МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 11

1. [4 балла] Решите неравенство

$$\left|x^3+4\right|+\left|x^2-1\right| \leqslant \left|x^3-x^2+5\right|.$$

2. [4 балла] Сколько существует троек натуральных чисел $(a;b;c)$ таких, что они образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию, а их произведение abc равно $2^{150}\cdot 3^{300}$?

3. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x;y)$, удовлетворяющие уравнению

$$x^2(y-2)-x(13y-27)+44y-94=0.$$

4. [5 баллов] Вокруг треугольника ABC описана окружность Ω. Точки D и E – середины сторон AB и AC соответственно, CF – биссектриса угла C треугольника ABC. Прямые ED и CF пересекаются в точке G, принадлежащей Ω. Найдите углы треугольника ABC, если известно, что площадь треугольника BCF в 16 раз больше площади треугольника DGF.

5. [4 балла] На координатной плоскости нарисован квадрат, все вершины которого лежат на графике функции $y=x^5+ax$. Известно, что одна из диагоналей квадрата лежит на прямой $y=-3x$, а центр совпадает с началом координат. Найдите значение параметра a и сторону квадрата.

6. [5 баллов] Числа a, b и c не все равны между собой, и при этом

$$a+\frac{5}{b}=b+\frac{5}{c}=c+\frac{5}{a}.$$

Найдите минимально возможное значение произведения abc.

7. [6 баллов] Равнобедренный треугольник ABC ($AB=BC$) вписан в окружность ω, а на дуге AC, не содержащей точку B, взяты точки E и D так, что отрезки AD и CE пересекаются в точке F. На лучах EA и DC отметили точки X и Y соответственно таким образом, что $AX=CF$ и $CY=AF$. Найдите площадь четырёхугольника $BXFY$, если $BF=17$, $XY=31$.

© МФТИ, 2023

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим 8 случаев раскрытия модуля.

~~1)~~ ~~$x^3+4+x^2-1 \le$~~

1) $-x^3-4+x^2+1 \le -x^3+x^2-5$

2) $-x^3-4-x^2+1 \le x^3-x^2+5$

3) $-x^3-4+x^2-1 \le -x^3+x^2-5$

4) $-x^3-4+x^2-1 \le x^3-x^2+5$

5) $x^3+4-x^2+1 \le -x^3+x^2-5$

6) $x^3+4+x^2-1 \le x^3-x^2+5$

7) $x^3+4+x^2-1 \le -x^3+x^2-5$

8) $x^3+4+x^2-1 \le x^3-x^2+5$

Преобразуем и получим

1) $x^2-1 \ge 0$

2) $x^3-4 \ge 0$

3) $0=0$

4) $x^3-x^2+5 \ge 0$

5) $x^3-x^2+5 \le 0$

6) $0=0$

7) $x^3-4 \le 0$

8) $x^2-1 \le 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Так как $a \cdot b \cdot c = 2^{150} \cdot 3^{300}$, то можно представить a, b, c в виде

$a = 2^{i_a} \cdot 3^{j_a}$

$b = 2^{i_b} \cdot 3^{j_b}$

$c = 2^{i_c} \cdot 3^{j_c}$, чтобы была возможна геометрическая прогрессия должно выполнятся условие

$$\begin{cases} i_b - i_a = i_c - i_b \\ j_b - j_a = j_c - j_b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_{bc} = 2i_b - i_a \\ j_c = 2j_b - j_a \end{cases}, \text{ тогда}$$

$$\begin{cases} i_a + i_b + i_c = 150 \\ j_a + j_b + j_c = 300 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} 3i_b = 150 \\ 3j_b = 300 \end{array}, \text{ тогда}$$

$i_b = 50$, $j_b = 100$ при любом варианте, тогда запишем a, b, c в следующем виде.

$a = 2^{50-d_1} \cdot 3^{100-d_2}$

$b = 2^{50} \cdot 3^{100}$

$c = 2^{50+d_1} \cdot 3^{100+d_2}$, где $0 \leq d_1 \leq 50$, $0 \leq d_2 \leq 50$,

где при d_1 и d_2 равными 0, прогрессия будет стационарной, то есть с частным равным 1.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Тогда кол-во существующих последовательностей a, b, c определяется кол-вом выборов d_1 и d_2, тогда всего последовательностей $51 \cdot 101 = 5151$, где 51 способ выбрать d_1 и 101 способ выбрать d_2.

Ответ: 5151

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3) Рассмотрим данное выражение

Выразим x через y. как квадратное уравнение.

$$x^2(y-2) - x(13y-27) + 44y - 94 = 0$$

Тогда по теореме Виета,

$$-\frac{-(13y-27)}{y-2} = x_1 + x_2, \text{ где } x_1, x_2 - \text{целые.}$$

$$\frac{44y-94}{y-2} = x_1 x_2, \text{ где } x_1, x_2 - \text{целые}$$

Следовательно $\frac{13y-27}{y-2}$ - целое и

$\frac{44y-94}{y-2}$ - целое, тогда,

$\frac{13y-27}{y-2} = 13 - \frac{1}{y-2}$, $\frac{1}{y-2}$ - целое,

значит $y = 3$ или 1, далее рассмотрим

$\frac{44y-94}{y-2} = 44 - \frac{6}{y-2}$, где $y=3$ и $y=1$ подходят,

теперь по $y=3$ и $y=1$ найдем x.

1) $y=3$

$$x^2 - x(39-27) + 132 - 94 = 0$$

$$x^2 - 12x + 38 = 0$$

$D = 144 - 4 \cdot 38 = 144 - 152 < 0$, значит целых x при данном $y=3$ нет

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Рассмотрим $y = 1$

$-x^2 - x(13 - 27) + 44 - 94 = 0$

$-x^2 + 14x - 50 = 0$

$x^2 - 14x + 50 = 0$

$D = 196 - 4 \cdot 50 = 196 - 200 < 0$

Значит при $y = 1$ нет целых x, заметим, что других y не существует иначе возникнет противоречие с выше написанным рассуждением.

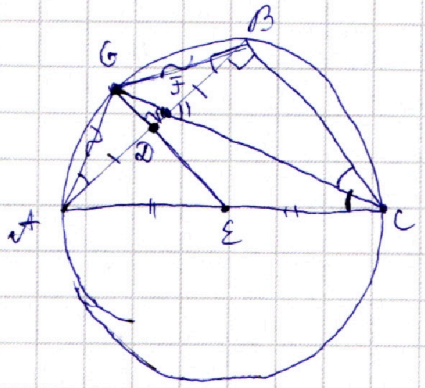
Ответ: корней нет.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

$\triangle ABC$ описан окружностью Ω, CF – биссектриса,

D, E – середины AB и AC,

$CF \cap DE = G$, $G \in \Omega$.

$S_{ABC} = 16 S_{DGF}$

Найти: $\angle A$ треугольника ABC.

Решение:

1) $\angle BCF = \angle GAF$ (опираются на одну дугу)

$\angle GCA = \angle GBA$ (опираются на одну дугу)

Так как $\angle BCG = \angle GCA$ (CF – биссектриса), то $\angle GBA = \angle GAF \Rightarrow \triangle BAG$ – равнобед $\Rightarrow GD$ – высота ($AD = BD$) $\Rightarrow \angle ADE = 180° - \angle GDA = 90°$.

2) D, E – середины AB и $AC \Rightarrow DE$ – средняя линия и $DE \parallel BC$, $\Rightarrow \angle ADE = \angle ABC = 90°$.

3) $\angle GFD = \angle BFC$ (по св-ву вертик углов) $\Rightarrow \triangle BFC \sim \triangle DFG$ по двум углам

$\angle FBC = \angle GDF = 90°$

4) Тогда коэффициент подобия равен $k = \sqrt{\frac{S_{BCF}}{S_{DGF}}} = 4$,

тогда $BF = 4DF$

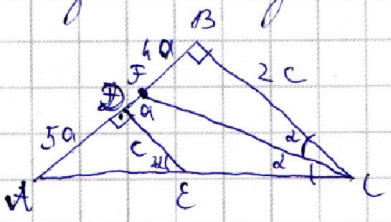
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Тогда получим следующий треугольник.



Введём обозначения $\angle FCB = \alpha$, $2E = c$,

$FD = a$, тогда $\angle DEA = 2\alpha = \angle ACB$, ($BC \parallel DE$),

$BF = 4DF = 4a$ (4). $AD = BD = BF + DF = 5a$.

Заметим, что $tg\alpha = \frac{4a}{2c}$ из $\triangle CFB$; также

$tg2\alpha = \frac{5a}{c}$ из $\triangle ADE$, тогда обозначим

$\frac{a}{c} = t$, тогда $tg\alpha = 2t$, $tg2\alpha = 5t$,

$tg2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha} = 5t$, подставим $tg\alpha$,

$\frac{2 \cdot 2t}{1-4t^2} = 5t$

$4 = 5 - 20t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{a}{c} = \sqrt{\frac{1}{20}}$,

тогда $tg2\alpha = 5 \cdot \sqrt{\frac{1}{20}} = \sqrt{\frac{25}{20}} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

Тогда $\angle ACB = arctg\frac{\sqrt{5}}{2}$, значит $\angle BAC = 90° - arctg\frac{\sqrt{5}}{2}$

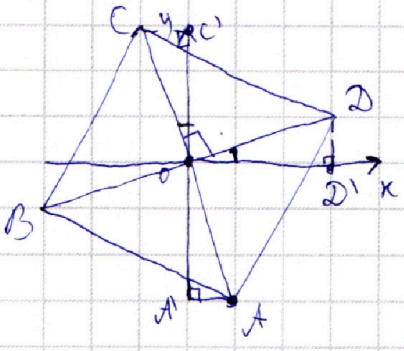
Ответ: $90°$; $arctg\frac{\sqrt{5}}{2}$; $90° - arctg\frac{\sqrt{5}}{2}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Обозначим координаты точки A $(x_0; y_0)$, тогда $y_0 = -3x_0$, так как по условию диагональ лежит на прямой $y = -3x$. Так как центр совпадает с началом координат, то C имеет координаты $C(-x_0; 3x_0)$, ($CC' = AA'$, $OC' = OA'$ ✓)

т.к. $CO = AO$, O – центр; $\angle COC' = \angle AOA'$, $\angle CC'O = \angle AA'O$

Тогда D имеет координаты $(3x_0; x_0)$

$\triangle DOD' = \triangle COC'$ ($\angle CC'O = \angle DD'O = 90°$; $CO = DO$, O – центр; $\angle COD = 90°$; $\angle C'OD' = 90° \Rightarrow \angle COC' = \angle DOD'$)

$\angle DOD' = \angle COC'$

Подставим координаты точки A и D в функцию $y = x^5 + ax$, получим

$$\begin{cases} -3x_0 = x_0^5 + ax_0 \quad | \cdot -3 \\ x_0 = 243x_0^5 + 3ax_0 \end{cases}$$, сложим.

$10x_0 = 240x_0^5 + 3ax_0 - 3ax_0$

$24x_0^5 = x_0$

$x_0^4 = \frac{1}{24}$

$x_0 = \sqrt[4]{\frac{1}{24}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Тогда сторона квадрата имеет длину

$$|\overrightarrow{AD}| = \sqrt{(3x_0 - x_0)^2 + (x_0 + 3x_0)^2} = \sqrt{4x_0^2 + 16x_0^2} =$$

$$= \sqrt{20\,x_0^2} = \sqrt{20}\sqrt{\frac{1}{24}} = 2\sqrt{5}\sqrt{\frac{1}{24}} = 2\sqrt{\frac{25}{24}}.$$

Далее найдём a.

$$-3x_0 = x_0^5 + ax_0 \quad | : x_0 \neq 0$$

$$-3 = x_0^4 + a \quad , \text{ подставим } x_0$$

$$-3 = \frac{1}{24} + a$$

$$a = -3 - \frac{1}{24} = -\frac{72+1}{24} = -\frac{73}{24}$$

Ответ: $2\sqrt{\frac{25}{24}}$; $a = -\frac{73}{24}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$a+\frac{5}{b}=b+\frac{5}{c}=c+\frac{5}{a}=t$, где $t=const$;

$$\begin{cases} a+\frac{5}{b}=t \\ b+\frac{5}{c}=t \\ c+\frac{5}{a}=t \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=t-\frac{5}{b} \\ b=t-\frac{5}{c} \\ c=t-\frac{5}{a} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b=\frac{5}{c}-\frac{5}{b} \\ b-c=\frac{5}{a}-\frac{5}{c} \\ c-a=\frac{5}{b}-\frac{5}{a} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b=\frac{5(b-c)}{bc} \\ b-c=\frac{5(c-a)}{ac} \\ c-a=\frac{5(a-b)}{ab} \end{cases}$$

, Перемножим все уравнения

$(a-b)(b-c)(c-a)=\frac{(125)(a-b)(b-c)(c-a)}{(abc)^2}$, следовательно

$(abc)^2=125$, или какая-либо пара чисел одинакова, заметим, что это невозможно, рассмотрим без ограничения общности $a=b$,

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

тогда получим из равенства:

$a + \frac{5}{b} = b + \frac{5}{c}$, равенство:

$a + \frac{5}{a} = a + \frac{5}{c}$

$\frac{5}{a} = \frac{5}{c} \Rightarrow a = c$, но тогда все числа равны между собой чего не может быть, тогда остаётся 1 вариант:

$(abc)^2 = 125$, но тогда

$abc = \pm\sqrt{125} = \pm 5\sqrt{5}$, тогда наименьшее значение $abc = -5\sqrt{5}$.

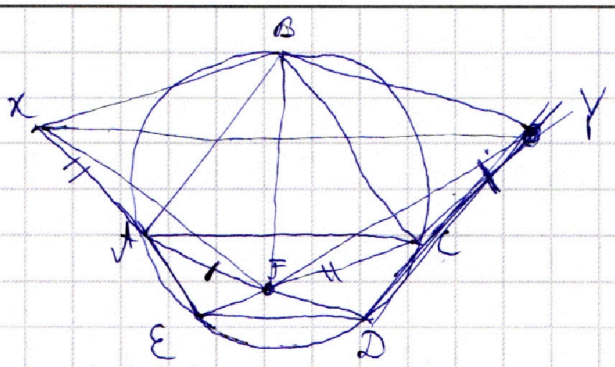
Ответ: $-5\sqrt{5}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



Дано:

$\triangle ABC$ - равнобед.

$FC = AK$, $AF = CY$,

$BF = 17$; $XY = 31$

Найти: S_{XBYF}

Решение:

1) $\triangle XFA = \triangle YFC \Rightarrow XF = FY$

2) $\triangle XBA$ равнобед $\Rightarrow XB = BA$

$\triangle YBC$ равнобед $\Rightarrow BC = BY$ $\Big| \overset{B}{\Rightarrow} BY = BX$.

3) $\triangle BYF$ и $\triangle BXF$ - равнобед $\Rightarrow BY = FY$,

$BX = FX \Rightarrow$ $BY = FY = XF = BX \Rightarrow XBYF$ -

ромб, тогда $S_{XBYF} = \frac{BF \cdot XY}{2} = 263{,}5$

Ответ: 263,5

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1
2 +
3
4
5
6 +
7

$$\begin{cases} a = t - \frac{5}{b} \\ b = t - \frac{5}{c} \\ c = t - \frac{5}{a} \end{cases}$$

$$a-b = \frac{5}{c} - \frac{5}{b}$$

$$b-c = \frac{5}{a} - \frac{5}{c}$$

$$c-a = \frac{5}{b} - \frac{5}{a}$$

$$\begin{cases} (a-b) = \frac{5(b-c)}{bc} \\ (b-c) = \frac{5(c-a)}{ac} \\ (c-a) = \frac{5(a-b)}{ab} \end{cases}$$

$$(a-b)(b-c)(c-a) = \frac{125\,(b-c)(c-a)(a-b)}{(abc)^2}$$

$$(abc)^2 = 125$$

$a=b$ | $a=c$ | $b=c$

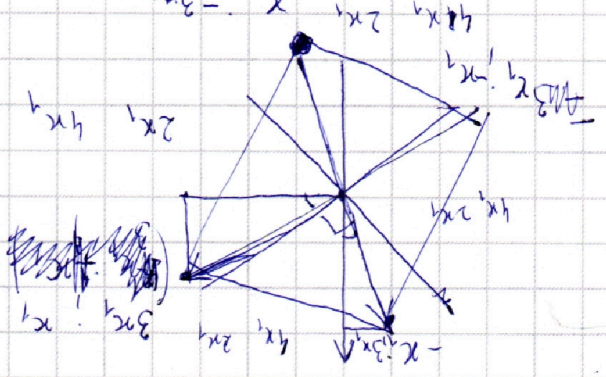
$a+\frac{5}{a} = a+\frac{5}{c} = c+\frac{5}{a}$ | $a+\frac{5}{b} = b+\frac{5}{a} = a+\frac{5}{b}$ | $a+\frac{5}{b} = b+\frac{5}{b} = b+\frac{5}{a}$

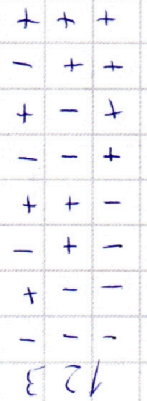
$a+\frac{5}{a} = a+\frac{5}{c} = c+\frac{5}{a}$

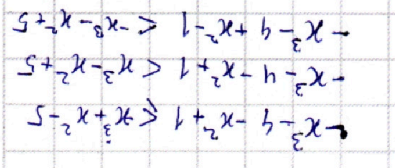
$\frac{5}{a} = \frac{5}{c}$

$5c = 5a$

$c = a$







На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1 $-x^3-4-x^2+1 \le -x^3+x^2-5$

2 $-x^3-4-x^2+1 \le x^3-x^2+5$

3 $-x^3-4+x^2-1 \le -x^3+x^2-5$

4 $-x^3-4+x^2-1 \le x^3-x^2+5$

5 $x^3+4-x^2+1 \le -x^3+x^2-5$

6 $x^3+4-x^2+1 \le x^3-x^2+5$

7 $x^3+4+x^2-1 \le -x^3+x^2-5$

8 $x^3+4+x^2-1 \le x^3-x^2+5$

$x^3-x^2+5 \ge 0$

$x^3-x^2+5=0$

$x^3=x^2-5$

$5=x^2(x-1)$

$x^2(y-2)-x(13y-27)+44y-94=0$

0,1 (mod 2)

9 $1(y-2)-x(y-3)-2\equiv 0$

$-xy+3-2\equiv 0$

$xy\equiv 1 \pmod 4$

$(y-2)-xy+3-2\equiv 0$

$y-xy+3\equiv 0$

$y(1-x)\equiv -3$

$y(1-x)\equiv 1 \pmod 4$

$2x^2-2\ge 0$

$2x^3-8\ge 0$

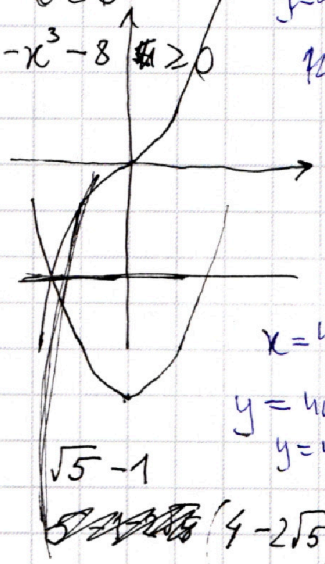
$0=0$

$x^3-x^2+5\ge 0$

$x^3-x^2+5\le 0$

$0=0$

$-x^3-8\ge 0$



$\sqrt{5}-1$

5 $(4-2\sqrt{5})(\sqrt{5}-2)$

$-2(2-\sqrt{5})(\sqrt{5}-2)$

$-2(5-4)=-2$

$-xy+3x-2\equiv 0$

$x(3-y)\equiv 2 \pmod 4$

$x=2$

$x=4$

$x\equiv 1$

$x\equiv 3$

$-2\equiv 2$

$x=2$

$2(3-y)\equiv 2$

$y=3-y\equiv 1$ $y\equiv 2$

$3-y\equiv 3$ $y\equiv 0$

$y^2-xy+3x\equiv 0$

$y-2y+2\equiv 0$

$y-y+2\equiv 0$

$y-3y+9\equiv$

$\equiv -2y+1\equiv 0$

$x=4k$

$y=4n$

$x=4k+2$

$y=4n+2$

$1\equiv 2y\equiv 1$

$y\equiv 0$

$x=4k+2$

$y=4n$

$y=4n+2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

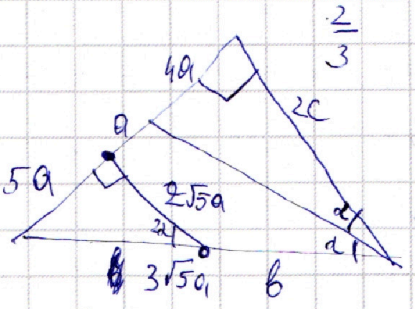
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~$16k^2+16k+4$~~

$94 = 2 \cdot 47$

11	11^2
1	1
2	4
3	9
4	5
6	43
5	3
7	5
8	

$25a^2 + 20a^2 = 45a^2 = 3\sqrt{5}a$



~~$\frac{2}{3}$~~

~~$\frac{9}{2}$~~

~~$\frac{100}{2}$~~

~~$\frac{5 \cdot 22}{2}$~~

~~$\frac{\cos 2\alpha}{2}$~~

$tg\,2\alpha = \frac{5a}{c} = 5\frac{a}{c} = 5t$

$tg\,\alpha = \frac{4a}{2c} = 2\frac{a}{c} = 2t$

$\frac{4t}{1-4t^2} = 5t$

$\frac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha} = \frac{5a}{c}$

$4 = 5 - 20t^2$

$a - 20c$

$20t^2 = 1$

$\frac{2 \cdot 2t}{1-4t^2} = 5t$

$t^2 = \frac{1}{20}$

$4t = 5t - 20t^2$

$t = \frac{1}{2\sqrt{5}}$

$20t^2 - t = 0$

$\frac{a}{c} = \frac{1}{2\sqrt{5}}$

$t = 20$

~~$\Rightarrow \frac{a}{c} = 20$~~

$c = 2\sqrt{5}\,a$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$x^2(y-2) - x(13y-27) + 44y - 94 = 0$

$D = (13y-27)^2 - 4(y-2)(44y-94) =$

$= 169y^2 - 702y + 729 - 4(44y^2 - 94y - 88y + 188) =$

$= 169y^2 - 702y + 729 - 176y^2 + 376y + 352y - 752 =$

$= -7y^2 + 26y - 33$

$x = \frac{13y - 27 \pm \sqrt{D}}{2y-4}$

$1 + \frac{5y - 5y'x}{y^2} = 0$ $\quad -7y^2 + 26y + 33 = 0$

$D = 676 - 4 \cdot 33 \cdot 7$

$13y - 27 + \sqrt{7y^2 - 26y + 33}$

$a + \frac{5}{b} = b + \frac{5}{c} = c + \frac{5}{a}$

$a = b + \frac{5}{c} - \frac{5}{b}$

$c = b + \frac{5}{c} - \frac{5}{a}$

$a - c = \frac{5}{b} - \frac{5}{a} = \frac{5a - 5b}{ab}$

$y^2 + 5y - 5y'x = 0$ $\quad ab = \frac{5(a-b)}{(a-c)}$

$a + b + c + \frac{5}{b} + \frac{5}{c} + \frac{5}{a} = 3t$

$a + b + c + \frac{(ab+bc+ca)5}{abc} = 3t$

$x + \frac{5x}{y} = 3t$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x^3 = x^2 + 5 \quad | \; x^2 - 1$$
$$x^3 + x^2 \quad | \; x$$

$$x^3 - x^2 + 5 \quad | \; x - 1$$
$$x \qquad\qquad | \; x^2$$

$$|x^3 + 4| + |x^2 - 1| \leq |x^3 - x^2 + 5|$$

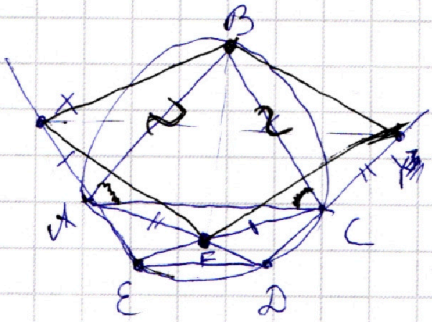
$$a + \frac{5}{b} = b + \frac{5}{c} = c + \frac{5}{a}$$

$$x^2(y-2) - x(13y-27) + 44y - 94 = 0$$

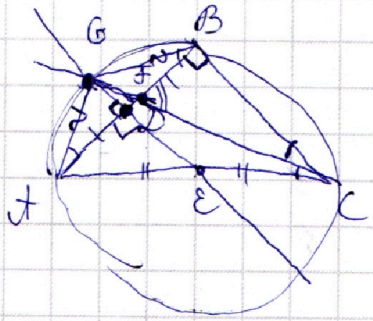
$BF = 17$

$XY = 31$

a, b, c



2^i



$$S_{BCF} = 16\, S_{DGF}$$

$$\frac{DG \cdot DF}{2} = S_{DGF}$$

$BF \quad k = 4$

$FD \cdot k = BF$

$GD \cdot k = BC$

$2^{i_a} \cdot 3^{j_a}$

$2^{i_b} \quad 3^{j_b}$

$2^{2i_b - i_a} \quad 3^{2i_b - i_a}$

$$\begin{cases} i_b - i_a = i_c - i_b \\ j_b - j_a = j_c - j_b \end{cases}$$

$i_a + i_b + 2i_b - i_a = 150$

$j_a + j_b + 2j_b - j_a = 300$

$3i_b = 150$

$3j_b = 300$

$i_b = 50$

$j_b = 100$

$2^{50-b_1} \quad 3^{100-b_2}$

$2^{50} \quad 3^{100}$

$2^{50+b_1} \quad 3^{100+b_2}$

$0 \leq b_1 \leq 5^{100}$

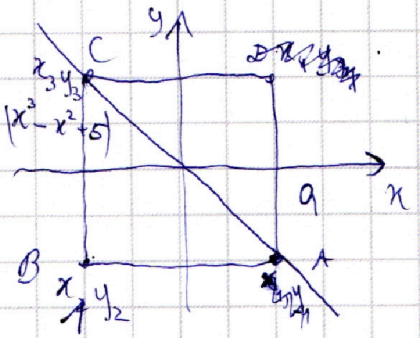
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$|x^3+y|+|x^2-1| \le |x^3-x^2+5|$

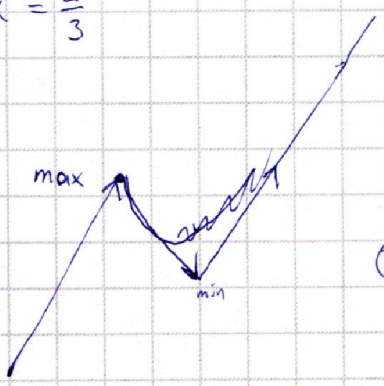


$3x^2-2x=0$

$x(3x-2)=0$

$x=0$

$x=\frac{2}{3}$



$A(x_1; -3x_1)$

$B(x_1-a; -3x_1)$

$C(3x_1-a; -3x_1+3a)$

x^3-x^2+5

$a = b - \frac{5}{b} + \frac{5}{c}$

$c = a + \frac{5}{b} - \frac{5}{a}$

$b = c + \frac{5}{a} - \frac{5}{c}$

$abc = \left(b - \frac{5}{b} + \frac{5}{c}\right)\left(a + \frac{5}{b} - \frac{5}{a}\right)\left(c + \frac{5}{a} - \frac{5}{c}\right)$

$abc = (ab + 5 - 9 - \frac{5b}{a} + \frac{9}{b} - \frac{25}{ab})abc$

$-26 + 27 + 88$

$x^2(y-2) - x(13y-27) + 4y^2 - 9y = 0$

$2x(y-2) = 13y - 27$

$x = \frac{13y-27}{2(y-2)}$

$2x(y-2) - (13y-27) = 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} -3x = x^5 + ax \\ x = 243x + 3ax \\ 3x = -x^5 - ax \\ -x = -243x - 3ax \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3x = x^5 + ax \\ x = 243x^5 + 3ax \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 = x^4 + a \quad /\cdot 3 \\ 1 = 243x^4 + 3a \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9 = -3x^4 - 3a \\ 1 = 243x^4 + 3a \end{cases}$$

$$10 = 240x^4$$

$$24x^4 = 1$$

$$x^4 = \frac{1}{24}$$

$$x = \sqrt[4]{\frac{1}{24}}$$

$3^5 = 243$

$81 \cdot 3$

$x^2(y-2) - xy + 2y - 1 = 0$

$-xy + 2y - 1 \equiv 0 \mod 3$

$y - 2 - xy + 2y - 1 \equiv 0 \mod 3$

$2y - 1 \equiv 0$

$y \equiv 2 \quad x \equiv 0 \mod 3$

$$\sqrt{(2x)^2 + (4x)^2} = \sqrt{4x^2 + 16x^2} =$$

$$= \sqrt{20} \cdot \sqrt{\frac{1}{24}} = 2\sqrt{\frac{25}{24}} = 2\sqrt{\frac{25}{24}}$$

$\frac{13y + 27}{y - 2}$ целое

$\frac{44y - 94}{y - 2}$ целое

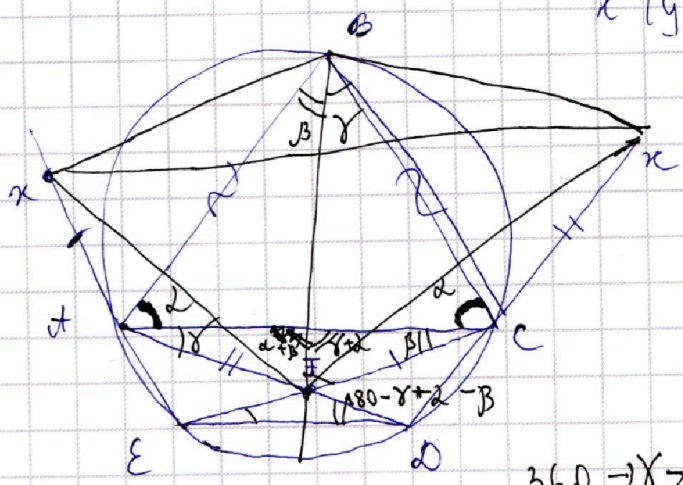
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$x^2(y-2) - x(13y-27)+44y-94=0$



$180-\gamma-\alpha-\beta$

$360-2\gamma-2\alpha-2\beta =$

$360-2\gamma-2\alpha-\beta=180$

$180-2\gamma-2\alpha-\beta$

$x=\dfrac{13y-27\pm\sqrt{7y^2-26y+33}}{2y-4}$ углы

$y-\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{3}{4}y^2-2y+1}\equiv 0$

$y\cdot 4 = 4$

4

17
×31
17
51
527
×26,3,5