



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 11



1. [4 балла] Решите неравенство

$$|x^3 + 4| + |x^2 - 1| \leq |x^3 - x^2 + 5|.$$

2. [4 балла] Сколько существует троек натуральных чисел $(a; b; c)$ таких, что они образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию, а их произведение abc равно $2^{150} \cdot 3^{300}$?

3. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$x^2(y - 2) - x(13y - 27) + 44y - 94 = 0.$$

4. [5 баллов] Вокруг треугольника ABC описана окружность Ω . Точки D и E – середины сторон AB и AC соответственно, CF – биссектриса угла C треугольника ABC . Прямые ED и CF пересекаются в точке G , принадлежащей Ω . Найдите углы треугольника ABC , если известно, что площадь треугольника BCF в 16 раз больше площади треугольника DGF .

5. [4 балла] На координатной плоскости нарисован квадрат, все вершины которого лежат на графике функции $y = x^5 + ax$. Известно, что одна из диагоналей квадрата лежит на прямой $y = -3x$, а центр совпадает с началом координат. Найдите значение параметра a и сторону квадрата.

6. [5 баллов] Числа a , b и c не все равны между собой, и при этом

$$a + \frac{5}{b} = b + \frac{5}{c} = c + \frac{5}{a}.$$

Найдите минимально возможное значение произведения abc .

7. [6 баллов] Равнобедренный треугольник ABC ($AB = BC$) вписан в окружность ω , а на дуге AC , не содержащей точку B , взяты точки E и D так, что отрезки AD и CE пересекаются в точке F . На лучах EA и DC отметили точки X и Y соответственно таким образом, что $AX = CF$ и $CY = AF$. Найдите площадь четырёхугольника $BXFY$, если $BF = 17$, $XY = 31$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим 8 случаев раскрытия
модуля.

1) ~~$x^3 + 4 + x^2 - 1 \leq x^3 - x^2 + 5$~~

1) $-x^3 - 4 - x^2 + 1 \leq -x^3 + x^2 - 5$

2) $-x^3 - 4 - x^2 + 1 \leq x^3 - x^2 + 5$

3) $-x^3 - 4 + x^2 - 1 \leq -x^3 + x^2 - 5$

4) $-x^3 - 4 + x^2 - 1 \leq x^3 - x^2 + 5$

5) $x^3 + 4 - x^2 + 1 \leq -x^3 + x^2 - 5$

6) $x^3 + 4 + x^2 - 1 \leq -x^3 - x^2 + 5$

7) $x^3 + 4 + x^2 - 1 \leq -x^3 + x^2 - 5$

8) $x^3 + 4 + x^2 - 1 \leq x^3 - x^2 + 5$

Требования и получим

1) $x^2 - 1 \geq 0$

2) $x^3 - 4 \geq 0$

3) $0 = 0$

4) $x^3 - x^2 + 5 \geq 0$

5) $x^3 - x^2 + 5 \leq 0$

6) $0 = 0$

7) $x^3 - 4 \leq 0$

8) $x^2 - 1 \leq 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Так как $a \cdot b \cdot c = 2^{150} \cdot 3^{300}$, то можно
представить a, b, c в виде

$$a = 2^{i_a} \cdot 3^{j_a}$$

$$b = 2^{i_b} \cdot 3^{j_b}$$

$$c = 2^{i_c} \cdot 3^{j_c}, \text{ чтобы была возмможна}$$

геометрическая прогрессия должно
выполняться условие.

$$\begin{cases} i_b - i_a = i_c - i_b \\ j_b - j_a = j_c - j_b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_c = 2i_b - i_a \\ j_c = 2j_b - j_a \end{cases}, \text{ тогда}$$

$$\begin{cases} i_a + i_b + i_c = 150 \\ j_a + j_b + j_c = 300 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3i_b = 150 \\ 3j_b = 300 \end{cases}, \text{ тогда}$$

$i_b = 50, j_b = 100$ при любых вариантах, тогда

запишем a, b, c в следующем виде.

$$a = 2^{50-d_1} \cdot 3^{100-d_2}$$

$$b = 2^{50} \cdot 3^{100}$$

$$c = 2^{50+d_1} \cdot 3^{100+d_2}, \text{ где } 0 \leq d_1 \leq 50, 0 \leq d_2 \leq 50,$$

где при $d_1 = 0$ и $d_2 = 0$, прогрессия

будет стационарной, т.е. с частотами
равными 1.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Тогда кол-во существующих последовательностей a, b, c определяется кол-вом выборов d_1 и d_2 , тогда всего

последовательностей $51 \cdot 101 = 5151$,

где 51 способ выбрать d_1 , и 101 способ выбрать d_2 .

Ответ: 5151.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задание рассмотреть данное выражение
выразить x через y как квадратное уравнение.

$$x^2(y-2) - x(13y-27) + 44y - 94 = 0$$

Тогда, по теореме Виета

$$-\frac{(13y-27)}{y-2} = x_1 + x_2, \text{ где } x_1, x_2 - \text{целые.}$$

$$\frac{44y-94}{y-2} = x_1 x_2, \text{ где } x_1, x_2 - \text{целые}$$

Следовательно $\frac{13y-27}{y-2}$ - целое и

$\frac{44y-94}{y-2}$ - целое, тогда,

$$\frac{13y-27}{y-2} = 13 - \frac{1}{y-2}, \text{ где } \frac{1}{y-2} - \text{целое,}$$

значит $y = 3$ или 1 , далее рассмотрим

$$\frac{44y-94}{y-2} = 44 - \frac{6}{y-2}, \text{ где } y = 3 \text{ и } y = 1 \text{ подходят,}$$

теперь по $y = 3$ и $y = 1$ найдем x .

1) $y = 3$

$$x^2 - x(39-27) + 132 - 94 = 0$$

$$x^2 - 12x + 38 = 0$$

$$D = 144 - 4 \cdot 38 = 144 - 152 < 0, \text{ значит целых } x \text{ при}$$

данном $y = 3$ нет.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим $y = 1$

$$-x^2 - x(13 - 27) + 44 - 94 = 0$$

$$-x^2 + 14x - 50 = 0$$

$$x^2 - 14x + 50 = 0$$

$$D = 196 - 4 \cdot 50 = 196 - 200 < 0$$

Значит и при $y = 1$ нет целых
 x , заметим, что других
 y не существует иначе
возникнет противоречие с
выше написанным рассуждением.

Ответ: корней нет.

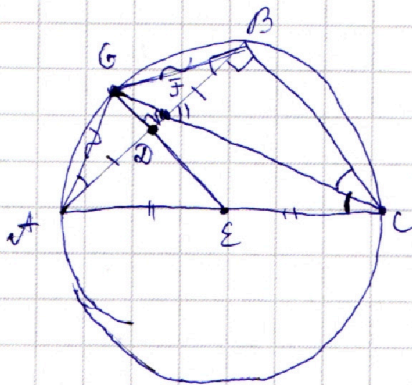
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

$\triangle ABC$ вписан в окружность Ω ,

CF - биссектриса,

D, E - середины AB и AC ,

$CF \cap DE = G, G \in \Omega$.

$$S_{\triangle CEF} = 16 S_{\triangle GEF}$$

Найти: $\angle A$ ~~и~~ треугольника ABC .

Решение:

1) $\angle BCF = \angle GCF$ (опираются на одну дугу)

~~и~~ $\angle GCF = \angle GBT$ (опираются на одну дугу)

Так как $\angle BCG = \angle GCF$ (CF - биссектриса), то $\angle GBT = \angle GCF = \angle GCF$ $\Rightarrow \triangle BGT$ - равнобедрен $\Rightarrow GT$ - высота

($TD = BD$) $\Rightarrow \angle TDE = 180^\circ - \angle GBT = 90^\circ$.

2) D, E - середины AB и $AC \Rightarrow DE$ - средняя линия и

$DE \parallel BC, \Rightarrow \angle TDE = \angle ABC = 90^\circ$.

3) $\angle GFD = \angle BFC$ (по св-ву верт. углов) $\Rightarrow \triangle BFC \sim \triangle GFD$

~~и~~ $\angle FBC = \angle GDF = 90^\circ$

по двум углам

4) Тогда коэффициент подобия равен $k = \sqrt{\frac{S_{\triangle BFC}}{S_{\triangle GFD}}} = 4$,

тогда $BF = 4DF$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

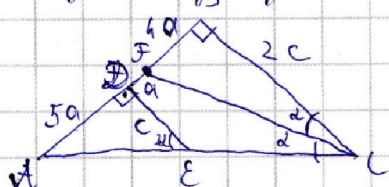
1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Тогда получим следующий треугольник.



Введем обозначения $\angle FCB = d$, $DE = c$,
 $FD = a$, тогда $\angle DEB = 2d = \angle ACB$, ($BC \parallel DE$),

$BF = 4DF = 4a$ (4). $AD = BD = BF + DF = 5a$.

Заметим, что $\operatorname{tg} d = \frac{4a}{2c}$ из $\triangle CFB$; также

$\operatorname{tg} 2d = \frac{5a}{c}$ из $\triangle ADE$, тогда обозначим

$\frac{a}{c} = t$, тогда $\operatorname{tg} d = 2t$; $\operatorname{tg} 2d = 5t$,

$\operatorname{tg} 2d = \frac{2 \operatorname{tg} d}{1 - \operatorname{tg}^2 d} = 5t$, ~~мы~~ подставим $\operatorname{tg} d$,

$$\frac{2 \cdot 2t}{1 - 4t^2} = 5t$$

$$4 = 5 - 4t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{a}{c} = \sqrt{\frac{1}{20}},$$

~~тогда~~ $\operatorname{tg} d = 5 \cdot \sqrt{\frac{1}{20}} = \sqrt{\frac{25}{20}} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

Тогда $\angle ACB = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{5}}{2}$, ~~значит~~ $\angle BAC = 90^\circ -$

$-\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{5}}{2}$

Ответ: 90° ; $\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{5}}{2}$; $90^\circ - \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{5}}{2}$.

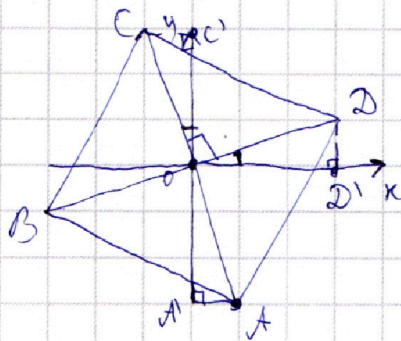
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Обозначим координаты
точки A ~~$(x_0; y_0)$~~ ,
тогда $y_0 = -3x_0$, так как
по условию ~~диагональ~~ диагональ

лежит на прямой $y = -3x$. Так как

центр совпадает с началом координат, то

C имеет координаты $C(-x_0; 3x_0)$, ($OC = OA$,
т.к. $CO = AO$, O - ~~средина~~ ^{центр}; $\angle COC' = \angle AOA'$, $\angle C'O = \angle A'O$)

Тогда D имеет координаты $(3x_0; x_0)$

$\triangle DOD' = \triangle COC'$ ($\angle C'O = \angle D'O = 90^\circ$; $CO = DO$, O - центр,
 $\angle DOD' = \angle COC'$ ($\angle COD = 90^\circ$; $\angle C'OD' = 90^\circ \Rightarrow \angle COC' = \angle DOD'$))

Подставим ~~в~~ координаты точки A и D в

функцию $y = x^5 + ax$, получим.

$$\begin{cases} -3x_0 = x_0^5 + ax_0 & | \cdot -3 \\ x_0 = 243x_0^5 + 3ax_0 & , \text{ сложим.} \end{cases}$$

$$10x_0 = 240x_0^5 + 30x_0 - 3ax_0$$

$$24x_0^5 = x_0$$

$$x_0^4 = \frac{1}{24}$$

$$x_0 = \sqrt[4]{\frac{1}{24}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Тогда сторона квадрата имеет длину

$$|\vec{AD}| = \sqrt{(3x_0 - x_0)^2 + (x_0 + 3x_0)^2} = \sqrt{4x_0^2 + 16x_0^2} = \\ = \sqrt{20x_0^2} = \sqrt{20} \sqrt{\frac{1}{24}} = 2\sqrt{5} \sqrt{\frac{1}{24}} = 2\sqrt{\frac{25}{24}}$$

Далее найдем a .

$$-3x_0 = x_0^5 + ax_0 \quad | : x_0 \neq 0$$

$$~~x_0^5 + ax_0 = -3x_0~~$$

$$-3 = x_0^4 + a, \quad \text{подставим } x_0$$

$$-3 = \frac{1}{24} + a$$

$$a = -3 - \frac{1}{24} = -\frac{72+1}{24} = -\frac{73}{24}$$

$$\text{Ответ: } 2\sqrt{\frac{25}{24}}; a = -\frac{73}{24}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a + \frac{5}{b} = b + \frac{5}{c} = c + \frac{5}{a} = t, \text{ где } t = \text{const};$$

$$\begin{cases} a + \frac{5}{b} = t \\ b + \frac{5}{c} = t \\ c + \frac{5}{a} = t \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = t - \frac{5}{b} \\ b = t - \frac{5}{c} \\ c = t - \frac{5}{a} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - b = \frac{5}{c} - \frac{5}{b} \\ b - c = \frac{5}{a} - \frac{5}{b} \\ c - a = \frac{5}{b} - \frac{5}{a} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - b = \frac{5(b-c)}{bc} \\ b - c = \frac{5(c-a)}{ac} \\ c - a = \frac{5(a-b)}{ab} \end{cases}$$

Перемножим все уравнения

$$(a-b)(b-c)(c-a) = \frac{125}{(abc)^2} (a-b)(b-c)(c-a), \text{ следовательно}$$

$$(abc)^4 = 125, \text{ или какая-либо пара}$$

чисел одинаковой, заметим, что

это невозможно, рассмотрим без

ограничения общности $a = b$,

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



тогда получим из равенства:

$$a + \frac{5}{b} = b + \frac{5}{c}, \text{ равенство:}$$

$$a + \frac{5}{a} = a + \frac{5}{c}$$

$$\frac{5}{a} = \frac{5}{c} \Rightarrow a = c, \text{ но тогда все }^{\text{числа}} \text{ равны}$$

между собой чего не может быть, тогда
остается 1 вариант:

$$(abc)^2 = 125, \text{ но тогда}$$

$$abc = \pm \sqrt{125} = \pm 5\sqrt{5}, \text{ тогда наименьшее}$$

значение $abc = -5\sqrt{5}$.

Ответ: $-5\sqrt{5}$.

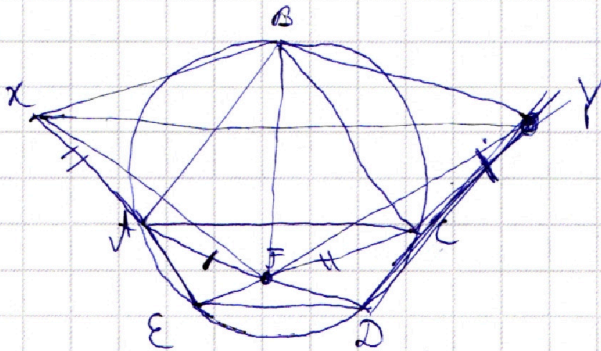
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

$\triangle ABC$ - равнобедр.

$$FC = AK, AF = CY,$$

$$BF = 17; XY = 39$$

Найти: $S_{\triangle BYF}$.

Решение:

$$1) \triangle XFA = \triangle YFC \Rightarrow XF = FY$$

$$2) \begin{array}{l} \triangle XBA \text{ равнобедр.} \Rightarrow XB = BA \\ \triangle YBC \text{ равнобедр.} \Rightarrow BC = BY \end{array} \Bigg| \Rightarrow BY = BX$$

$$3) \triangle BYF \text{ и } \triangle BXF \text{ - равнобедр.} \Rightarrow BY = FY, \\ BX = FX \Rightarrow BY = FY = XF = BX \Rightarrow \triangle BYF \text{ -}$$

$$\text{равн.}, \text{ тогда } S_{\triangle BYF} = \frac{BF \cdot XY}{2} = 263,5$$

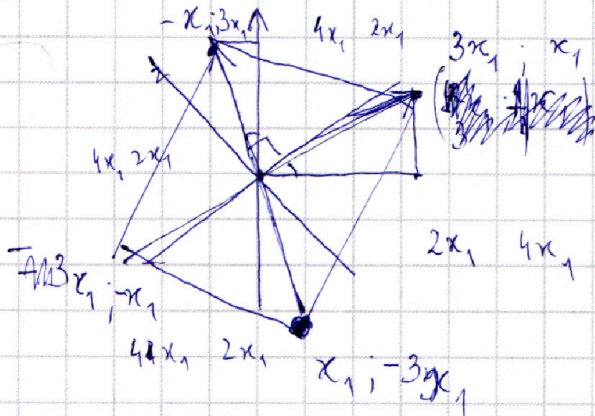
Ответ: 263,5.

1 2 3
+ + +
+ + +

1 2 3
~~0 0~~

1 2 3
- - -
- - +
- + -
- + +
+ - -
+ - +
+ + -
+ + +

$$\begin{aligned} x^3 - 4 - x^2 + 1 &\leq x^3 + x^2 - 5 \\ -x^3 - 4 - x^2 + 1 &\leq x^3 - x^2 + 5 \\ -x^3 - 4 + x^2 - 1 &\leq -x^3 - x^2 + 5 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} b &= 0 \\ 5a &= 7b \\ c &= \frac{6}{5} \\ \frac{c}{5} &= \frac{6}{5} \end{aligned}$$

$$\frac{b}{5} + c = \frac{7}{5} + 0 = \frac{6}{5} + 0$$

$$\frac{b}{5} + 9 = \frac{9}{5} + 9 = \frac{9}{5} + 10$$

$$\frac{b}{5} + 0 = \frac{6}{5} + 9 = \frac{6}{5} + 10$$

$$\frac{b}{5} + 7 = \frac{7}{5} + 0 = \frac{6}{5} + 0$$

$$b = c$$

$$a = c$$

$$a = b$$

$$(abc)^2 = 125$$

$$(a-b)(b-c)(c-a) = 125 \frac{(b-c)^2}{(b-c)(c-a)(a-b)}$$

$$(c-a) = \frac{ab}{5(a-b)}$$

$$(b-c) = \frac{ac}{5(b-a)}$$

$$(a-b) = \frac{bc}{5(b-c)}$$

$$a - b = \frac{b}{5} - \frac{c}{5}$$

$$b - c = \frac{a}{5} - \frac{c}{5}$$

$$a - b = \frac{c}{5} - \frac{b}{5}$$

$$\begin{cases} a = \frac{b}{5} - \frac{c}{5} \\ b = \frac{c}{5} - \frac{a}{5} \\ c = \frac{a}{5} - \frac{b}{5} \end{cases}$$

1
2 +
3
4
5
6 +
7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порядк QR-кода неопределен!

1 2 3 4 5 6 7

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

На одной странице можно оформить **только одну** задачу.



МФТИ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1 ~~$-x^3 - 4 - x^2 + 1 \leq -x^3 + x^2 - 5$~~ $2x^2 - 2 \geq 0$

2 ~~$-x^3 - 4 - x^2 + 1 \leq x^3 - x^2 + 5$~~ $2x^3 - 8 \geq 0$

3 ~~$-x^3 - 4 + x^2 - 1 \leq -x^3 + x^2 - 5$~~ $0 = 0$

4 ~~$-x^3 - 4 + x^2 - 1 \leq x^3 - x^2 + 5$~~ ~~$x^3 - x^2 + 5 \geq 0$~~

5 ~~$x^3 + 4 - x^2 + 1 \leq -x^3 + x^2 - 5$~~ $x^3 - x^2 + 5 \leq 0$

6 ~~$x^3 + 4 - x^2 + 1 \leq x^3 - x^2 + 5$~~ $0 = 0$

7 ~~$x^3 + 4 + x^2 - 1 \leq x^3 - x^2 + 5$~~ $-x^3 - 8 \geq 0$

8 ~~$x^3 + 4 + x^2 - 1 \leq x^3 - x^2 + 5$~~

$x^3 - x^2 + 5 \geq 0$

$x^3 - x^2 + 5 = 0$

$x^3 = x^2 - 5$

$5 = x^2(x-1)$

~~$x^2(y-2) - x(13y-27) + 44y - 94 = 0$~~

~~$0 \cdot 1 \cdot (y-2) - x \cdot (13y-27) + 44y - 94 = 0$~~

$0 \cdot 1 \cdot (y-2) - x(y-3) - 2 = 0$

$-xy + 3 - 2 = 0$

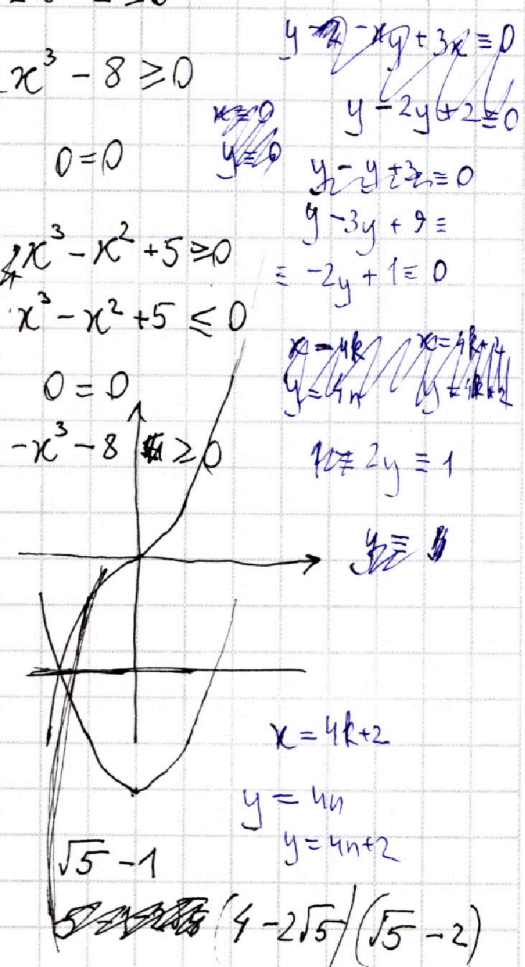
$xy \equiv 1 \pmod{4}$

$(y-2) - xy + 3 - 2 = 0$

$y - xy + 3 = 0$

~~$y(1-x) = -3$~~

$y(1-x) \equiv 1 \pmod{4}$



$-2(2 - \sqrt{5})(\sqrt{5} - 2)$

$-2(5 - 4) = -2$

$x = 2$

$x = 4$

$-xy + 3x - 2 = 0$

$x(3-y) \equiv 2 \pmod{4}$

$x \equiv 1$

$x \equiv 3$

$-2 \equiv 2$

$z \equiv 2$

$2(3-y) = 2$

$y = 3 - y \equiv 1 \quad y \equiv 2$

$3 - y \equiv 3 \quad y \equiv 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

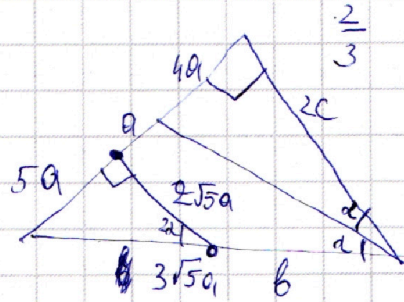


$$(10k^2 + 16k + 24)$$

$$94 = 2 \cdot 47$$

11	11^2
1	1
2	4
3	9
4	5
6	13
5	3
7	5
8	

$$25a^2 + 20a^2 = 45a^2 = 3\sqrt{5}a$$



~~1000~~

1000

sin 2\alpha

cos 2\alpha

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{5a}{c} = 5 \frac{a}{c} = 5t$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{4a}{2c} = 2 \frac{a}{c} = 2t$$

$$\frac{4t}{1-4t^2} = 5t$$

$$\frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{5a}{c}$$

$$4 = 5 - 20t^2$$

$$20t^2 = 1$$

$$t^2 = \frac{1}{20}$$

$$t = \frac{1}{\sqrt{20}}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{1}{\sqrt{20}}$$

$$c = 2\sqrt{5}a$$

$$\frac{2 \cdot 2t}{1 - 4t^2} = 5t$$

$$4t = 5t - 20t^2$$

$$20t^2 - t = 0$$

$$t = 20$$

$$\Rightarrow \frac{a}{c} = 20$$

$$a = 20c$$

На одной странице можно оформить **ТОЛЬКО ОДНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Лояра QR-кода недоступна!



МФТИ

$$x^2(y-2) - x(13y-27) + 44y - 94 = 0$$

$$\Delta = (13y-27)^2 - 4(y-2)(44y-94) =$$

$$= 169y^2 - 702y + 729 - 4(44y^2 - 94y - 88y + 188) =$$

$$= 169y^2 - 702y + 729 - 176y^2 + 376y - 752 =$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 13 \\ \hline 81 \\ + \\ 27 \\ \hline 351 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 27 \\ \hline 189 \\ + \\ 54 \\ \hline 729 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ \times 4 \\ \hline 176 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 94 \\ \times 4 \\ \hline 376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 188 \\ \times 4 \\ \hline 752 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 376 \\ - 702 \\ \hline 026 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ - 729 \\ \hline 752 \end{array}$$

$$x = \frac{13y-27 \pm \sqrt{\Delta}}{2}$$

$$2y - 4$$

$$1 + \frac{5y-5yx}{y^2} \pm \frac{7y^2-26y+33}{y^2} = 0$$

$$\Delta = 676 - 4 \cdot 33 \cdot 7$$

$$13y - 27 + \sqrt{7y^2 - 26y + 33}$$

$$a + \frac{b}{5} = b + \frac{c}{5} = c + \frac{a}{5}$$

$$a = b + \frac{c}{5} - \frac{b}{5}$$

$$a + b + c + \frac{b}{5} + \frac{c}{5} + \frac{a}{5} = 37$$

$$c = b + \frac{c}{5} - \frac{c}{5}$$

$$a + b + c + \frac{a+b+c}{5} = 37$$

$$a - c = \frac{b}{5} - \frac{b}{5} = \frac{5a-5b}{5} = \frac{a-b}{5}$$

$$x + \frac{x}{5} = 37$$

$$y^2 + 5y - 5yx = 0 \quad a \cdot b = \frac{(a-c)}{5}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{x^3 - x^2 + 5}{x^2 - x^2} \cdot \frac{x^2 - 1}{x}$$

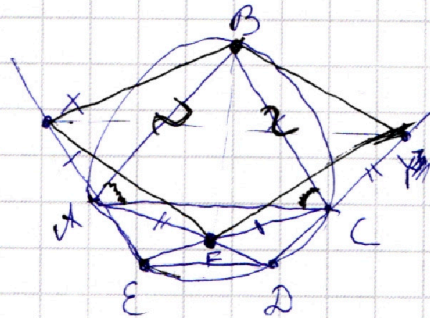
$$|x^3 + 4| + |x^2 - 1| \leq |x^3 - x^2 + 5|$$

$$\frac{x^3 - x^2 + 5}{x} \cdot \frac{x - 1}{x^2}$$

$$a + \frac{5}{6} = b + \frac{5}{6} = c + \frac{5}{9}$$

$$x^2(y - 2) - x(13y - 27) + 44y - 94 = 0$$

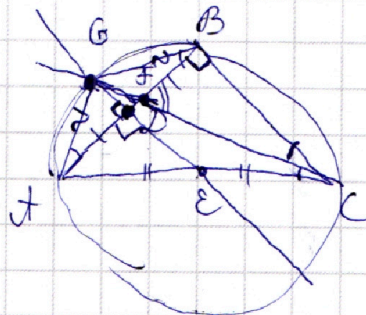
a, b, c



$$BF = 17$$

$$xy = 37$$

2ⁱ



$$S_{BCF} = 16 S_{OGF}$$

$$\frac{26 \cdot 27}{2} = S_{OGF}$$

$$\frac{i_a}{2} \cdot \frac{j_a}{3}$$

$$\frac{i_b}{2} \cdot \frac{j_b}{3}$$

$$\frac{2i_b - i_a}{2} \cdot \frac{2j_b - i_a}{3}$$

$$BF \cdot k = 4$$

$$FD \cdot k = BF$$

$$GD \cdot k = BC$$

$$i_b - i_a = i_c - i_b$$

$$j_b - j_a = j_c - j_b$$

$$\frac{50 - b_1}{2} \cdot \frac{100 - b_2}{3}$$

$$\frac{50}{2} \cdot \frac{100}{3}$$

$$\frac{50 + b_1}{2} \cdot \frac{100 + b_2}{3}$$

$$0 \leq b_1 \leq 5$$

$$i_a + i_b + 2i_b - i_a = 150$$

$$j_a + j_b + 2j_b - j_a = 300$$

$$3i_b = 150$$

$$3j_b = 300$$

$$i_b = 50$$

$$j_b = 100$$

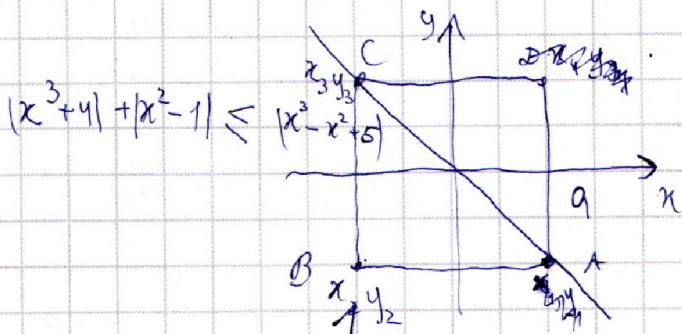
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~A = (x1; -3x1)~~

A (x₁; -3x₁)

B (~~x1~~; ~~3x1~~)
-x₁

C (~~x1~~; 3x₁)

D (x₁; 3x₁)

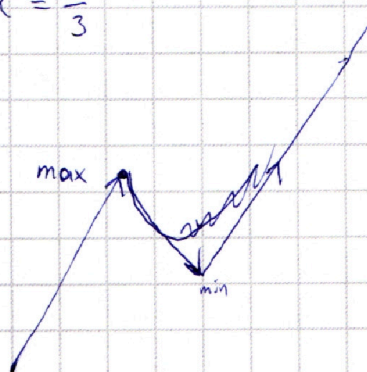
$3x^2 - 2x = 0$

~~x(3x-2)=0~~ A (x₁; -3x₁)

x(3x-2)=0 B (x₁-a; -3x₁)

x=0 C (3x₁-a; -3x₁+3a)

x = $\frac{2}{3}$



$a = b - \frac{5}{b} + \frac{5}{c}$

~~a = b + \frac{5}{c} - \frac{5}{a}~~

~~c = a + \frac{5}{b} - \frac{5}{a}~~

~~a = b = c + \frac{5}{a} - \frac{5}{c}~~

$abc = (b - \frac{5}{b} + \frac{5}{c}) (a + \frac{5}{b} - \frac{5}{a}) (c + \frac{5}{a} - \frac{5}{c})$

$abc = (ab + 5 - \frac{5b}{a}) - \frac{5a}{b}$

$\frac{2(y-2)}{13y-27} = x$

$2x(y-2) = 13y - 27$

~~13y - 27 = 2x(y-2)~~

~~-26 + 27 + 27 - 88~~

~~13y - 27 = 2x(y-2)~~

$2x(y-2) - (13y-27) = 0$

~~$x^2y - 2x^2 = 13xy + 27x + 4xy - 9y = 0$~~

$x^2(y-2) - x(13y-27) + 4xy - 9y = 0$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} -3x = x^5 + ax & \begin{array}{r} 14 \\ \times 14 \\ \hline 56 \\ 14 \end{array} \\ x = 243x + 3ax \\ 3x = -x^5 - ax \\ -x = -243x - 3ax \end{cases} \quad \begin{array}{l} 3^5 = 243 \\ 81 \cdot 3 \end{array}$$

$$\begin{cases} -3x = x^5 + ax & \begin{array}{r} 132 \\ \times 24 \\ \hline 312 \\ 39 \\ \hline 27 \end{array} \\ x = 243x^5 + 3ax \\ -x = -243x - 3ax \end{cases} \quad \begin{array}{l} x^2(y-2) - x^2y + 2y - 1 = 0 \\ -xy + 2y - 1 \equiv 0 \pmod{3} \\ y-2 - xy + 2y - 1 \equiv 0 \pmod{3} \\ 2y - 1 \equiv 0 \\ y \equiv 2 \quad x \equiv 0 \pmod{3} \end{array}$$

$$\begin{cases} -3 = x^4 + a & \begin{array}{r} 17 \\ \times 3 \\ \hline 51 \\ 17 \end{array} \\ 1 = 243x^4 + 3a \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9 = -3x^4 - 3a \\ 1 = 243x^4 + 3a \end{cases}$$

$$10 = 240x^4$$

$$24x^4 = 1$$

$$x^4 = \frac{1}{24}$$

$$x = \sqrt[4]{\frac{1}{24}}$$

$$\sqrt{(2x)^2 + 4x^2} = \sqrt{4x^2 + 16x^2} =$$

$$= \sqrt{20} \cdot \sqrt{\frac{1}{24}} = 2\sqrt{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{24}} = 2\sqrt{\frac{25}{24}}$$

$$\frac{13y + 27}{y-2} \text{ целое}$$

$$\frac{44y - 94}{y-2} \text{ целое}$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ \times 3 \\ \hline 12 \\ 132 \\ \hline 12 \\ 132 \\ \hline 4 \\ 3 \\ \hline 72 \end{array}$$

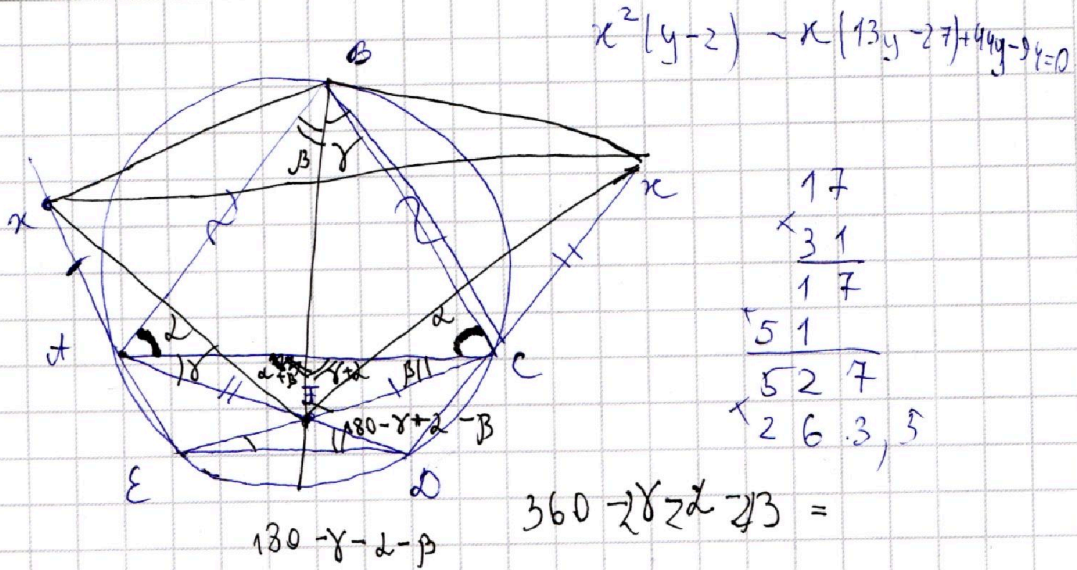
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2(y-2) - x(13y-27) + 44y - 94 = 0$$

$$\begin{array}{r}
 17 \\
 \times 31 \\
 \hline
 17 \\
 51 \\
 \hline
 527 \\
 + 2635 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$360 - 2\gamma - 2\delta - \beta =$$

$$360 - 2\gamma - 2\delta - \beta = 180$$

$$180 - 2\gamma - 2\delta - \beta$$

$$x = \frac{13y - 27 \pm \sqrt{7y^2 - 26y + 33}}{2y - 4} \quad \text{целое}$$

$$y - \frac{1}{2} \pm \sqrt{3y^2 - 2y + 1} = 0$$

$$y \cdot 4 = 432$$

4