МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 11

1. [4 балла] Решите неравенство

$$\left|x^3+4\right|+\left|x^2-1\right| \leqslant \left|x^3-x^2+5\right|.$$

2. [4 балла] Сколько существует троек натуральных чисел $(a;b;c)$ таких, что они образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию, а их произведение abc равно $2^{150}\cdot 3^{300}$?

3. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x;y)$, удовлетворяющие уравнению

$$x^2(y-2)-x(13y-27)+44y-94=0.$$

4. [5 баллов] Вокруг треугольника ABC описана окружность Ω. Точки D и E – середины сторон AB и AC соответственно, CF – биссектриса угла C треугольника ABC. Прямые ED и CF пересекаются в точке G, принадлежащей Ω. Найдите углы треугольника ABC, если известно, что площадь треугольника BCF в 16 раз больше площади треугольника DGF.

5. [4 балла] На координатной плоскости нарисован квадрат, все вершины которого лежат на графике функции $y=x^5+ax$. Известно, что одна из диагоналей квадрата лежит на прямой $y=-3x$, а центр совпадает с началом координат. Найдите значение параметра a и сторону квадрата.

6. [5 баллов] Числа a, b и c не все равны между собой, и при этом

$$a+\frac{5}{b}=b+\frac{5}{c}=c+\frac{5}{a}.$$

Найдите минимально возможное значение произведения abc.

7. [6 баллов] Равнобедренный треугольник ABC $(AB=BC)$ вписан в окружность ω, а на дуге AC, не содержащей точку B, взяты точки E и D так, что отрезки AD и CE пересекаются в точке F. На лучах EA и DC отметили точки X и Y соответственно таким образом, что $AX=CF$ и $CY=AF$. Найдите площадь четырёхугольника $BXFY$, если $BF=17$, $XY=31$.

© МФТИ, 2023

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1 (1)

$|x^3+y|+|x^2-1| \le |x^3-x^2+5|$

$|x^3+y|+|1-x^2| \le |x^3+x^2+5|$ *

Мы знаем, что $|a|+|b| \ge |a+b|$

(знак равенство если a и b одного знака) тогда

$|x^3+y|+|1-x^2| \ge |x^3-x^2+5|$

Но ~~по крайней~~ из * $|x^3+y|+|1-x^2| \le |x^3-x^2+5|$

тогда чтобы наше нер-во имело решение нам надо чтобы

$|x^3+y|+|1-x^2| = |x^3-x^2+5|$, а это

верно, как говорилось ранее, если

$$\left[\begin{cases} x^3+y \ge 0 \\ 1-x^2 \ge 0 \end{cases} \begin{cases} x^3+y \le 0 \\ 1-x^2 \le 0 \end{cases}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{cases} x^3 \ge -y \\ (1-x)(1+x) \ge 0 \end{cases} \begin{cases} x^3 \le -y \\ (1-x)(1+x) \le 0 \end{cases}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{cases} x \ge -\sqrt[3]{y} \\ (1-x)(1+x) \ge 0 \end{cases} \begin{cases} x \le -\sqrt[3]{y} \\ (1-x)(1+x) \le 0 \end{cases}\right.$$

($x^3 \ge -y \Leftrightarrow x \ge -\sqrt[3]{y}$) (т.к. $\sqrt[3]{x}$ определён при всех x

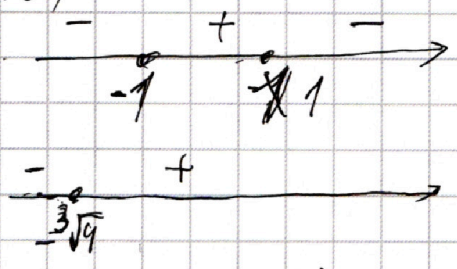
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1(2)

1) 

$\begin{cases} x \geq -\sqrt[3]{4} \\ (1-x)(1+x) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [-1; 1]$

$-\sqrt[3]{4} < -1 \quad (\sqrt[3]{4} > 1, \ 4 > 1)$

$\begin{cases} x \in -\sqrt[3]{4} \\ (1-x)(1+x) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; -\sqrt[3]{4}]$

т.е. $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \geq -\sqrt[3]{4} \\ (1-x)(1+x) \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x \leq -\sqrt[3]{4} \\ (1-x)(1+x) \leq 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow x \in (-\infty; -\sqrt[3]{4}] \cup [-1; 1]$

Ответ: $(-\infty; -\sqrt[3]{4}] \cup [-1; 1]$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 2 (12)

Мы узнали, что если a, b, c образуют в указанном порядке геом. прогрессию, то $ac = b^2$ т.е

$abc = 2^{150} \cdot 3^{300}$

b^3 т.е. $b = 2^{50} \cdot 3^{100}$ тогда

$bc = 2^{100} \cdot 3^{200}$ и мы узнаем

что $c = d^2 a$ т.е. $d^2 a^2 = 2^{100} \cdot 3^{200}$ или

$da = 2^{50} \cdot 3^{100}$ т.е. $c = d \cdot 2^{50} \cdot 3^{100}$ и

$a = \frac{2^{50} \cdot 3^{100}}{d} \Rightarrow$ 1. чтобы c было

натуральным d должно быть

натуральным или $d = k 2^x \cdot 3^y$ где

$(k;2)=1, (k;3)=1$ $(x \geq -50, y \geq -100)$

2. чтобы a было натуральным

$2^{50} \cdot 3^{100} \vdots d$ или $d = k 2^x \cdot 3^y$ где $x \leq 50$

$y \leq 100$, $(k;2)=1, (k;3)=1$ ~~$(x \geq 0, y \geq 0)$~~ значит

мы выяснили, что

$(a, b, c) = (2^{50-x} \cdot 3^{100-y}, 2^{50} \cdot 3^{100}, 2^{50+x} \cdot 3^{100+y})$

~~и узнали такие тройки~~

(если $k \neq \pm 1$, то или a или $c \notin \mathbb{N}$)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№2(2)

т.к. $x \in \{0, 1, \dots 50\}$ $y \in \{0, \dots, 100\}$

51 вариант выбрать x, 101 выбрать y

Заметим, что среди наших троек будут и прогрессии (если $k=-1$, то хотя бы одно число из тройки не $\in M$,)

значит $d = 2^x \cdot 3^y$, где $x \in \{-50, \dots, 50\}$

$y \in \{-100, -99, \dots 99, 100\}$ т.е.

всего чисел $101 \cdot 201 = 20301$

Заметим, что среди наших прогрессий будут, как и возрастающие так и убывающие, так и зравные числа, когда $d=1$

Ответ: $101 \cdot 201 = 20301$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3(1)

$x^2(y-2) - x(13y-27) + 44y - 94 = 0$

$x^2(y-2) - x(13y-26) + 44(y-2) + x - 6 = 0$

$x^2(y-2) - 13x(y-2) + 44(y-2) = 6 - x$

$(y-2)(x^2 - 13x + 44) = 6 - x$ (*) (по алгоритму Евклида)

Посчитаем НОД $x^2 - 13x + 44$ и $6 - x$

$(x^2 - 13x + 44;\ 6 - x) = (-7x + 44;\ 6 - x) =$

$= (-7x + 44;\ x - 6) = (2;\ x - 6)$, но

мы знаем, что из (*) $6 - x \vdots x^2 - 13x + 44$,

но мы выяснили, что нас

общими делителями это $\pm 1, \pm 2$,

тогда $x^2 - 13x + 44 = \pm 1, \pm 2$

1) $x^2 - 13x + 44 = 1$

$x^2 - 13x + 43 = 0$ т.к. квадратный трёхчлен унитарный, то или оба корня $\in \mathbb{Z}$ или оба корня $\in \mathbb{N}$, значит в этом и во всех следующих случаях (2, 3, 4) мы ищем корни среди делителей свободного члена

$43 : \pm 1 \pm 43$

из этих чисел нельзя получить в сумме 13 (т. Виета) $\Rightarrow$ нет решений

I

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3(2)

2) $x^2 - 13x + 44 = -1$

$x^2 - 13x + 45 = 0$

$45 : \pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 9, \pm 15, \pm 45$

ни никакие 2 числа не дают в сумме 13 (все они нечётные $\Rightarrow$ сумма чётная) $\Rightarrow$ нет решений в $\mathbb{Z}$

3) $x^2 - 13x + 44 = 2$

$x^2 - 13x + 42 = 0$

$x = 6, \quad x = 7 \Rightarrow \quad 6 - x = 0, \quad 6 - x = -1$

$y - 2 = 0 \quad (y-2)^2 = -1$

$x = 6, \ y = 2$ $\quad \not\in$

4) $x^2 - 13x + 44 = -2$

$x^2 - 13x + 46 = 0$

$46 : \pm 1, \pm 2, \pm 23, \pm 46$

никакие 2 числа не равны 13 $\Rightarrow$ в $\mathbb{Z}$ нет решений

Ответ $(6; 2)$

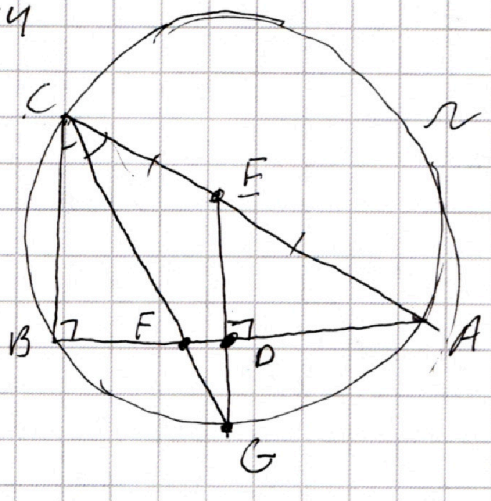
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4



1. т.к. $G \in \Omega$ и $G \in CF$, то G – середина дуги AB не содержащей $C \Rightarrow (ABG$ п.б.$\Delta)$

2. т.к. D – сер. AB, то $DG \perp AB$ $(ABG$ – р.б. $\Delta)$

3 т.к. E, D, G одна прямая, то $ED \perp AB$

и т.к. $ED \parallel BC$, то $AB \perp BC$ т.е. $\angle B = 90^\circ$.

4. т.к. $S_{BCF} = 16 S_{DGF}$, то т.к. $DG \parallel BC$ $(ED \parallel BC)$, то $\triangle BCF \sim \triangle FGD \Rightarrow$ из k подобия $= 4$ (S больше в 4^2 раз)

5. $BF = 4FD$ т.к. $BD = DA$, то Если $FD = x$, то $BF = 4x$, $DA = 5x$

6. т.к. $\frac{BF}{FA} = \frac{BC}{CA}$ (св. бис.), то

$\frac{BC}{CA} = \frac{4x}{x+5x} = \frac{2}{3}$

Если $BC = 2y$, то $AC = 3y$, а $AB = \sqrt{9y^2 - 4y^2} = \sqrt{5}y$ значит $\angle B = 90^\circ$

$\angle A = \arcsin\frac{2}{3}$

$\angle C = \arccos\frac{2}{3}$

Ответ $\angle B = 90^\circ$
$\angle A = \arcsin\frac{2}{3}$
$\angle C = \arccos\frac{2}{3}$

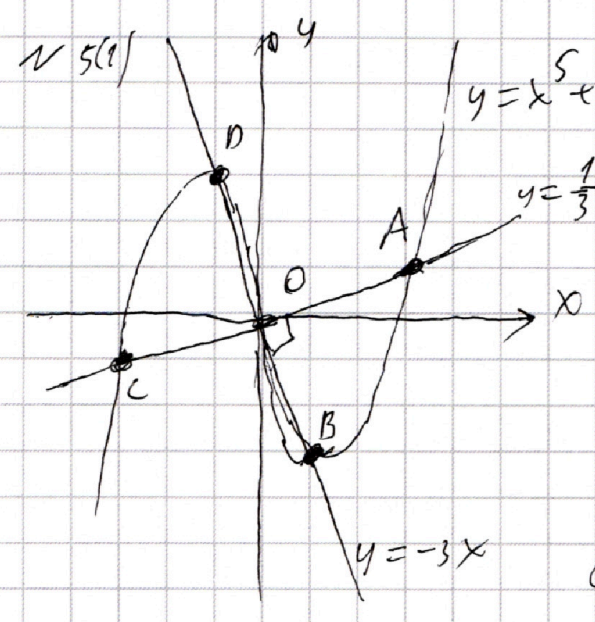
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 5(1)



Проведём прямую $y=\frac{1}{3}x$

1. она $\perp y=3x$

2. т.к. мы показали, что $y=-3x$ должна пересекать $y=x^5+ax$ ещё в 2 точках (т.к. по усл. эта прямая содержит диагональ, а точка О центр, то точки B и D (пересечение $y=-3x$ и $y=x^5+ax$) должны располагаться так, как показано на рис.) ~~из симметрии относительно O ($y=x^5+ax$ - нечётная ($-(x^5+ax)=(-x)^5+a(-x)$)~~ (О центр квадрата) понимаем, что $OB=OD$ и значит $y=\frac{1}{3}x$ содержит вторую диагональ (проходит через O, $BD\perp AC$)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5(2)

(A, C точки пересечения $y=\frac{1}{3}x$ и $y=x^5+ax$)

Заметим что точек пересечение (а не больше) 3 (у графиков $y=\frac{1}{3}x$, $y=x^5+ax$ и $y=-3x$, $y=x^5+ax$)

т.к. $x^5+ax=kx \Leftrightarrow x(x^4+a-k)=0 \Leftrightarrow$

$x(x^2+\sqrt{k-a})(x^2-\sqrt{k-a})=0$

$x^2+\sqrt{k-a}>0$ ($\sqrt{k-a}>0$)

$x(x-\sqrt[4]{k-a})(x+\sqrt[4]{k-a})=0$

$x=0$, $x=\sqrt[4]{k-a}$, $x=-\sqrt[4]{k-a}$

(Мы знаем, что у прямых пересечённых с x^5+ax есть ещё 2 точки пересечения (кроме 0) это вершины квадрата (они содержат диагонали) а больше, как мы выяснили ранее точек пересечения не будет.

Будем обозначать A_x координату точки A по x

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№5(3)

то $A_y = \frac{1}{3} x_0$ ($A \in y = \frac{1}{3}x$)

Если $A_x = x_0$, то $B_y = -x_0$.

(т.к. ABCD квадрат $AO = BO$, и по ранее доказанному $AO \perp BO$, так что при повороте на $+90^\circ$ $B \to A$

т.е. $B_y = -A_x$) $B_x = \frac{1}{3} x_0$ ($B \in y = -3x$)

т.к. A и $B \in x^5 + ax$, то

$$\begin{cases} x_0^5 + a x_0 = A_y \\ \left(\frac{1}{3} x_0\right)^5 + a \frac{1}{3} x_0 = B_y \cdot 3^5 \end{cases} \quad (x_0 \neq 0) \Leftrightarrow \begin{cases} x_0^4 = -a + \frac{1}{3} \\ x_0^4 = -81a + 3^5 \cdot (-1) \end{cases}$$

$-a + \frac{1}{3} = -81a + 3^5$

$80a = -3^5 - \frac{1}{3} = -\frac{3^6 + 1}{3} = -\frac{730}{3}$

$a = -\frac{73}{24}$

$x_0^4 = \frac{73}{24} + \frac{1}{3} = \frac{73 + 8}{24} = \frac{81}{24} = \frac{27}{8}$

$x_0^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

$OA^2 = A_x^2 + A_y^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{9} \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{30\sqrt{3}}{18\sqrt{2}} =$

$= \frac{5\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}$

$AB^2 = 2OA^2 = \frac{10\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{6}}{3}$

сторона квадрата $= \sqrt{\frac{5\sqrt{6}}{3}}$

Ответ: $a = -\frac{73}{24}$, $\sqrt{\frac{5\sqrt{6}}{3}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6 (1)

$a + \frac{5}{b} = b + \frac{5}{c} \Rightarrow abc + 5c = b^2c + 5b \Rightarrow$

$a = \frac{5b - 5c}{bc} + b \quad (*)$

Аналогично с двумя другими получим:

$b = \frac{5c - 5a}{ca} + c \quad (**) \qquad c = \frac{5a - 5b}{ab} + a \quad (***)$

Подставим (**) в (*)

$a = \frac{5\left(\frac{5c-5a}{ca} + c\right) - 5c}{\left(\frac{5c-5a}{ca} + c\right)c} + \frac{5c-5a}{ca} + c =$

$= \frac{\frac{25c-25a}{ca}}{\frac{5c-5a}{a} + c^2} + \frac{5c-5a}{ca} + c = \frac{25c-25a}{5c^2 - 5ac + c^3a} +$

$+ \frac{5c-5a}{ca} + c = \frac{25c-25a}{c(c^2a - 5a + 5c)} + \frac{5c - 5a + c^2a}{ca}$

Заметим, что $b + \frac{5}{c} = c + \frac{5}{a} \Rightarrow$

$abc = c^2a + 5c - 5a \quad (X)$ значит

$a = \frac{25c - 25a}{c \cdot abc} + \frac{abc}{ca} = \frac{25c - 25a}{abc^2} + b =$

$= \frac{5}{bc}\left(\frac{5c-5a}{ac}\right) + b \overset{(**)}{=} \frac{5}{bc}(b -$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6(2)

$$a = \frac{25c-25a}{abc^2} + b = \frac{25\left(\frac{5a-5b}{ab}+a\right)-25a}{ab\left(\frac{5a-5b}{ab}+a\right)^2} + b =$$

$$= \frac{25(5a-5b)}{(5a-5b+a^2b)} + b$$

из (*) $\frac{5b-5c}{bc} = \frac{25(5a-5b)}{5a-5b+a^2b}$

$a^2b+5a-5b = abc$ выводится из

$c+\frac{5}{a} = a+\frac{5}{b}$ взяв с (X)

$\frac{5b-5c}{bc} = \frac{25(5a-5b)}{abc} \Rightarrow (b-c)a = 25a-25b$

$ba - ca = 25a - 25b$ ~~аналогично~~

~~можно получить $cb-ab=25b-25c$~~

~~выразили ab и подставили~~

~~$cb-25b+25c = ca+25a-25b$~~

$5a-5b = ab(c-a)$ (выводится из

$a+\frac{5}{a} = a+\frac{5}{b}$)

$5ab(c-a) = ba-ca \Rightarrow 5cb-5ab = b-c \Rightarrow$

$a = \frac{5cb+b+c}{5b}$ ч.т.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

[redacted] № 7 (2)

Значит $S_{FXBY} = \frac{1}{2} BF \cdot XY = \frac{17 \cdot 13}{2} =$ (у четырёх-угольника $\perp$ диагонали)

$= \frac{221}{2} = 110,5$

Ответ: 110,5

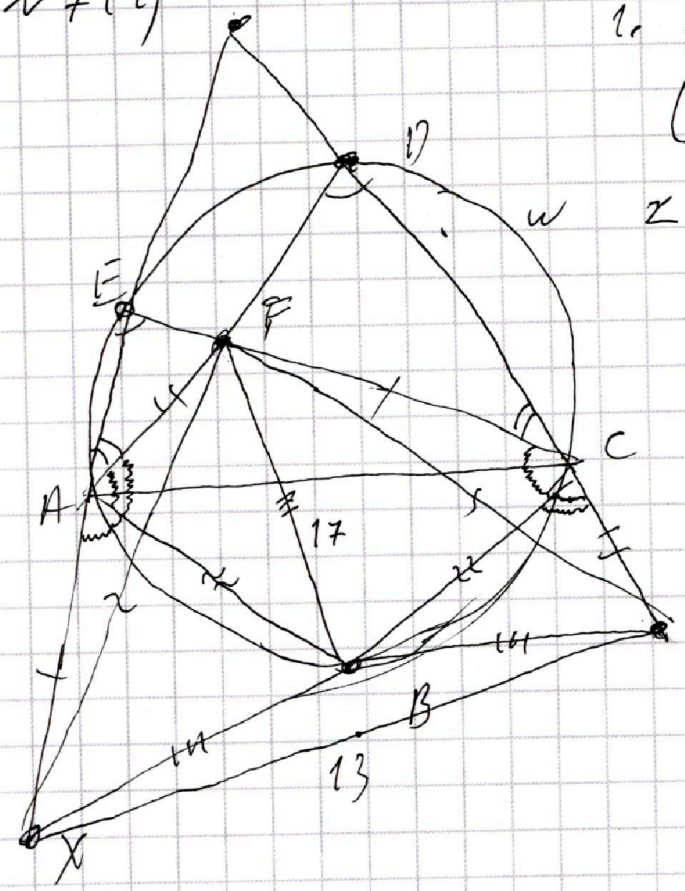
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№ 7 (2)



1. $\angle FAD = \angle ECD$
($A, E, D, C \in \omega$) $\Rightarrow$
$\angle XAF = \angle FCY$
(смежный)

2. т.к. $FC = AX$ и
$AF = CY$, то
по I приз.
$\triangle XAF = \triangle FCY$
$FX = FY$ ↓

3. $\angle ECB = \angle BAX$
($E, B, A, C \in \omega$)
и т.к. $BC = AB$ и
$EC = AX$, то
$\triangle ABX = \triangle FCB$
(по I приз.)
$XB = BF$ ↓

Мы получили, что
они равны, то есть
из этого будет следовать, что $BF = BY$.

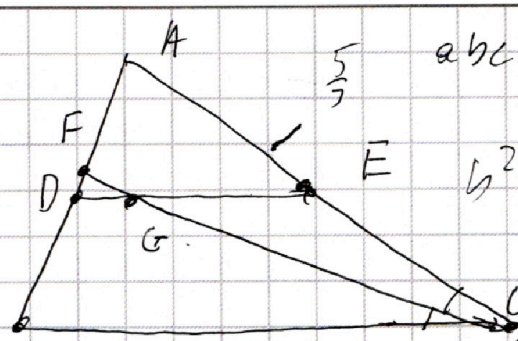
4. Если сделать симметрию относительно
окр перпр к XY, то
$X \to Y$, $B \to B$, $F \to F$
($BX = BY$, $FX = FY$) $\Rightarrow$
BF останется на месте $\Rightarrow$ аналогично
$\Rightarrow$ BF содержит окр. рассмотрим для
перп. к XY т.е. $BF \perp XY$ $\triangle FAB$ и $\triangle YCB$

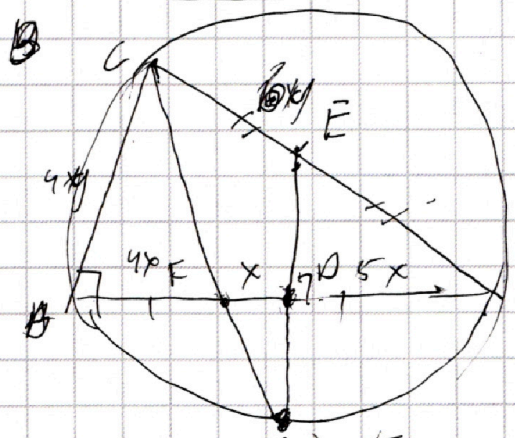
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

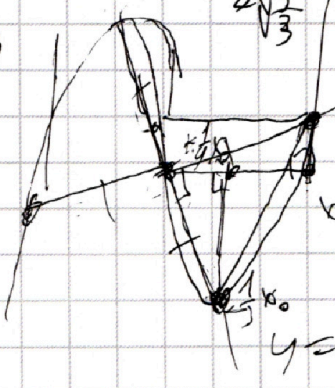
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

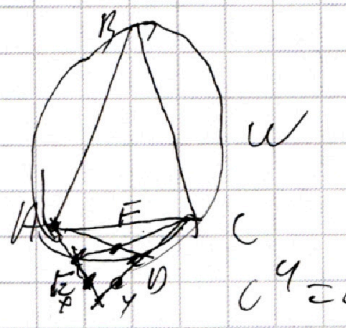
МФТИ

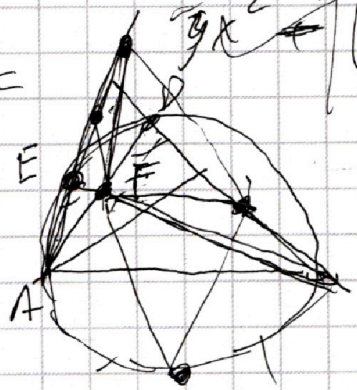
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!











На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
X	X	X	X	X	X	X

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№6(1)

$a + \frac{5}{b} = b + \frac{5}{c} \Rightarrow abc + 5c = b^2c + 5b$

$abc = b^2c + 5b - 5c$

если приравнять оставшиеся 2 выражения получим

$abc = c^2a + 5c - 5a$

$abc = a^2b + 5a - 5b$

сложим 3 выражения

$3abc = c^2a + a^2b + b^2c$ (*)

по неравенству Коши о средних

$\frac{c^2a + a^2b + b^2c}{3} \geq \sqrt[3]{c^2a \cdot a^2b \cdot b^2c} =$

$= \sqrt[3]{a^3b^3c^3} = abc.$

Но из (*) $abc = \frac{c^2a + a^2b + b^2c}{3}$.

тогда $\frac{c^2a + a^2b + b^2c}{3} = \sqrt[3]{c^2a \cdot a^2b \cdot b^2c}$

т. е. как мы знаем все 3 числа должны быть равны между собой

$c^2a = a^2b = b^2c$ т. е.

$c^2 = ab$, $a^2 = bc$, $b^2 = ac$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$a+\frac{5}{b}=b+\frac{5}{a}$ $\quad -1 \quad a \neq c$

$a^2+5a=b^2+5b$

$a^2-b^2+5a-5b=0$

$(a-b)(a+b+5)=0$

$a+b=-5$

$a+b+c=5$

$-1-\frac{5}{2}=-2-$

$a \neq b \neq c$

$-1 \quad -2 \quad -2$

$abc-b^2c+5c-5b=0$

$bc(a-b)+5(c-b)=0$

$ca(b-c)+5(a-c)=0$

$ab(c-a)+5(b-a)=0$

$a-5$

$a+c=-5$

$a=c$

$a=b=c=-\frac{5}{2}$

$a+\frac{5}{a}=a+\frac{5}{c}=c+\frac{5}{a}$

$c(ab-b^2+5)=5b$

$c=\frac{5b}{ab-b^2+5}$ $\qquad a=\frac{5b-5c}{bc}+b$

$a=5$ $\qquad b=\frac{5c-5a}{ca}+c$

$a=\frac{5\left(\frac{5c-5a}{ca}+c\right)-5c}{b}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ