



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 10 КЛАСС. Вариант 11

1. [4 балла] Решите неравенство

$$|x^3 + 4| + |x^2 - 1| \leq |x^3 - x^2 + 5|.$$

2. [4 балла] Сколько существует троек натуральных чисел  $(a; b; c)$  таких, что они образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию, а их произведение  $abc$  равно  $2^{150} \cdot 3^{300}$ ?

3. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющие уравнению

$$x^2(y - 2) - x(13y - 27) + 44y - 94 = 0.$$

4. [5 баллов] Вокруг треугольника  $ABC$  описана окружность  $\Omega$ . Точки  $D$  и  $E$  – середины сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно,  $CF$  – биссектриса угла  $C$  треугольника  $ABC$ . Прямые  $ED$  и  $CF$  пересекаются в точке  $G$ , принадлежащей  $\Omega$ . Найдите углы треугольника  $ABC$ , если известно, что площадь треугольника  $BCF$  в 16 раз больше площади треугольника  $DGF$ .

5. [4 балла] На координатной плоскости нарисован квадрат, все вершины которого лежат на графике функции  $y = x^5 + ax$ . Известно, что одна из диагоналей квадрата лежит на прямой  $y = -3x$ , а центр совпадает с началом координат. Найдите значение параметра  $a$  и сторону квадрата.

6. [5 баллов] Числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  не все равны между собой, и при этом

$$a + \frac{5}{b} = b + \frac{5}{c} = c + \frac{5}{a}.$$

Найдите минимально возможное значение произведения  $abc$ .

7. [6 баллов] Равнобедренный треугольник  $ABC$  ( $AB = BC$ ) вписан в окружность  $\omega$ , а на дуге  $AC$ , не содержащей точку  $B$ , взяты точки  $E$  и  $D$  так, что отрезки  $AD$  и  $CE$  пересекаются в точке  $F$ . На лучах  $EA$  и  $DC$  отметили точки  $X$  и  $Y$  соответственно таким образом, что  $AX = CF$  и  $CY = AF$ . Найдите площадь четырёхугольника  $BXYF$ , если  $BF = 17$ ,  $XY = 31$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Голосование

8 случаев раскрытия

модуля.

1)  $x^3 + 4 + x^2 + 1 \leq -x^3 + x^2 - 5$

2)  $-x^3 - 4 - x^2 + 1 \leq x^2 - x^2 + 5$

3)  $-x^3 - 4 + x^2 - 1 \leq -x^3 + x^2 - 5$

4)  $-x^3 - 4 + x^2 - 1 \leq x^3 - x^2 + 5$

5)  $x^3 + 4 - x^2 + 1 \leq -x^3 + x^2 - 5$

6)  $x^3 + 4 + x^2 - 1 \leq -x^3 - x^2 + 5$

7)  $x^3 + 4 + x^2 - 1 \leq -x^3 + x^2 - 5$

8)  $x^3 + 4 + x^2 - 1 \leq x^3 - x^2 + 5$

Трехобразуем и получим

1)  $x^2 - 1 \geq 0$

2)  $x^3 - 4 \geq 0$

3)  $0 = 0$

4)  $x^3 - x^2 + 5 \geq 0$

5)  $x^3 - x^2 + 5 \leq 0$

6)  $0 = 0$

7)  $x^3 - 4 \leq 0$

8)  $x^2 - 1 \leq 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Так как  $a \cdot b \cdot c = 2^{150} \cdot 3^{300}$ , то можно представить  $a, b, c$  в виде

$$a = 2^{i_a} \cdot 3^{j_a}$$

$$b = 2^{i_b} \cdot 3^{j_b}$$

$c = 2^{i_c} \cdot 3^{j_c}$ , чтобы дана возможность геометрическая прогрессия должна выполняться условие.

$$\begin{cases} i_b - i_a = i_c - i_b \\ j_b - j_a = j_c - j_b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_b = 2i_b - i_a \\ j_c = 2j_b - j_a \end{cases}, \text{ тогда}$$

$$\begin{cases} i_a + i_b + i_c = 150 \\ j_a + j_b + j_c = 300 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3i_b = 150 \\ 3j_b = 300 \end{cases}, \text{ тогда}$$

$i_b = 50$ ,  $j_b = 100$  при любом выполнении, тогда запишем  $a, b, c$  в следующем виде.

$$a = 2^{50-d_1} \cdot 3^{100-d_2}$$

$$b = 2^{50} \cdot 3^{100}$$

$$c = 2^{50+d_1} \cdot 3^{100+d_2}, \text{ где } 0 \leq d_1 \leq 50, 0 \leq d_2 \leq 50,$$

где при  $d_1 = d_2 = 0$ , прогрессия будет стационарной, то есть с постоянными равными 1.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Многа кол-во существующих последовательностей  
стей  $a, b, c$  определяется кол-вами  
выборов  $d_1$  и  $d_2$ , тогда всего  
последовательностей  $51 \cdot 101 = 5151$ ,  
где 51 способ выбрать  $d_1$  и 101 способ  
выбрать  $d_2$ .

Ответ: 5151.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача. Исследовать, для каких значений  $y$  квадратное уравнение

$$x^2(y-2) - x(13y-27) + 44y - 94 = 0$$

имеет по меньшей мере один корень.

$$\frac{-(13y-27)}{y-2} = x_1 + x_2, \text{ где } x_1, x_2 \text{ - целые.}$$

$$\frac{44y - 94}{y-2} = x_1 x_2, \text{ где } x_1, x_2 \text{ - целые}$$

Следовательно  $\frac{13y-27}{y-2}$  — целое и

$\frac{44y-94}{y-2}$  — целое, значит,

$$\frac{13y-27}{y-2} = 13 - \frac{1}{y-2}, \frac{1}{y-2} — \text{целое,}$$

значит  $y = 3$  или  $1$ , дальше рассмотрим.

$$\frac{44y-94}{y-2} = 44 - \frac{6}{y-2}, \text{ где } y=3 \text{ и } y=1 \text{ подходит,}$$

менять по  $y=3$  и  $y=1$  найдём  $x$ .

$$1) y=3$$

$$x^2 - x(39-27) + 132 - 94 = 0$$

$$x^2 - 12x + 38 = 0$$

$$\Delta = 144 - 4 \cdot 38 = 144 - 152 < 0, \text{ значит целых } x \text{ при}$$

данном  $y=3$  нет.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Рассмотрим  $y = 1$

$$\cancel{x^2} - x^2 - x(13 - 27) + 44 - 9 \cdot 4 = 0$$

$$-x^2 + 14x - 50 = 0$$

$$x^2 - 14x + 50 = 0$$

$$D = 196 - 4 \cdot 50 = 196 - 200 \leq 0$$

Значит и при  $y = 1$  нет действительных корней, заметив, что других  $y$  не существует и наше возможное противоречие с выше написанным расцесседиент.

Ответ: корней нет.



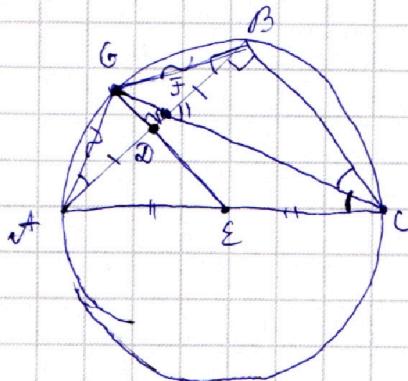
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

т.ВС описан окружностью

$\Omega$ , CF - диссектриса,

D, E - середины тВ и тC,

$CF \cap DE = F$ ,  $F \in \Omega$ .

$$S_{\triangle CF} = 16 S_{\triangle DF}$$

Найти:  $\angle$  ~~4~~ треугольника тBC.

Решение:

1)  $\angle BCF = \angle G + F$  (отмечается на одну группу).

~~2)~~  $\angle GCF = \angle GBF$  (отмечается на одну группу).

Так как  $\angle BCG = \angle GCF$  (CF - диссектриса), то  $\angle GBF =$

$= \angle GAF \Rightarrow \triangle BGF - равнобедр.  $\Rightarrow GD$  - биссектриса$

( $GD = BD$ ).  $\Rightarrow \angle GDE = 180^\circ - \angle GDF = 90^\circ$ .

2) D, E - середины тB и тC.  $\Rightarrow DE$  - средняя линия

$DE \parallel BC$ ,  $\Rightarrow \angle GDE = \angle GBC = 90^\circ$ ,

3)  $\angle GFD = \angle BFC$  (но сб-бы вертикальные углы)  $\Rightarrow \triangle BFC \sim \triangle GFD$

~~4)~~  $\angle FBC = \angle GDF = 90^\circ$

по гипотенузам

4) Понад координатам подсчита равен  $R = \sqrt{\frac{S_{\triangle CF}}{S_{\triangle GDF}}} = 4$ ,

тогда  $BF = 4DF$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

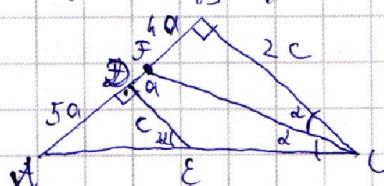
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Могла получиться следующий треугольник.



Введём обозначения  $\angle FCB = \alpha$ ,  $\angle DEC = c$ ,

$\angle FDB = \alpha$ , тогда  $\angle DEC + \alpha = 2\alpha = \angle ACF$ , ( $BC \parallel DE$ ),

$\angle BFD = \angle FDB = \angle DEC + \angle FDB = 5\alpha$ .

Заметим, что  $\tan \alpha = \frac{4a}{2c}$  из  $\triangle FCB$ ; также

$\tan 2\alpha = \frac{5a}{c}$  из  $\triangle DEC$ , тогда обозначим

$\frac{\alpha}{c} = t$ , тогда  $\tan \alpha = 2t$ ;  $\tan 2\alpha = 5t$ ,

$\tan 2\alpha = \frac{2\tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = 5t$ , ~~но~~ получаем  $\tan \alpha$ ,

$$\frac{2 \cdot 2t}{1 - 4t^2} = 5t$$

$$4 = 5 - 20t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{\alpha}{c} = \sqrt{\frac{1}{20}},$$

~~значит~~ тогда  $\tan 2\alpha = 5 \cdot \sqrt{\frac{1}{20}} = \sqrt{\frac{25}{20}} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

Могла  $\angle ACF = \arctan \frac{\sqrt{5}}{2}$ , значит  $\angle BAC = 90^\circ -$

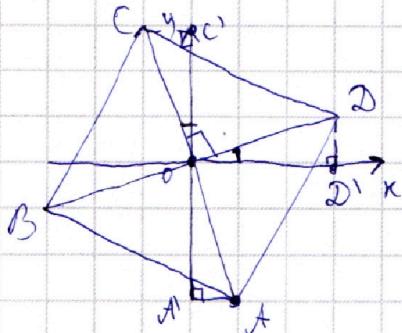
$$-\arctan \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Ответ:  $90^\circ$ ;  $\arctan \frac{\sqrt{5}}{2}$ ;  $90^\circ - \arctan \frac{\sqrt{5}}{2}$ .

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Обозначим координаты

точки  $A(x_0; y_0)$ ,

тогда  $y_0 = -3x_0$ , так как

по условию ~~угол~~ диагональ

лежит на прямой  $y = -3x$ . Так как

центр сопряжения с начальными координатами, то

с центром координатами  $C(-x_0; 3x_0)$ , ( $CC' = d \cdot v$ ,

т.к.  $\angle COA = 90^\circ$ ,  $O$ -~~центр~~;  $\angle COC' = \angle AOD$ ,  $\angle CC'D = \angle OAD$ )

Тогда  $D$  имеет координаты  $(3x_0; x_0)$

$\triangle AOD \sim \triangle COC'$  ( $\angle CC'0 = \angle DOD' = 90^\circ$ ;  $CO = DO$ ,  $O$ -центр;

$\angle DOD' = \angle COC'$  ( $\angle COD = 90^\circ$ ;  $\angle C'OD' = 90^\circ \Rightarrow \angle COC' = \angle DOD'$ )

Последовательно ~~запишем~~ координаты точки  $A$  в

формуле  $y = x^5 + ax$ , находим.

$$\begin{cases} -3x_0 = x_0^5 + ax_0 \end{cases} \quad | : -3$$

$$\begin{cases} x_0 = 24x_0^5 + 3ax_0 \end{cases}, \text{ сложим.}$$

$$10x_0 = 240x_0^5 + 3ax_0 - 3ax_0$$

$$24x_0^5 = x_0$$

$$x_0^4 = \frac{1}{24}$$

$$x_0 = \sqrt[4]{\frac{1}{24}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Многая сторона квадрата имеет длину.

$$|\vec{AD}| = \sqrt{(3x_0 - x_0)^2 + (x_0 + 3x_0)^2} = \sqrt{9x_0^2 + 16x_0^2} = \\ = \sqrt{25x_0^2} = \sqrt{25} \sqrt{\frac{1}{24}} = 2 \sqrt{5} \sqrt{\frac{1}{24}} = 2 \sqrt[4]{\frac{25}{24}}.$$

Данее найдём а.

$$-3x_0 = x_0^4 + ax_0 \quad | : x_0 \neq 0$$

~~х677243х5/23000~~

$$-3 = x_0^4 + a \quad , \text{ подставив } x_0$$

$$-3 = \frac{1}{24} + a$$

$$a = -3 - \frac{1}{24} = -\frac{72+1}{24} = -\frac{73}{24}$$

$$\text{Ответ: } 2\sqrt[4]{\frac{25}{24}} ; a = -\frac{73}{24} .$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a + \frac{5}{6} = b + \frac{5}{c} = c + \frac{5}{a} = t, \text{ где } t = \text{const};$$

$$\begin{cases} a + \frac{5}{6} = t \\ b + \frac{5}{c} = t \\ c + \frac{5}{a} = t \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = t - \frac{5}{6} \\ b = t - \frac{5}{c} \\ c = t - \frac{5}{a} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - b = \frac{5}{c} - \frac{5}{6} \\ b - c = \frac{5}{a} - \frac{5}{c} \\ c - a = \frac{5}{6} - \frac{5}{a} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - b = \frac{5(b-c)}{bc} \\ b - c = \frac{5(c-a)}{ac} \\ c - a = \frac{5(a-b)}{ab} \end{cases}$$

, перенесем все уравнения

$$(a-b)(b-c)(c-a) = \frac{(a-b)(b-c)(c-a)}{(abc)^2}, \text{ следовательно}$$

$$(abc)^2 = 125, \text{ или какая-либо пара}$$

чисел одинаковы, заметим, что

это невозможно, рассмотрим без

ограничения однозначности  $a = b$ ,

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

могда получили из равенства

$$a + \frac{5}{b} = b + \frac{5}{c}, \text{ равенство:}$$

$$a + \frac{5}{a} = a + \frac{5}{c}$$

$$\frac{5}{a} = \frac{5}{c} \Rightarrow a = c, \text{ но тогда все } \overset{\text{числа}}{=}$$

между собой zero не может быть, тогда  
остаётся 1 вариант:

$$(abc)^2 = 125, \text{ но тогда}$$

$$abc = \pm \sqrt{125} = \pm 5\sqrt{5}, \text{ тогда наименьшее  
значение } abc = -5\sqrt{5}.$$

Ответ:  $-5\sqrt{5}$ .

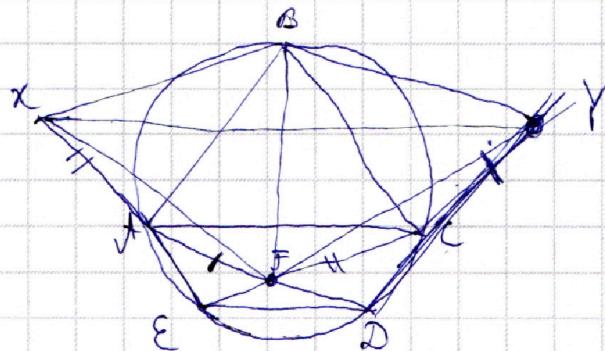
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

$\triangle XFC$  - равнодел.

$$FC = XC, \quad XF = CY,$$

$$BF = 17; \quad XY = 39$$

Найти:  $S_{XBYF}$ .

Решение:

$$1) \quad \triangle XFC \cong \triangle YFC \Rightarrow XF = FY$$

$$2) \quad \triangle XBA \text{ равнодел} \Rightarrow XB = BA \quad | \quad \begin{matrix} B \\ = \end{matrix} \Rightarrow BY = BX.$$
  
$$\triangle YBC \text{ равнодел} \Rightarrow BC = BY$$

$$3) \quad \triangle BYF \text{ и } \triangle BXF \text{ - равнодел} \Rightarrow BY = FY = XF = BX, \Rightarrow XBYF -$$
  
$$\text{расп}, \text{ тогда } S_{XBYF} = \frac{BF \cdot XY}{2} = 263,5$$

Ответ: 263,5.

123  
4

1 2 3  
0 0 0

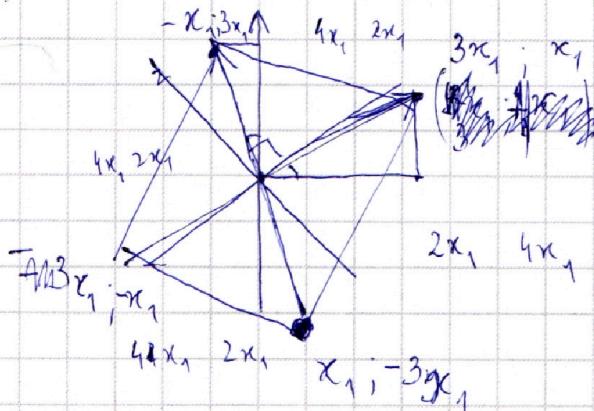
1 2 3

$$\begin{array}{l} - - - \\ - - + \\ - + - \\ - + + \\ + - - \\ + - + \\ + + - \\ + + + \end{array}$$

$$x^3 - 4 - x^2 + 1 \leq x^3 + x^2 - 5$$

$$-x^3 - 4 + x^2 + 1 < x^3 - x^2 + 5$$

$$-x^3 - 4 + x^2 - 1 < -x^3 - x^2 + 5$$



$$x_1 + 9x_1$$

$$c = a$$

$$5c = 5a$$

$$\frac{a}{5} = \frac{c}{5}$$

$$a + \frac{a}{5} = a + \frac{c}{5} = c + \frac{a}{5}$$

$$a + \frac{a}{5} = a + \frac{5}{5}c = c + \frac{a}{5} \quad a + \frac{a}{5} = a + \frac{9}{5}a = a + \frac{9}{5}a = 6 + \frac{9}{5}a$$

$$a = c \quad b = c$$

$$a = b$$

$$(a-bc) = 125$$

$$\overline{(g-a)(b-c)(c-a)} = 125 (b-c)(g-a)$$

333333

$$(c-a) = \frac{a-b}{5(a-b)}$$

$$(b-c) = \frac{a-c}{5(a-b)}$$

$$(a-b) = \frac{b-c}{5(b-c)}$$

$$a-c = \frac{b}{5} - \frac{a}{5}$$

$$b-c = \frac{c}{5} - \frac{b}{5}$$

$$a-b = \frac{b}{5} - \frac{a}{5}$$

$$c = t - \frac{b}{5}$$

$$b = t - \frac{c}{5}$$

$$a = t - \frac{b}{5}$$

+  
6  
5  
4  
3  
2  
1

Спахнна снтареца хепонаком и хе инхепарета. Топла QR-кодиа хепонакима!

Ежин отмехо борее охюн зајдан ини отмехо хе спахнна:

1    2    3    4    5    6    7



Пеумехе котопун тупектаратено хе спахнна:

Отмехе крептикном хоме зајдан,

Ха охюн спахнне мокмо опомжити топло доны зајдан.

MFTN

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$1 -x^3 - 4 -x^2 + 1 \leq -x^3 + x^2 - 5$$

$$2x^2 - 2 \geq 0$$

$$2 -x^3 - 4 -x^2 + 1 \leq x^2 -x^2 + 5$$

$$2x^3 - 8 \geq 0$$

$$3 -x^3 - 4 +x^2 - 1 \leq -x^3 + x^2 - 5$$

$$0 = 0$$

$$4 -x^3 - 4 +x^2 - 1 \leq x^3 - x^2 + 5$$

$$4x^3 - x^2 + 5 \geq 0$$

$$5 x^3 + 4 -x^2 + 1 \leq -x^3 + x^2 - 5$$

$$x^3 - x^2 + 5 \leq 0$$

$$6 x^3 + 4 -x^2 + 1 \leq -x^3 + x^2 + 5$$

$$0 = 0$$

$$7 x^3 + 4 +x^2 - 1 \leq -x^3 + x^2 - 5$$

$$-x^3 - 8 \geq 0$$

$$8 x^3 + 4 +x^2 - 1 \leq x^3 - x^2 + 5$$

$$y \geq 1$$

$$x^3 - x^2 + 5 \geq 0$$

$$x = 4k + 1$$

$$x^3 - x^2 + 5 = 0$$

$$y = 4n + 1$$

$$x^3 = x^2 - 5$$

$$x = 4k + 2$$

$$5 = x^2(x-1)$$

$$y = 4n + 2$$

$$x^2(y-2) - x(13y-27) + 44y - 94 = 0$$

$$\cancel{5} \cancel{27} \cancel{44} (y-2\sqrt{5})(\sqrt{5}-2)$$

$$10 \mid (y-2) - x(y-3) - 2 \Rightarrow$$

$$-2(2-\sqrt{5})(\sqrt{5}-2)$$

$$97(y-2) - x(y-3) - 2 = 0$$

$$-2(5-y) = -2$$

$$-xy + 3 - 2 = 0$$

$$x=2$$

$$-ky + 3x - 2 = 0$$

$$xy \equiv 1 \pmod{4}$$

$$x=4$$

$$-x(3-y) \equiv 2 \pmod{4}$$

$$(y-2) - xy + 3 - 2 = 0$$

$$x \equiv 1$$

$$z \equiv 2$$

$$y - xy + 3 = 0$$

$$x \equiv 3$$

$$2(3-y) \equiv 2$$

$$24y(1-x) = -3$$

$$-2 \equiv 2$$

$$y = 3-y \equiv 1 \quad y \equiv 2$$

$$y(1-x) \equiv 1 \pmod{4}$$

$$3-y \equiv 3 \quad y \equiv 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(18k^3 + 16k + 24k)$$

$$94 = 2 \cdot 47$$

$$11 \quad 11^2$$

$$1 \quad 1$$

$$2 \quad 4$$

$$3 \quad 9$$

$$4 \quad 5$$

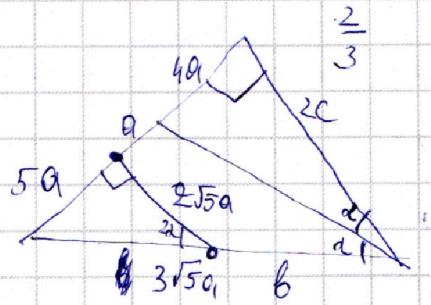
$$6 \quad 13$$

$$5 \quad 3$$

$$7 \quad 5$$

$$8$$

$$25a^2 + 2001^2 = 45a^2 = 3\sqrt{5}a$$



$$\frac{5}{25} = \frac{a}{c}$$

$$108^\circ$$

$$52^\circ 22' 22''$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{5a}{c} = 5 \frac{a}{c} = 5t$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{2c} = 2 \frac{a}{c} = 2t$$

$$\frac{4t}{1-4t^2} = 5t$$

$$\frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1-\operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{5a}{c}$$

$$4 = 5 - 20t^2$$

$$a = 20c$$

$$20t^2 = 1$$

$$\frac{2 \cdot 2t}{1-4t^2} = 5t$$

$$t^2 = \frac{1}{20}$$

$$4t = 5t - 20t^2$$

$$t = \frac{1}{2\sqrt{5}}$$

$$20t^2 - t = 0$$

$$\frac{a}{c} = \frac{1}{2\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{c} = 20$$

$$c = 2\sqrt{5}a$$

$$y^2 + 5y - 5y = 0 \quad | :y$$

$$\frac{5b-61}{5b} = \frac{(a-c)}{(a-c)}$$

$$a - c = \frac{5}{5} - \frac{9}{9} = \frac{5a-5b}{5a}$$

$$a + b + c = \frac{(a+b+c)5}{5} = 3t$$

$$a + b + c + \frac{5}{5} + \frac{c}{a} + \frac{5}{5} = 3t$$

$$a = b + \frac{5}{5} - \frac{6}{6}$$

$$a + \frac{5}{5} = b + \frac{5}{5} = c + \frac{5}{5}$$

$$\underline{13y^2 - 27 + \sqrt{7y^2 - 26y + 33}}$$

$$Q = 676 - 4 \cdot 33 \cdot t$$

$$1 + \frac{5y-5y}{5y-5y} = \frac{y^2 - 26y + 33}{5y-5y} = 0$$

$$x = \frac{13y^2 - 27 + \sqrt{25}}{25}$$

$$\Leftrightarrow -7y^2 + 26y - 33 = 0$$

$$169y^2 - 702y + 729 - 176y^2 + 376y + 352y - 752 =$$

$$169y^2 - 702y + 729 - 4(44y^2 - 94y - 88y + 188) =$$

$$= (169y^2 - 27) - 4(y^2 - 2)(44y - 94) = Q$$

$$x^2(y-2) - x(13y^2 - 27) + 44y - 94 = 0$$

Спомога чи таємна геометрія та мобільний телефон QR-коди на таємній

Если откроете ссылку изображение на смартфоне, то пада QR-коди на таємній

1    2    3    4    5    6    7



Помітте котою підказкою маєте відповісти:

Ha аудіо чи таємна мовчання таємно аудіо зажаря.

**MFTN**

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

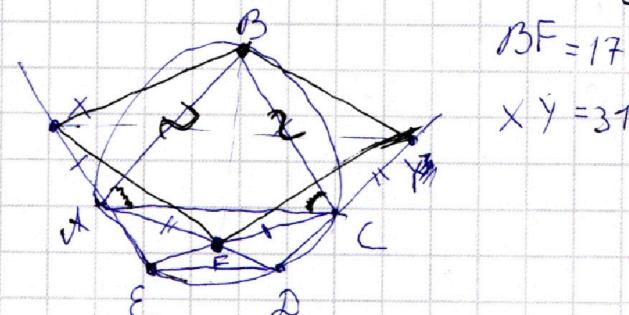
$$\frac{x^3 - x^2 + 5}{x} \quad |x^3 + 4| + |x^2 - 1| \leq |x^3 - x^2 + 5|$$

$$\frac{x^3 - x^2 + 5}{x} \quad 0 + \frac{5}{6} = b + \frac{5}{c} = c + \frac{5}{9}$$

$$x^2(y-2) - x(13y-27) + 44y - 94 = 0$$

a, b, c

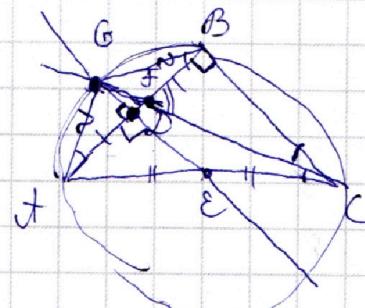
2<sup>i</sup>



$$BF = 17$$

$$xy = 31$$

$$\begin{aligned} 2^i & \cdot 3^j \\ 2^k & \cdot 3^l \\ 2^{i_6} & \cdot 3^{j_6} \\ 2^{i_6-a} & \cdot 3^{j_6-i_6} \\ 2^i & \cdot 3^j \end{aligned}$$



$$S_{BCF} = 16 S_{BGF}$$

$$\frac{2G \cdot 2F}{2} = S_{OGF}$$

$$BF \cdot k = 4$$

$$FD \cdot k = BF$$

$$GD \cdot BA \cdot k = BC$$

$$i_9 + i_6 + 2i_6 - i_9 = 150$$

$$i_9 + i_6 + 2i_6 - i_9 = 300$$

$$3i_6 = 150$$

$$3i_6 = 300$$

$$i_6 = 50$$

$$i_6 = 100$$

$$2^{50-b_1} \cdot 3^{100-b_2}$$

$$2^{50} \cdot 3^{100}$$

$$2^{50+b_1} \cdot 3^{100+b_2}$$

$$0 \leq b_1 \leq 5$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

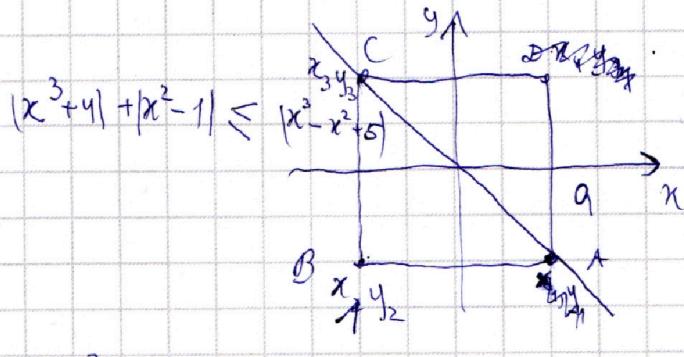
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3x^2 - 2x = 0$$

$$x(x(3x-2))=0 \quad A(x_1; -3x_1)$$

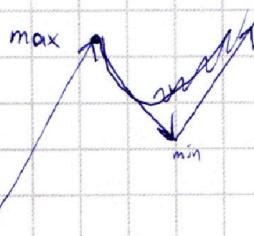
$$x(3x-2)=0 \quad B(x_1-a; -3x_1)$$

$$x=0$$

$$C(3x_1-a; -3x_1+3a)$$

$$x=\frac{2}{3}$$

$$a = b - \frac{5}{6} + \frac{5}{c}$$



$$c \geq b \geq \frac{5}{6} \geq \frac{5}{a}$$

$$c = a + \frac{5}{6} - \frac{5}{a}$$

$$b = c + \frac{5}{a} - \frac{5}{c}$$

$$abc = \left(b - \frac{5}{6} + \frac{5}{c}\right)\left(a + \frac{5}{6} - \frac{5}{a}\right)\left(c + \frac{5}{a} - \frac{5}{c}\right)$$

$$abc = \left(a \cdot b + 5 - \frac{5b}{a}\right) - \frac{5a}{6}$$

$$2x(y-2) = x^2(3y-2)$$

~~Было бы~~

$$88 + 27 + 92 -$$

$$a = h(y - 2) - (x - h)x$$

$$88 + 27 + 92 -$$

$$0 = h^2 - 2x^2 - 13xy + 2x^2 + 9h^2 + 2x^2 - 13xy - 2x^2$$

$$0 = h^2 - 2x^2 + (x^2 - 13xy) - x^2 - (y - 2)x^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} -3x = x^5 + ax \\ x = 243x + 3ax \\ 3x = -x^5 - ax \\ -x = -243x - 3ax \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 56 \\ \hline 14 \end{array}$$

$$3^5 = 243$$

$$81 \cdot 3$$

$$x^2(y-2) - x^3y + 2y - 1 = 0$$

$$-xy + 2y - 1 \equiv 0 \pmod{3}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -3x = x^5 + ax \\ x = 243x^5 + 3ax \end{array} \right. \quad \begin{array}{r} 132 \\ 24 \\ \hline 38 \end{array} \quad y - 2 - xy + 2y - 1 \equiv 0 \pmod{3}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 243x^5 + 3ax \\ \frac{39}{27} \end{array} \right. \quad 2y - 1 \equiv 0 \quad y \equiv 2 \quad x \equiv 0 \pmod{3}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -3 = x^4 + a \\ 1 = 243x^4 + 3a \end{array} \right. \quad | \cdot 3 \quad \begin{array}{r} 17 \\ -243 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ 12 \\ \hline 132 \\ 12 \\ \hline 4 \\ 3 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 9 = -3x^4 + 3a \\ 1 = 243x^4 + 3a \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} 38 \\ 4 \\ \hline 152 \end{array}$$

$$10 = 240x^4$$

$$\sqrt{(2x)^2 + 4x^2} = \sqrt{4x^2 + 16x^2} =$$

$$= \sqrt{20 \cdot \sqrt{\frac{1}{24}}} = 2 \sqrt{\frac{25}{24}} = 2 \sqrt{\frac{25}{24}}$$

$$\frac{13y + 27}{y - 2} \text{ чесное}$$

$$\frac{44y - 94}{y - 2} \text{ чесное}$$

$$24x^4 = 1$$

$$x^4 = \frac{1}{24}$$

$$x = \sqrt[4]{\frac{1}{24}}$$

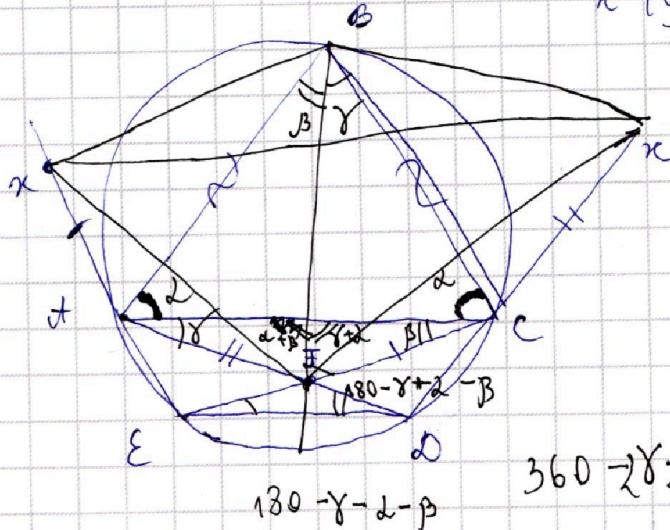
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2(y-2) \sim x(13y-27+4y) \Rightarrow y=0$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 31 \\ \hline 17 \\ 51 \\ \hline 527 \\ \times 2635 \end{array}$$

$$360 - 2\gamma - 2\delta - 2\beta =$$

$$360 - 2\gamma - 2\delta - 2\beta = 180$$

$$180 - 2\gamma - 2\delta - 2\beta$$

$$x = \frac{13y - 27 \pm \sqrt{7y^2 - 26y + 33}}{2y - 4} \quad \text{услов}$$

$$y - \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{3}{4}y^2 - 2y + 1} = 0$$

$$\frac{y - 4 \pm \sqrt{3}}{2} = 0$$