



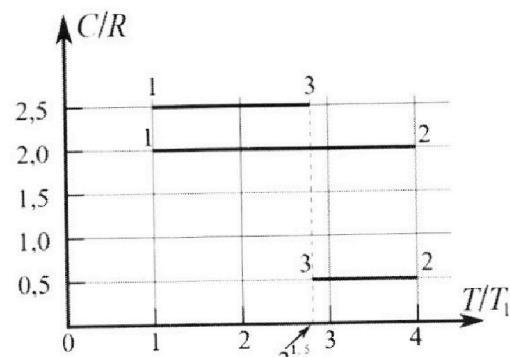
**Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023**

Вариант 10-01



Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

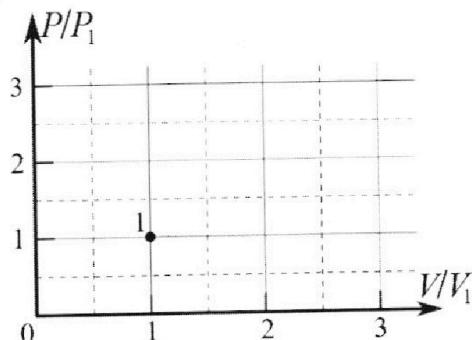
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной R) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 $T_1 = 400$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К).



1) Найдите работу A_{12} газа в процессе 1-2.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной b (см. рис.). Масса каждого шарика m , заряд q .

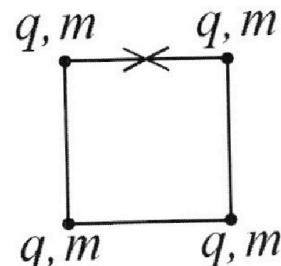
1) Найдите силу T натяжения нитей.

Одну нить пережигают.

2) Найдите скорость V любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных вверху (на рисунке)?

Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.





Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023



Вариант 10-01

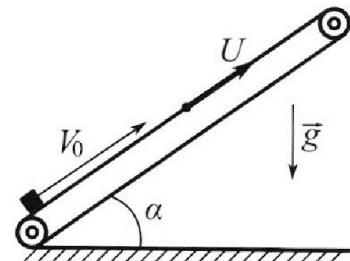
Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

- Мяч, посланный теннисистом вертикально вверх, поднимается на максимальную высоту за $T = 2$ с.
 - Найдите начальную скорость V_0 мяча.
 - Теннисист посыпает мяч с начальной скоростью V_0 под различными углами к горизонту в направлении высокой вертикальной стенки, находящейся на расстоянии $S = 20$ м от места броска. На какой максимальной высоте мяч ударяется о стенку?

Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым. Все высоты отсчитываются от точки старта.

- Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,8$ (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 4 \text{ м/с}$. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = \frac{1}{3}$. Движение коробки прямолинейное.



- За какое время T после старта коробка пройдет в *первом опыте* путь $S = 1 \text{ м}$?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью $U = 2 \text{ м/с}$, и сообщают коробке скорость $V_0 = 4 \text{ м/с}$.

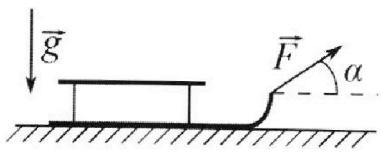
- На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 2 \text{ м/с}$?
- На какой высоте H , отсчитанной от точки старта, скорость коробки во втором опыте станет равной нулю? Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

- Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же скорости V_0 за одинаковое время.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения скорости V_0 действие внешней силы прекращается.

- Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.
- Через какое время T после прекращения действия силы санки остановятся? Ускорение свободного падения g .



Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

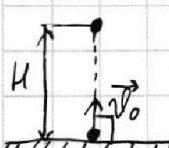


- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) $T = 2c \quad V_0 - ?$



H - максимальная высота падения

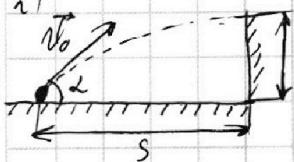
$V = V_0 - gt$, где t - произвольный момент времени, а V - соответствующая этому времени скорость

Во время падения на V скорость мяча равна нулю, т.е.:

$$V_0 - gt_0 = 0 \Rightarrow V_0 = gt_0 \Rightarrow V_0 = gT, \text{ где } T = T$$

$$V_0 = gT = 10 \cdot 2 = 20 \left(\frac{m}{s} \right)$$

2)



H - максимальная высота удара; V_x - горизонтальная составляющая V_0 ; V_y - вертикальная составляющая V_0

$$V_x = V_0 \cos \alpha_2$$

$$V_x = \frac{s}{t}, \text{ где } t - \text{время удара}$$

$$t = \frac{s}{V_x} = \frac{s}{V_0 \cos \alpha_2}$$

$$V_y = V_0 \sin \alpha_2 \quad H = V_y t - \frac{g t^2}{2} = V_0 \sin \alpha_2 \cdot \frac{s}{V_0 \cos \alpha_2} -$$

$$- \frac{g}{2} \cdot \frac{s^2}{V_0^2 \cos^2 \alpha_2} = 20 \tan \alpha_2 - 5 \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha_2} = 20 \tan \alpha_2 - 5(\tan^2 \alpha_2 + 1) = -5 \tan^2 \alpha_2 + 20 \tan \alpha_2 - 5$$

Чтобы найти максимальное значение выражение, возьмем производную H по $\tan \alpha_2$ и приравняем получившее выражение к нулю

$$H'(\tan \alpha_2) = -5(\tan^2 \alpha_2)' + 20(\tan \alpha_2)' - 5' = -10 \tan \alpha_2 + 20$$

$$-10 \tan \alpha_2 = 0;$$

$$\tan \alpha_2 = 2; \quad \text{Получаем:}$$

$$H = -5 \cdot 2^2 + 20 \cdot 2 - 5 = 40 - 5 \cdot 4 - 5 = 40 - 20 - 5 = 15 (m)$$

$$\text{Ответ: 1) } 20 \frac{m}{s}; \quad 2) 15 m$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

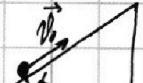
- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin \alpha = 0,8 \quad V_0 = 4 \frac{m}{s} \quad \mu = \frac{1}{3} \quad S = 1 \text{ м} \quad T - ?$$

1)  $Oy: \vec{N} + mg \cos \alpha = 0$, где N - реакция опоры, а m - масса груза

$$N = mg \cos \alpha$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha, \text{ где } F_{\text{тр}} - \text{сила трения}$$

$$Ox: \vec{F}_{\text{тр}} + m \vec{g} \sin \alpha = m \vec{a}$$

$$\mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha = ma \Rightarrow a = \mu g \cos \alpha + g \sin \alpha = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot \cos \alpha + 10 \cdot 0,8, \text{ где } a -$$
$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3} = \sqrt{1 - 0,64} = \sqrt{0,36} = 0,6 \quad \text{- ускорение}$$

$$a = \frac{1}{3} \cdot 6 + 8 = 2 + 8 = 10 \left(\frac{m}{s^2} \right)$$

$$S = V_0 T = \frac{a T^2}{2} \Rightarrow \frac{a T^2}{2}$$

$$S = V_0 T - \frac{a T^2}{2} \Rightarrow \frac{a T^2}{2} - V_0 T + S = 0$$

$$5T^2 - 4T + 1 = 0;$$

$$\Delta = \frac{b^2 - 4ac}{4} = 16 - 4 \cdot 5 \cdot 1 = 16 - 20 < 0 \quad \text{т.е. груз не проходит } S = 1 \text{ м. Проверим:}$$

$$\Delta K = A_{\text{тр}} + \Delta \Pi, \text{ где } \Delta K - \text{изменение кинетической энергии, } \Delta \Pi - \text{изменение потенциальной энергии, } A_{\text{тр}} - \text{работа силы трения}$$

$$\frac{m V_0^2}{2} = F_{\text{тр}} l + mg \frac{l}{\sin \alpha}, \text{ где } l - \text{пройденное грузом расстояние}$$

$$\frac{m V_0^2}{2} = \mu mg \cos \alpha l + \frac{mg}{\sin \alpha} l;$$

$$\frac{V_0^2}{2} = \mu g \cos \alpha l + \frac{g}{\sin \alpha} l;$$

$$8 = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 0,6 l + \frac{10}{0,8} l;$$

$$8 = 2l + 12,5l - 4,5l \Rightarrow l = \frac{8}{10} = 0,8 \text{ (м)} < 1 \text{ (м)}$$

$$l = \frac{8}{14,5} = \frac{8}{29} = \frac{16}{58} < 1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2) Представим, что ленты стоят, тогда:

$$V_{\text{омн}} = 4 \frac{\mu}{c} - 2 \frac{\mu}{c} = 2 \frac{\mu}{c}, \text{ где } V_{\text{омн}} - \text{скорость коробки относительно ленты}$$

Рассчитаем путь (l), проходимый коробкой до остановки относительно ленты

$$1) K = A_{\text{нр}} + \alpha \Pi$$

$$\frac{m V_{\text{омн}}^2}{2} = \mu m g \cos \alpha + m g \sin \alpha l;$$

$$\frac{V_{\text{омн}}^2}{2} = \mu g \cos \alpha + g \sin \alpha l;$$

$$2 = 2l + 8l \Rightarrow l = 0,2 \text{ (м)}$$

Рассчитаем время (T) до полной остановки относительно ленты:

$$V = V_{\text{омн}} - aT, \text{ где } a - \text{усиление}$$

$$V_{\text{омн}} = aT \Rightarrow 2 = 10 \cdot T \Rightarrow T = 0,2 \text{ (с)}$$

$L = l + l'$, где l' - путь, проходимый участком ленты за время T

$$l' = V \cdot T = 2 \cdot 0,2 = 0,4 \text{ (м)}$$

$$L = 0,2 + 0,4 = 0,6 \text{ (м)}$$

3) Добавим, что коробка приобретёт нулевую скорость, только если начнёт скользить вниз относительно ленты. Тогда:

$$F_{\text{нр}} = \mu m g \cos \alpha$$

$$m g \sin \alpha - \mu m g \cos \alpha = m a \Rightarrow a = \frac{m g \sin \alpha - \mu m g \cos \alpha}{m} = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha = \\ = 10 \cdot 0,8 - 2 = 8 - 2 = 6 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right)$$

$$V = V - aT \quad \text{или} \quad x = VT - \frac{aT^2}{2}$$

$$V = aT \Rightarrow T = \frac{V}{a} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x = 2 \cdot \frac{1}{3} - \frac{6 \cdot \frac{1}{3}}{2} = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \text{ (M)}$$

$L_o = L + x = \frac{6}{10} + \frac{1}{3} = \frac{18+10}{30} = \frac{28}{30} = \frac{14}{15} \text{ (M)}$, где L_o - расстояние, которое пройдёт
чугу до полной остановки относительно земли.

$$H = L_o \sin \alpha = \frac{14}{15} \cdot 0,8 = \frac{14}{15} \cdot \frac{8}{10} = \frac{14}{15} \cdot \frac{4}{5} = \frac{56}{75} \text{ (M)}$$

(Ответ: 1) чугу не пройдёт 1 м; 2) 0,6 м; 3) $\frac{56}{75}$ (M)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

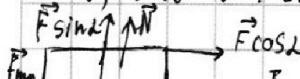


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$V_0; \alpha; F_1 = F_2; T_1 = T_2; m$$

? μ ?

Следует, что время не может быть одинаковым, если не учитывать, что в 1-ом и 2-ом случаях вес санок будет различным.



$$\text{I) } \Delta K = A_{T_1} + A_{F_{\text{тр}}} \quad \text{Oy: } mg - N = 0 \Rightarrow mg = N, \text{ где } N - \text{сила реакции опоры, а } m - \text{масса санок}$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg, \text{ где } F_{\text{тр}} - \text{сила трения}$$

$$\text{Ox: } F - F_{\text{тр}} = m a_1 \Rightarrow F - \mu mg = m a_1, \text{ где } a_1 - \text{ускорение}$$

$$F - \mu mg = m a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{F}{m} - \mu g$$

$$\text{II) Oy: } mg + N + F_{\sin \alpha} = 0 \Rightarrow F_{\sin \alpha} + N = mg \Rightarrow N = mg - F_{\sin \alpha}$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg - \mu F_{\sin \alpha}$$

$$\text{Ox: } F_{\cos \alpha} + F_{\text{тр}} = m a_2 \Rightarrow F_{\cos \alpha} - \mu mg = m a_2$$

$$a_2 = \frac{F_{\cos \alpha}}{m} - \mu g + \frac{\mu F_{\sin \alpha}}{m}$$

III.к. в обоих случаях за одно и то же время санки разгоняются до одинаковой и той же скорости, v_0 .

$$a_1 = a_2$$

$$\frac{F}{m} - \mu g = \frac{F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha)}{m} - \mu g;$$

$$F = F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) \Rightarrow \cos \alpha + \mu \sin \alpha = 1 \Rightarrow \mu \sin \alpha = 1 - \cos \alpha \Rightarrow \mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

2)

$\Delta K = A_{T_2},$ где $K - \text{изменение кинетической энергии, а } A_{T_2} - \text{работка силы трения}$

$$\frac{mv_0^2}{2} = F_{\text{тр}} l, \text{ где } l - \text{путь, который проходит санки до остановки}$$



На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДИНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

П.к. сила тяжести не действует на санки, то:

$$F_{\text{нр}} = \mu mg$$

$$\frac{mV_0^2}{2} = \mu mg l \Rightarrow V_0^2 = 2\mu gl \Rightarrow l = \frac{V_0^2}{2\mu g} = \frac{V_0^2 \sin \alpha}{2g(1-\cos \alpha)}$$

$F_{\text{нр}} = ma$, где a - ускорение

$$\mu mg = ma \Rightarrow a = \mu g = \frac{(1-\cos \alpha)g}{\sin \alpha}$$

$$V = V_0 - aT = 0 \Rightarrow V_0 = aT \Rightarrow T = \frac{V_0}{a} = \frac{V_0 \sin \alpha}{(1-\cos \alpha)g}$$

$$\text{Ответ: 1) } \mu = \frac{1-\cos \alpha}{\sin \alpha} \quad 2) \quad T = \frac{V_0 \sin \alpha}{(1-\cos \alpha)g}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

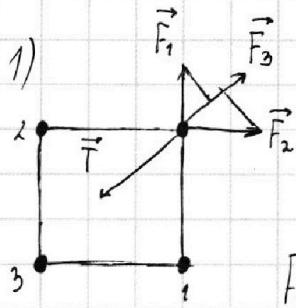
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

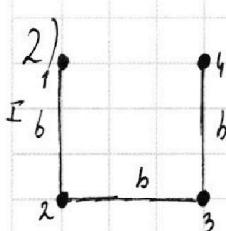


$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = -\vec{T}, \text{ где } F_1 - \text{сила, действующая со стороны} \\ \text{из-за заряда}$$

$$T = F_3 + 2 \frac{F_1 \sqrt{2}}{2} = F_3 + F_1 \sqrt{2}$$

$$F_3 = \frac{kq^2}{2b^2} \quad F_1 = F_2 = \frac{kq^2}{b^2}$$

$$T = \frac{kq^2}{2b^2} + \frac{kq^2 \sqrt{2}}{b^2} = \frac{kq^2 + kq^2 2\sqrt{2}}{2b^2} = \frac{kq^2}{b^2} \cdot \frac{(1+2\sqrt{2})}{2}$$



Сам рассматривают всю систему сразу, то у неё
была некоторая начальная ЭД (энергия W_{311}), и она с ме-
нением времени изменилась в W_{312} . Изменение энергии
произошло с поглощением кинетической энергии центра масс
системы. т.е.:

II) $W_{311} = W_{3112} + W_{3113} + W_{3114} + W_{3113} + W_{3114} = 3 W_{3112} + 2 W_{3113}$

$$W_{3112} = \frac{kq^2}{b} \quad W_{3113} = \frac{kq^2}{b\sqrt{2}}$$

$$W_{311} = \frac{4kq^2}{b} + \frac{kq^2 \sqrt{2}}{b} = \frac{2kq^2(4+\sqrt{2})}{b} = \frac{kq^2(4+\sqrt{2})}{b}$$

III) $W_{312} = W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{14} + W_{13} + W_{23} = 3W_{12} + 2W_{13} + W_{14}$

$$W_{12} = \frac{kq^2}{b} \quad W_{13} = \frac{kq^2}{2b} \quad W_{14} = \frac{kq^2}{3b}$$

$$W_{312} = 3 \cdot \frac{kq^2}{b} + \frac{kq^2}{b} + \frac{kq^2}{3b} = \frac{kq^2}{b}(4 + \frac{1}{3})$$

$$W_{311} - W_{312} = \frac{kq^2(4+\sqrt{2})}{b} - \frac{kq^2(4+\frac{1}{3})}{b} = \frac{kq^2(\sqrt{2}-\frac{1}{3})}{b} = -W_{311}$$

$-W_{311} = K$, где K - кинетическая энергия центра масс системы

$$\frac{kq^2}{b} (\sqrt{2} - \frac{1}{3}) = K$$

III. к. б. Имеем, когда шарик станут в 1 место, из скорости
равняются, то $K = 4K_0$, где K_0 - кинетическая энергия одного шарика, т.е.:

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

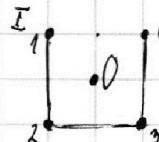
МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{kq^2}{b} \left(\sqrt{2} - \frac{1}{3} \right) = 4K_0 \Rightarrow \frac{kq^2}{4b} \left(\sqrt{2} - \frac{1}{3} \right) = \frac{mV^2}{2} \Rightarrow V^2 = \frac{kq^2}{2mb} \left(\sqrt{2} - \frac{1}{3} \right) \Rightarrow$$
$$V = \sqrt{\frac{kq^2}{2mb} \left(\sqrt{2} - \frac{1}{3} \right)}$$

3)



(на рисунках 0 - центр масс системы)

Будем считать, что скорость центра масс системы равномерно меняется от 0 до V_k , тогда $\langle V \rangle = \frac{V_k}{2}$

$$\frac{mV_k^2}{2} = \frac{kq^2}{b} \left(\sqrt{2} - \frac{1}{3} \right)$$
$$V_k = \sqrt{\frac{2kq^2}{b} \left(\sqrt{2} - \frac{1}{3} \right)}$$

Расстояние, на которое смещается тонка 0:

$$s = \langle V_0 \rangle \cdot t$$

Будем считать также, что

$$2) K = \frac{kq^2}{b} \left(\sqrt{2} - \frac{1}{3} \right) \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2kq^2}{b} \left(\sqrt{2} - \frac{1}{3} \right)}$$

$$(две: 1) \frac{kq^2}{b^2} \cdot \frac{(1+2\sqrt{2})}{2} \quad 2) V = \sqrt{\frac{2kq^2}{b} \left(\sqrt{2} - \frac{1}{3} \right)}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

Черновик

$$(\operatorname{tg} \alpha)' = \left(\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right)' = \frac{\sin' \alpha \cos \alpha - \sin \alpha \cdot \cos' \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\operatorname{tg}^2 \alpha + 4 \operatorname{tg} \alpha - 1 = 0;$$

$$\Delta = 16 + 4 \cdot 1 = 20$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{-4 + 2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5} - 2$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{-4 - 2\sqrt{5}}{2} = -\sqrt{5} - 2$$

$$\frac{3\pi}{2} = \frac{3 \cdot 180}{2} = 270^\circ$$

$$10 \frac{\sin \alpha}{\cos^3 \alpha} = -20 \frac{1}{\cos^2 \alpha};$$

$$\operatorname{tg} \alpha = -2$$

$$10 \operatorname{tg} \alpha + 20 = 0$$

$$\operatorname{tg} \alpha = -2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2) $V = 2 \frac{m}{c}$

Черновик

$$\Delta K = A_{\text{тр}} + \Delta \Pi$$

$$\frac{m V_0^2}{2} - \frac{m V^2}{2} = M g \cos \alpha \varphi + \frac{m g}{\sin \alpha} \varphi;$$

$$\frac{(V_0^2 - V^2)}{2} = M g \cos \alpha \varphi + \frac{g}{\sin \alpha} \varphi;$$

$$\frac{16 - 4}{2} = 2 \varphi + 8 \varphi;$$

$$12 = 20 \varphi \Rightarrow \varphi = \frac{12}{20} = \frac{6}{10} = 0,6$$

3)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| X | X | X | X | X | X | X |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \frac{\sin \alpha}{\cos^3 \alpha} + 20 \frac{\sin \alpha}{\cos^3 \alpha} = 0;$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos^3 \alpha} = -2 \frac{\sin \alpha}{\cos^3 \alpha};$$

$$\frac{1}{\cos^3 \alpha} = -2;$$

$$\cos \alpha = -\frac{1}{2};$$

$$\alpha =$$

$$V = V_0 - g T = 4 - 10 \cdot \frac{1}{4} = 4 - 2,5$$

$$\frac{m V_0^2}{2} = F_{\text{нр}} S' + m g_1 h = \mu m g \cos \alpha \cdot l + m g \frac{S' l}{\sin \alpha}$$

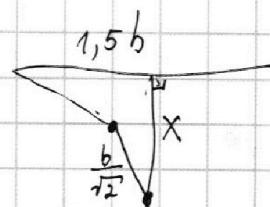
$$\frac{V_0^2}{2} = \mu g \cos \alpha \cdot l + g \cdot l$$

$$8 = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 0,6 \cdot l + \frac{10}{0,8} \cdot l$$

$$8 = 2l + 12,5l$$

$$V = \frac{S}{T}$$

$$8 = 14,5l \Rightarrow l = \frac{8}{14,5} = \frac{16}{29}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

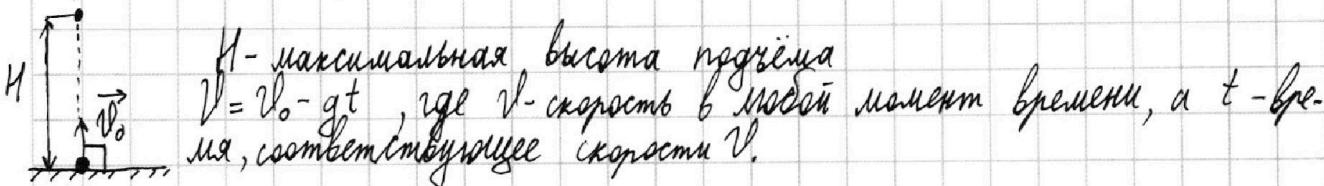
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) $T = 20$ $\angle = 90^\circ$, где \angle - угол между поверхностью земли и начальной
скоростью мяча; $V_0 = ?$



Во время подъёма на H скорость мяча равна нулю. Т.е.:

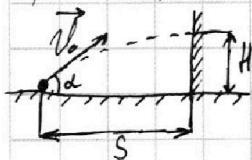
$$V = 0 \text{ или } V_0 - gt = 0; \text{ Тогда:}$$

$$V_0 = gt \Rightarrow t = \frac{V_0}{g} \Rightarrow \frac{V_0}{g} = T \Rightarrow V_0 = Tg = 20 \cdot 10 \frac{m}{s^2} = 200 \frac{m}{s}$$

Чтобы записать закон координаты равноускоренного движения можно
записать:

$$H = V_0 t - \frac{gt^2}{2};$$

2) $S = 20 \text{ м}$



H - максимальная высота удара V_x - горизонтальная со-
ставляющая вектора V_0 ; V_y - вертикальная составляющая
вектора V_0 .

$$V_x = V_0 \cos \alpha, \quad V_x = \frac{S}{t}, \text{ где } t \text{ - время удара}$$

$$t = \frac{S}{V_x} = \frac{S}{V_0 \cos \alpha} \quad V_y = V_0 \sin \alpha \quad H = V_y t - \frac{gt^2}{2} = V_0 \sin \alpha \cdot \frac{S}{V_0 \cos \alpha} -$$

$$-\frac{g}{2} \cdot \frac{S^2}{V_0^2 \cos^2 \alpha} = St \tan^2 \alpha - \frac{gS^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} = 20 \tan^2 \alpha - \frac{10 \cdot 20^2}{2 \cdot 20^2 \cos^2 \alpha} = 20 \tan^2 \alpha -$$

$$-\frac{5}{\cos^2 \alpha} = 20 \tan^2 \alpha - 5 \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 20 \tan^2 \alpha - 5(1 - \tan^2 \alpha) = 5 \tan^2 \alpha + 20 \tan^2 \alpha - 5$$

Чтобы найти угол, при котором H максимальна, возьмём производную:

$$H'(\alpha) = (5 \tan^2 \alpha + 20 \tan^2 \alpha - 5)' = 5 (\tan^2 \alpha)' + 20 (\tan^2 \alpha)' = 10 \tan \alpha \sec^2 \alpha + 20 \tan \alpha \sec^2 \alpha =$$

$$= 10 \frac{\sin \alpha}{\cos^3 \alpha} + 20 \frac{\sin \alpha}{\cos^3 \alpha}$$