1 = 400$  К, универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/(моль·К).



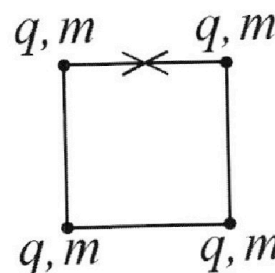
1) Найдите работу  $A_{12}$  газа в процессе 1-2.

2) Найдите КПД  $\eta$  цикла.

3) Постройте график цикла в координатах  $(P/P_1, V/V_1)$ , где  $P_1$  и  $V_1$  давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной  $b$  (см. рис.). Масса каждого шарика  $m$ , заряд  $q$ .



1) Найдите силу  $T$  натяжения нитей.

Одну нить пережигают.

2) Найдите скорость  $V$  любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расстоянии  $d$  от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)?

Коэффициент пропорциональности в законе Кулона  $k$ . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.



Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2023

Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Мяч, посланный теннисистом вертикально вверх, поднимается на максимальную высоту за  $T = 2$  с.

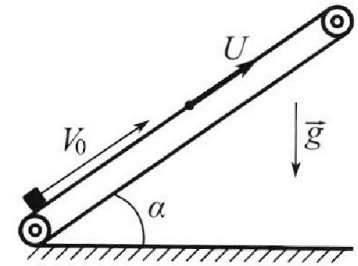
1) Найдите начальную скорость  $V_0$  мяча.

2) Теннисист посылает мяч с начальной скоростью  $V_0$  под различными углами к горизонту в направлении высокой вертикальной стенки, находящейся на расстоянии  $S = 20$  м от места броска. На какой максимальной высоте мяч ударяется о стенку?

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым. Все высоты отсчитываются от точки старта.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол  $\alpha$  такой, что  $\sin \alpha = 0,8$  (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость  $V_0 = 4$  м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте  $\mu = \frac{1}{3}$ . Движение коробки прямолинейное.



1) За какое время  $T$  после старта коробка пройдет в первом опыте путь  $S = 1$  м?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью  $U = 2$  м/с, и сообщают коробке скорость  $V_0 = 4$  м/с.

2) На каком расстоянии  $L$  от точки старта скорость коробки во втором опыте будет равна  $U = 2$  м/с?

3) На какой высоте  $H$ , отсчитанной от точки старта, скорость коробки во втором опыте станет равной нулю? Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же скорости  $V_0$  за одинаковое время.

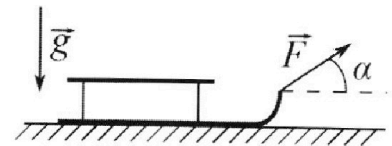
В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом  $\alpha$  к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения скорости  $V_0$  действие внешней силы прекращается.

1) Найдите коэффициент  $\mu$  трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Через какое время  $T$  после прекращения действия силы санки остановятся? Ускорение свободного падения  $g$ .

Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

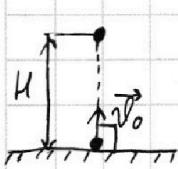




1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1)  $T = 2c$      $v_0 = ?$



$H$  - максимальная высота подъема

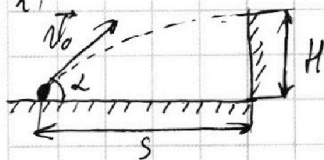
$v = v_0 - gt$ , где  $t$  - произвольный момент времени, а  $v$  - соответствующая этому времени скорость

Во время подъема на  $H$  скорость мяча равна нулю, т.е.:

$$v_0 - gt = 0 \Rightarrow v_0 = gt \Rightarrow v_0 = gT, \text{ где } t = T$$

$$v_0 = gT = 10 \cdot 2 = 20 \left( \frac{м}{с} \right)$$

2)



$H$  - максимальная высота удара;  $v_x$  - горизонтальная составляющая  $v_0$ ,  $v_y$  - вертикальная составляющая  $v_0$

$$v_x = v_0 \cos \alpha; \quad v_x = \frac{S}{t}, \text{ где } t - \text{ время удара}$$

$$t = \frac{S}{v_x} = \frac{S}{v_0 \cos \alpha} \quad v_y = v_0 \sin \alpha \quad H = v_y t - \frac{gt^2}{2} = v_0 \sin \alpha \cdot \frac{S}{v_0 \cos \alpha} -$$

$$- \frac{g}{2} \cdot \frac{S^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} = 20 \operatorname{tg} \alpha - 5 \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 20 \operatorname{tg} \alpha - 5(\operatorname{tg}^2 \alpha + 1) = -5 \operatorname{tg}^2 \alpha + 20 \operatorname{tg} \alpha - 5$$

Чтобы найти максимальное значение выражения, возьмем производ-

ную  $H$  по  $\operatorname{tg} \alpha$  и приравняем полученное выражение к нулю

$$H'(\operatorname{tg} \alpha) = -5(\operatorname{tg}^2 \alpha)' + 20(\operatorname{tg} \alpha)' - (-5)' = -10 \operatorname{tg} \alpha + 20$$

$$-10 \operatorname{tg} \alpha = -20;$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 2; \quad \text{Тогда:}$$

$$H = -5 \cdot 2^2 + 20 \cdot 2 - 5 = 40 - 5 \cdot 4 - 5 = 40 - 20 - 5 = 15 \text{ (м)}$$

Ответ: 1)  $20 \frac{м}{с}$ ; 2) 15 м



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

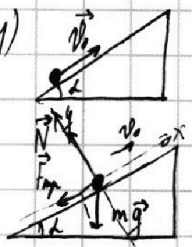
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin \alpha = 0,8 \quad v_0 = 4 \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad \mu = \frac{1}{3} \quad s = 1 \text{ м} \quad T = ?$$

1)   $O_y: \vec{N} + m\vec{g} \cos \alpha = 0$ , где  $N$  - реакция опоры, а  $m$  - масса груза

$$N = mg \cos \alpha$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$$
, где  $F_{\text{тр}}$  - сила трения

$$O_x: F_{\text{тр}} + m\vec{g} \sin \alpha = m\vec{a}$$

$$\mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha = ma \Rightarrow a = \mu g \cos \alpha + g \sin \alpha = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot \cos \alpha + 10 \cdot 0,8$$
, где  $a$  - ускорение

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - 0,64} = \sqrt{0,36} = 0,6$$

$$a = \frac{1}{3} \cdot 6 + 8 = 2 + 8 = 10 \left( \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right)$$

~~$$s = v_0 T + \frac{aT^2}{2} \Rightarrow \frac{aT^2}{2} - v_0 T + s = 0$$~~

$$s = v_0 T - \frac{aT^2}{2} \Rightarrow \frac{aT^2}{2} - v_0 T + s = 0$$

$$5T^2 - 4T + 1 = 0;$$

$$D = \frac{b^2 - 4ac}{4} = \frac{16 - 4 \cdot 5 \cdot 1}{4} = 16 - 20 < 0$$
 т.е. груз не пройдет  $s = 1 \text{ м}$ . Проверим:

$$\Delta K = A_{\text{тр}} + \Delta \Pi$$
, где  $\Delta K$  - изменение кинетической энергии,  $\Delta \Pi$  - изменение потенциальной энергии,  $A_{\text{тр}}$  - работа сил трения

$$\frac{mv_0^2}{2} = F_{\text{тр}} l + mg \frac{l}{\sin \alpha}$$
, где  $l$  - пройденное грузом расстояние

$$\frac{mv_0^2}{2} = \mu mg \cos \alpha l + \frac{mg}{\sin \alpha} l;$$

$$\frac{v_0^2}{2} = \mu g \cos \alpha l + \frac{g}{\sin \alpha} l;$$

$$8 = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 0,6 l + \frac{10}{0,8} l;$$

$$8 = 2l + 12,5l - 4,5l \Rightarrow l = \frac{8}{10} = 0,8 \text{ (м)} < 1 \text{ (м)}$$

~~$$l = \frac{8}{14,5} = \frac{8}{29} = \frac{16}{58} < 1$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

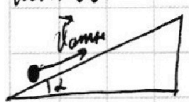
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2) Представим, что лента стоит, тогда:

$$V_{\text{отн}} = 4 \frac{M}{c} - 2 \frac{M}{c} = 2 \frac{M}{c}, \text{ где } V_{\text{отн}} - \text{ скорость коробки относительно ленты}$$

Рассчитаем путь ( $l$ ), пройденный коробкой до остановки относительно ленты


$$\Delta K = A_{\text{тр}} + \Delta \Pi$$
$$\frac{m V_{\text{отн}}^2}{2} = \mu m g \cos \alpha l + m g \sin \alpha l;$$

$$\frac{V_{\text{отн}}^2}{2} = \mu g \cos \alpha l + g \sin \alpha l;$$

$$2 = 2l + 8l \Rightarrow l = 0,2 \text{ (м)}$$

Рассчитаем время ( $T$ ) до полной остановки относительно ленты:

$$V = V_{\text{отн}} - aT, \text{ где } a - \text{ мы уже нашли в п. 1}$$


$$V_{\text{отн}} = aT \Rightarrow 2 = 10 \cdot T \Rightarrow T = 0,2 \text{ (с)}$$

$L = l + l'$ , где  $l'$  - путь, пройденный участком ленты за время  $T$

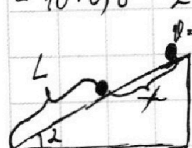
$$l' = V \cdot T = 2 \cdot 0,2 = 0,4 \text{ (м)}$$

$$L = 0,2 + 0,4 = 0,6 \text{ (м)}$$

3) Очевидно, что коробка приобретёт нулевую скорость, только если начнёт скользить вниз относительно ленты. Тогда:


$$F_{\text{тр}} = \mu m g \cos \alpha$$

$$m g \sin \alpha - \mu m g \cos \alpha = m a \Rightarrow a = \frac{m g \sin \alpha - \mu m g \cos \alpha}{m} = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha =$$
$$= 10 \cdot 0,8 - 2 = 8 - 2 = 6 \left( \frac{M}{c^2} \right)$$


$$V = V - aT \text{ или } x = VT - \frac{aT^2}{2}$$
$$\Downarrow V = aT \Rightarrow T = \frac{V}{a} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x = 2 \cdot \frac{1}{3} - \frac{6 \cdot \frac{1}{9}}{2} = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \text{ (м)}$$

$$L_0 = L + x = \frac{6}{10} + \frac{1}{3} = \frac{18 + 10}{30} = \frac{28}{30} = \frac{14}{15} \text{ (м)}, \text{ где } L_0 - \text{расстояние, которое пройдёт}$$

*груз до полной остановки относительно земли.*

$$H = L_0 \sin \alpha = \frac{14}{15} \cdot 0,8 = \frac{14}{15} \cdot \frac{8}{10} = \frac{14}{15} \cdot \frac{4}{5} = \frac{56}{75} \text{ (м)}$$

Ответ: 1) груз не пройдёт 1 м; 2) 0,6 м; 3)  $\frac{56}{75}$  (м)

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

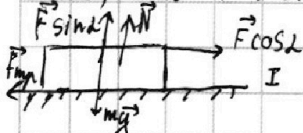
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$v_0; \alpha; F_1 = F_2; \tau_1 = \tau_2; m$$

1)  $\mu$ ?

Очевидно, что время не может быть одинаковым, если не учитывать, что в 1-ом и 2-ом случаях вес санок будет разным.



II)  $\Delta K = A_{\text{тр}} + A$   $O_y: m\vec{g} = -\vec{N} \Rightarrow mg = N$ , где  $N$  - сила реакции опоры, а  $m$  - масса санок

$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg$ , где  $F_{\text{тр}}$  - сила трения

$O_x: \vec{F} + \vec{F}_{\text{тр}} = m\vec{a}_1 \Rightarrow F - F_{\text{тр}} = ma_1$ , где  $a_1$  - ускорение

$$F - \mu mg = ma_1 \Rightarrow a_1 = \frac{F}{m} - \mu g$$

I)  $O_y: m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}\sin\alpha = 0 \Rightarrow F\sin\alpha + N = mg \Rightarrow N = mg - F\sin\alpha$

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg - \mu F\sin\alpha$$

$O_x: \vec{F}\cos\alpha + \vec{F}_{\text{тр}} = m\vec{a}_2 \Rightarrow F\cos\alpha - F_{\text{тр}} = ma_2$

$$a_2 = \frac{F\cos\alpha}{m} - \mu g + \frac{\mu F\sin\alpha}{m}$$

III. к. в обоих случаях за одно и то же время санки разогнались до одной и той же скорости, то:

$$a_1 = a_2$$

$$\frac{F}{m} - \mu g = \frac{F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)}{m} - \mu g;$$

$$F = F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) \Rightarrow \cos\alpha + \mu\sin\alpha = 1 \Rightarrow \mu\sin\alpha = 1 - \cos\alpha \Rightarrow \mu = \frac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha}$$

2)  $\Delta K = A_{\text{тр}}$ , где  $K$  - изменение кинетической энергии, а  $A_{\text{тр}}$  - работа сил трения

$$\frac{mv_0^2}{2} = F_{\text{тр}} l$$
, где  $l$  - путь, который пройдут санки до остановки



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

П.к. сила больше не действует на санки, то:

$$F_{\text{тр}} = \mu mg$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \mu mg l \Rightarrow v_0^2 = 2\mu g l \Rightarrow l = \frac{v_0^2}{2\mu g} = \frac{v_0^2 \sin \alpha}{2g(1 - \cos \alpha)}$$

$F_{\text{тр}} = ma$ , где  $a$  - ускорение

$$\mu mg = ma \Rightarrow a = \mu g = \frac{(1 - \cos \alpha)g}{\sin \alpha}$$

$$v = v_0 - aT = 0 \Rightarrow v_0 = aT \Rightarrow T = \frac{v_0}{a} = \frac{v_0 \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha)g}$$

Ответ: 1)  $\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$     2)  $T = \frac{v_0 \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha)g}$

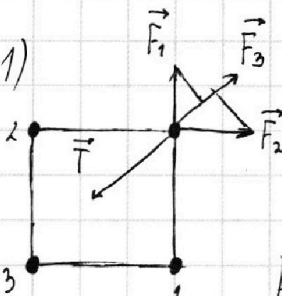
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

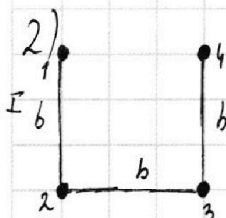


$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = -\vec{T}, \text{ где } F_i - \text{ сила, действующая со стороны } i\text{-го заряда}$$

$$T = F_3 + 2 \frac{F_1 \sqrt{2}}{2} = F_3 + F_1 \sqrt{2}$$

$$F_3 = \frac{kq^2}{2b^2} \quad F_1 = F_2 = \frac{kq^2}{b^2}$$

$$T = \frac{kq^2}{2b^2} + \frac{kq^2 \sqrt{2}}{b^2} = \frac{kq^2 + kq^2 \sqrt{2}}{2b^2} = \frac{kq^2}{b^2} \cdot \frac{(1 + \sqrt{2})}{2}$$



Если рассматривать всю систему сразу, то у неё была некоторая начальная эл. энергия ( $W_{эл1}$ ), и она с течением времени изменялась в  $W_{эл2}$ . Изменение энергии произошло с появлением кинетической энергии центра масс системы. т.е.:

II)  $W_{эл1} = W_{эл12} + W_{эл13} + W_{эл14} + W_{эл23} + W_{эл24} + W_{эл34} = 3W_{эл12} + 2W_{эл13}$

$$W_{эл12} = \frac{kq^2}{b} \quad W_{эл13} = \frac{kq^2}{b\sqrt{2}}$$

$$W_{эл1} = \frac{3kq^2}{b} + \frac{kq^2 \sqrt{2}}{b} = \frac{kq^2(3 + \sqrt{2})}{b} = \frac{kq^2(4 + \sqrt{2})}{b}$$

II)  $W_{эл2} = W_{эл12} + W_{эл23} + W_{эл24} + W_{эл34} + W_{эл13} + W_{эл14} = 3W_{эл12} + 2W_{эл13} + W_{эл34}$

$$W_{эл12} = \frac{kq^2}{b} \quad W_{эл13} = \frac{kq^2}{2b} \quad W_{эл14} = \frac{kq^2}{3b}$$

$$W_{эл2} = 3 \cdot \frac{kq^2}{b} + \frac{kq^2}{b} + \frac{kq^2}{3b} = \frac{kq^2}{b} \left(4 + \frac{1}{3}\right)$$

$$W_{эл1} - W_{эл2} = \frac{kq^2(4 + \sqrt{2})}{b} - \frac{kq^2(4 + \frac{1}{3})}{b} = \frac{kq^2}{b} \left(\sqrt{2} - \frac{1}{3}\right) = -\Delta W_{эл}$$

$-\Delta W_{эл} = K$ , где  $K$  - кинетическая энергия центра масс системы

$$\frac{kq^2}{b} \left(\sqrt{2} - \frac{1}{3}\right) = K$$

III. к. в момент, когда шарики станут в 1 линию, их скорости сравняются, то  $K = 4K_0$ , где  $K_0$  - кинетическая энергия одного шарика, т.е.:

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

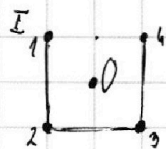
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



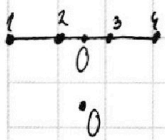
$$\frac{kq^2}{b}(\sqrt{2}-\frac{1}{3}) = 4K_0 \Rightarrow \frac{kq^2}{4b}(\sqrt{2}-\frac{1}{3}) = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v^2 = \frac{kq^2}{2mb}(\sqrt{2}-\frac{1}{3}) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{kq^2}{2mb}(\sqrt{2}-\frac{1}{3})}$$

3)



(на рисунках O - центр масс системы)

Будем считать, что скорость центра масс системы равномерно  
меняется от 0 до  $v_k$ , тогда  $\langle v \rangle = \frac{v_k}{2}$



$$\frac{mv_k^2}{2} = \frac{kq^2}{b}(\sqrt{2}-\frac{1}{3})$$

$$v_k = \sqrt{\frac{2kq^2}{b}(\sqrt{2}-\frac{1}{3})}$$

Расстояние, на которое сместится точка O:

$$s = \langle v \rangle \cdot t$$

Будем считать также, что

$$2) k = \frac{kq^2}{b}(\sqrt{2}-\frac{1}{3}) \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2kq^2}{b}(\sqrt{2}-\frac{1}{3})}$$

Ответ: 1)  $\frac{kq^2}{b^2} \cdot \frac{(1+2\sqrt{2})}{2}$  2)  $v = \sqrt{\frac{2kq^2}{b}(\sqrt{2}-\frac{1}{3})}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \text{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

Черновик

$$(\text{tg} \alpha)' = \left( \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right)' = \frac{\sin' \alpha \cos \alpha - \sin \alpha \cdot \cos' \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\text{tg}^2 \alpha + 4 \text{tg} \alpha - 1 = 0;$$

$$D = 16 + 4 \cdot 1 = 20$$

$$\text{tg} \alpha = \frac{-4 + 2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5} - 2$$

$$\text{tg} \alpha = \frac{-4 - 2\sqrt{5}}{2} = -\sqrt{5} - 2$$

$$\frac{3\pi}{2} = \frac{3 \cdot 180}{2} = 270^\circ$$

$$10 \frac{\sin \alpha}{\cos^3 \alpha} = -20 \frac{1}{\cos^2 \alpha};$$

$$\text{tg} \alpha = -2$$

$$10 \text{tg} \alpha + 20 = 0$$

$$\text{tg} \alpha = -2$$

$$H = v_y t - \frac{gt^2}{2} = v_0 \sin \alpha \cdot \frac{5}{v_0 \cos \alpha} - \frac{g}{2} \cos^2 \alpha =$$

$$= 20 \text{tg} \alpha - \frac{5}{\cos^2 \alpha} = 20 \text{tg} \alpha - 5 \left( \frac{1}{\cos^2 \alpha} \right) =$$

$$= 20 \text{tg} \alpha - 5(\text{tg}^2 \alpha + 1) = -5 \text{tg}^2 \alpha + 20 \text{tg} \alpha - 5$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2)  $V = 2 \frac{M}{C}$

*Черновик*

$$\Delta K = A_{\text{мр}} + \Delta \Pi$$

$$\frac{mV_0^2}{2} - \frac{mV^2}{2} = \mu mg \cos \alpha l + \frac{mg}{\sin \alpha} l;$$

$$\frac{(V_0^2 - V^2)}{2} = \mu g \cos \alpha l + \frac{g}{\sin \alpha} l;$$

$$\frac{16 - 4}{2} = 2l + 8l;$$

$$12 = 20l \Rightarrow l = \frac{12}{20} = \frac{6}{10} = 0,6$$

3)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \frac{\sin \alpha}{\cos^3 \alpha} + 20 \frac{\sin \alpha}{\cos^3 \alpha} = 0;$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos^3 \alpha} = -2 \frac{\sin \alpha}{\cos^3 \alpha};$$

$$\frac{1}{\cos \alpha} = -2;$$

$$\cos \alpha = -\frac{1}{2};$$

$$\alpha =$$

$$v = v_0 - gT = 4 - 10 \cdot \frac{1}{4} = 4 - 2,5$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = F_{\text{тр}} S' + m g_a h = \mu m g \cos \alpha l + m g \frac{l}{\sin \alpha}$$

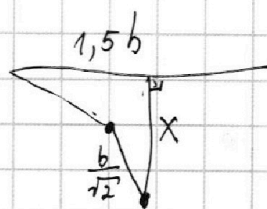
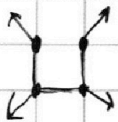
$$\frac{v_0^2}{2} = \mu g \cos \alpha l + \frac{g}{\sin \alpha} \cdot l$$

$$8 = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 0,6 \cdot l + \frac{10}{0,8} \cdot l$$

$$v = \frac{5}{4}$$

$$8 = 2l + 12,5l$$

$$8 = 14,5l \Rightarrow l = \frac{8}{14,5} = \frac{16}{29}$$



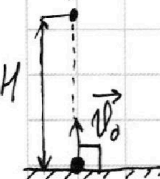


1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1)  $T = 2c$   $\alpha = 90^\circ$ , где  $\alpha$  - угол между поверхностью земли и начальной скоростью мяча;  $v_0$  - ?

$H$  - максимальная высота подъёма  
 $v = v_0 - gt$ , где  $v$  - скорость в любой момент времени, а  $t$  - время, соответствующее скорости  $v$ .



Во время подъёма на  $H$  скорость мяча равна нулю. П.е.:

$$v = 0 \text{ или } v_0 - gt = 0; \text{ Тогда:}$$

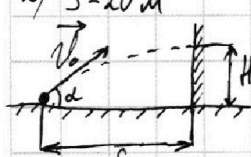
$$v_0 = gt \Rightarrow t = \frac{v_0}{g} \Rightarrow \frac{v_0}{g} = T \Rightarrow v_0 = Tg = 2c \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Используя закон координаты равноускоренного движения можно записать:

$$H = v_0 t - \frac{gt^2}{2};$$

2)  $S = 20 \text{ м}$

$H$  - максимальная высота удара  $v_x$  - горизонтальная составляющая вектора  $v_0$ ;  $v_y$  - вертикальная составляющая вектора  $v_0$



$$v_x = v_0 \cos \alpha, \quad v_x = \frac{S}{t}, \text{ где } t - \text{ время удара}$$

$$t = \frac{S}{v_x} = \frac{S}{v_0 \cos \alpha} \quad v_y = v_0 \sin \alpha \quad H = v_y t - \frac{gt^2}{2} = v_0 \sin \alpha \cdot \frac{S}{v_0 \cos \alpha} -$$

$$- \frac{g}{2} \cdot \frac{S^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} = S \tan \alpha - \frac{gS^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} = 20 \tan \alpha - \frac{10 \cdot 20^2}{2 \cdot 20^2 \cdot \cos^2 \alpha} = 20 \tan \alpha -$$

$$- \frac{5}{\cos^2 \alpha} = 20 \tan \alpha - 5 \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 20 \tan \alpha - 5(1 - \tan^2 \alpha) = 5 \tan^2 \alpha + 20 \tan \alpha - 5$$

Чтобы найти угол, при котором  $H$  максимальна, возьмём производную:

$$H'(\alpha) = (5 \tan^2 \alpha + 20 \tan \alpha - 5)' = 5(\tan^2 \alpha)' + 20(\tan \alpha)' = 10 \tan \alpha (\tan \alpha)' + 20(\tan \alpha)' =$$

$$= 10 \frac{\sin \alpha}{\cos^3 \alpha} + 20 \frac{\sin \alpha}{\cos^2 \alpha}$$