



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 11

1. [4 балла] Решите неравенство

$$|x^3 + 4| + |x^2 - 1| \leq |x^3 - x^2 + 5|.$$

2. [4 балла] Сколько существует троек натуральных чисел $(a; b; c)$ таких, что они образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию, а их произведение abc равно $2^{150} \cdot 3^{300}$?

3. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$x^2(y - 2) - x(13y - 27) + 44y - 94 = 0.$$

4. [5 баллов] Вокруг треугольника ABC описана окружность Ω . Точки D и E – середины сторон AB и AC соответственно, CF – биссектриса угла C треугольника ABC . Прямые ED и CF пересекаются в точке G , принадлежащей Ω . Найдите углы треугольника ABC , если известно, что площадь треугольника BCF в 16 раз больше площади треугольника DGF .

5. [4 балла] На координатной плоскости нарисован квадрат, все вершины которого лежат на графике функции $y = x^5 + ax$. Известно, что одна из диагоналей квадрата лежит на прямой $y = -3x$, а центр совпадает с началом координат. Найдите значение параметра a и сторону квадрата.

6. [5 баллов] Числа a , b и c не все равны между собой, и при этом

$$a + \frac{5}{b} = b + \frac{5}{c} = c + \frac{5}{a}.$$

Найдите минимально возможное значение произведения abc .

7. [6 баллов] Равнобедренный треугольник ABC ($AB = BC$) вписан в окружность ω , а на дуге AC , не содержащей точку B , взяты точки E и D так, что отрезки AD и CE пересекаются в точке F . На лучах EA и DC отметили точки X и Y соответственно таким образом, что $AX = CF$ и $CY = AF$. Найдите площадь четырёхугольника $BXYF$, если $BF = 17$, $XY = 31$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N1 (1)

$$|x^3 + 4| + |x^2 - 1| \leq |x^3 - x^2 + 5|$$

$$|x^3 + 4| + |1 - x^2| \leq |x^3 - x^2 + 5| *$$

Мы знаем, что $|a| + |b| \geq |a+b|$

(знак равенства если a и b одного знака) тогда

$$|x^3 + 4| + |1 - x^2| \geq |x^3 - x^2 + 5|$$

~~$$|x^3 + 4| + |1 - x^2| \leq |x^3 - x^2 + 5|$$~~

тогда модуль выше верно имеем
то решение наше неправильное

$$|x^3 + 4| + |1 - x^2| = |x^3 - x^2 + 5|, \text{ а это}$$

верно, как говорилось ранее, если

$$\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} x^3 + 4 \geq 0 \\ 1 - x^2 \geq 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x^3 \geq -4 \\ (1-x)(1+x) \geq 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \geq -\sqrt[3]{4} \\ (1-x)(1+x) \geq 0 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} x^3 + 4 \leq 0 \\ 1 - x^2 \leq 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x^3 \leq -4 \\ (1-x)(1+x) \leq 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \leq -\sqrt[3]{4} \\ (1-x)(1+x) \leq 0 \end{array} \right. \end{array}$$

$(x^3 \geq -4 \Leftrightarrow x \geq -\sqrt[3]{4})$ (и.к. $\sqrt[3]{x}$ определен
при всем x)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$z_1(2)$$

1) $\frac{-}{-} \quad + \quad - \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \geq -\sqrt[3]{4} \\ (1-x)(1+x) \geq 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow x \in [-1, 1]$

$\frac{-}{-\sqrt[3]{4}} \quad + \quad \rightarrow$

$$-\sqrt[3]{4} < -1 \quad (\sqrt[3]{4} \geq 1, 4 \geq 1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \leq -\sqrt[3]{4} \\ (1-x)(1+x) \leq 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow x \in (-\infty, -\sqrt[3]{4}] \notin$$

m.e.

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq -\sqrt[3]{4} \\ (1-x)(1+x) \geq 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow x \in (-\infty, -\sqrt[3]{4}] \cup$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \leq -\sqrt[3]{4} \\ (1-x)(1+x) \leq 0 \end{array} \right. \cup [-1, 1]$$

Ответ: $\boxed{[-\infty, -\sqrt[3]{4}] \cup [-1, 1]}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 2 (v)

Мы знаем, что если a, b, c
однозначны в указанном порядке
и есть прогрессия, то $ac = b^2$ и.e.

$$abc = 2^{150} \cdot 3^{300}$$

$$b^3 \text{ m.e. } b = 2^{50} \cdot 3^{100} \text{ тогда}$$

$$bc = 2^{100} \cdot 3^{200} \text{ и мы знаем}$$

$$\text{что } c = d^2 a \text{ m.e. } d^2 a^2 = 2^{100} \cdot 3^{200} \text{ или}$$

$$da = 2^{50} \cdot 3^{100} \text{ m.e. } c = d \cdot 2^{50} \cdot 3^{100} \text{ и.e.}$$

$$a = \frac{2^{50} \cdot 3^{100}}{d} \Rightarrow 1. \text{ модуль с делим}$$

нацуправленности и делится наименьшими
нацуправленностями или $d = k \cdot 2^x \cdot 3^y$ где
 $(k; 2) = 1, (k; 3) = 1 \quad (x \geq -50, y \geq -100)$

2. модуль a делится нацуправленностью

$$2^{50} \cdot 3^{100} : d \text{ или } d = k \cdot 2^x \cdot 3^y \text{ где } x \leq 50$$

$$(k; 2) = 1, (k; 3) = 1$$

$$y \leq 100, \quad (\cancel{x \geq 0}, \cancel{y \geq 0}) \text{ значит}$$

мы можем писать,

$$(a, b, c) = (2^{50-x} \cdot 3^{100-y}, 2^{50} \cdot 3^{100}, 2^{50+x} \cdot 3^{100+y})$$

и укажите наименьшую ~~проверку~~ ~~51~~
(если $k \neq \pm 1$, то они a или $c \notin \mathbb{N}$)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 2(2)

~~$m, k, x \in \{0, 1, \dots, 50\} \quad y \in \{0, \dots, 100\}$~~

~~51 варианты возможны x , 101 возможных y .~~

~~Заметим, что среди наших троек будет прогрессия (если $k = -1$, то ~~она~~ может быть одна из троек не в M)~~

~~зная $d = 2^x \cdot 3^y$, где $x \in \{-50, \dots, 50\}$~~

~~$y \in \{-100, \dots, 99\}$ и $99 \cdot 100\}$ m. l.~~

~~Берем числа $101 \cdot 201 = 20301$~~

~~Заметим, что среди наших прогрессий будет, как и возрастанием шага и убыванием, так и зрачками числа, когда $d = 1$~~

~~Ответ: $101 \cdot 201 = 20301$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3(1)

$$x^2(y-2) - x(13y-27) + 44y - 9y = 0$$

$$x^2(y-2) - x(13y-26) + 44(y-2) + x - 6 = 0$$

$$x^2(y-2) - 13x(y-2) + 44(y-2) = 6 - x$$

$$(y-2)(x^2 - 13x + 44) = 6 - x \quad (*) \quad (\text{по алгоритму}\atop\text{Боярда})$$

Позиционем лев. $x^2 - 13x + 44$ и $6 - x$

$$(x^2 - 13x + 44; 6 - x) = (-7x + 44; 6 - x) =$$

$$= (-7x + 44; x - 6) = (2; x - 6), \text{ но}$$

мы знаем, что из $(*)$ $6 - x : x^2 - 13x + 44$,

то мы видим, что мы

однозначно знаем это $\pm 1, \pm 2$,

тогда $x^2 - 13x + 44 = \pm 1, \pm 2$

$$1) \quad x^2 - 13x + 44 = 1$$

$$x^2 - 13x + 43 = 0 \quad \text{м.к. квадратный}$$

$43 : \pm 1 \pm 43$ \rightarrow $\text{простоин унимодульный}$
 $\text{то есть оба корня } \in \mathbb{Z}$

из этих чисел или оба корня $\in \mathbb{Q}$
которые получим в этом ибо

в сумме 13
(м. вспомай)

или решений в

II

$\text{простоин унимодульный}$
 $\text{то есть оба корня } \in \mathbb{Z}$
 $\text{из этих чисел или оба корня } \in \mathbb{Q}$
которые получим в этом ибо
всех следующих
случаев ($2, 3, 4$) мы
иметь корни среди
делителей свободного
члена



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

н3(2)

$$2) x^2 - 13x + 44 = -1$$

$$x^2 - 13x + 45 = 0$$

$$45 : \pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 9, \pm 15, \pm 45$$

но никакие 2 числа не дают

6 суммы 13 (все они ненулевые \Rightarrow

сумма чётная) \Rightarrow нет решений

$$3) x^2 - 13x + 44 = 2$$

$$x^2 - 13x + 42 = 0$$

$$x = 6, x = 7 \Rightarrow 6-x=0, 6-x=-1$$

$$y-2=0 \quad \begin{matrix} \checkmark \\ 1 \end{matrix} \quad (y-2)2=-1 \quad \begin{matrix} \times \\ 2 \end{matrix}$$

$$x=6 \quad y=2 \quad , \quad \emptyset$$

$$4) x^2 - 13x + 44 = -2$$

$$x^2 - 13x + 46 = 0$$

$$46 : \pm 1, \pm 2, \pm 23, \pm 46$$

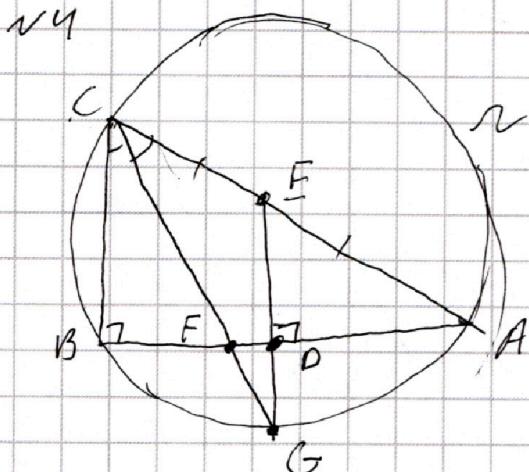
никакие 2 числа не дают 13 \Rightarrow

6) X нет решений

Ответ: (6; 2)

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1. м. к. $\angle EGD \approx \angle ECF$,
то G - середина
участка AB не содержит
издн $C \not\in (ABG \text{ и } D)$

2. м. к. D - сер. AB то
 $DG \perp AB$ (ABG -р.д.д.)

6. м. к. $\frac{BF}{FA} = \frac{BC}{CA}$

(об. док.), то

$$\frac{BC}{CA} = \frac{4x}{x+5x} = \frac{2}{3}$$

Знач $BC = 24$, то

$$AC = 3y, \text{ то}$$

$$AB = \sqrt{9y^2 - 4y^2} =$$

$$= \sqrt{5}y \text{ значит}$$

$$\angle B = 90^\circ$$

$$\angle A = \arcsin \frac{2}{3}$$

$$\angle C = \arccos \frac{2}{3}$$

$$\text{Знач } \angle B = 90^\circ$$

$$\angle A = \arcsin \frac{2}{3}$$

$$\angle C = \arccos \frac{2}{3}$$

и. м. к. $ED \parallel BC$, то

~~$AB \perp BC$~~ и. е.

$$\angle B = 90^\circ$$

4. м. к. $S_{BCP} = 16$ см^2

то м. к. $DB \parallel BC$ ($ED \parallel BC$)

то $\triangle ABC \sim \triangle FGD \Rightarrow$

из к подобия $= 4$ (~~не S~~)

значе $6y^2 = 4^2$ \Rightarrow

5. $BF = 4FD$ и. м. к. $BD = PA$,

то $BD = 4FD$, то

$$BF = 4x, DA = 5x$$



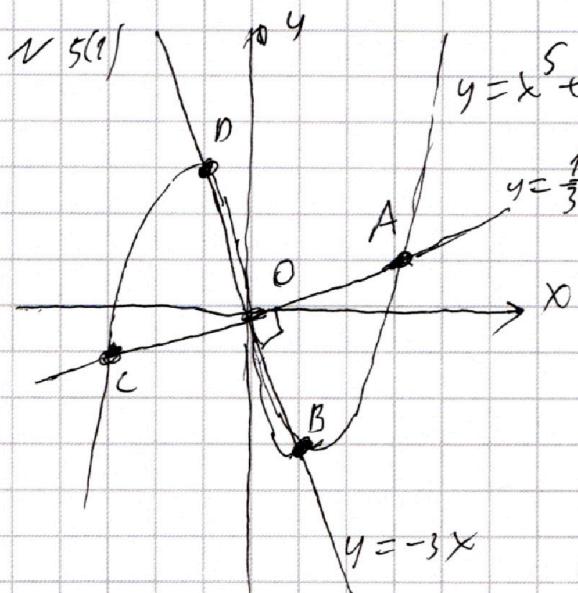
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y = x^5 + ax$$

$$y = \frac{1}{3}x$$

Графиком
представляет
 $y = \frac{1}{3}x$

1. она \perp $y = 3x$

2. м. к. мы по-
лучаем, что

$y = 3x$ делит на две
части $y = x^5 + ax$

этих в 2 места

(м. к. по ул. это рисует сим-
метричные квадранты, ее можно
в центре, то точки B и D)

(пересечение $y = -3x$ и $y = x^5 + ax$)

следует распределить места, как
показано на рис.) из следующих
обстоятельств 0 ($y = x^5 + ax$ - нечет-
ное)

$= (x^5 + ax) = (x^5) + a(-x)$ Но
(y зеркально симметрична)
значит, что $OB = OD$ и значит

$y = \frac{1}{3}x$ содержит в себе это ди-
визион (проходит через 0, $BD + AC$)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

15(2)

(A, C точки пересечения $y = \frac{1}{3}x$
и $y = x^5 + ax$)

Задачами что $y = \frac{1}{3}x$ ^{может} пересече-
ние между $y = x^5 + ax$ (y уравнений
 $y = \frac{1}{3}x$, $y = x^5 + ax$ и $y = -3x$, $y = x^5 + ax$)

$$\text{и.к. } x^5 + ax = kx \Leftrightarrow x(x^4 + a - k) = 0 \Leftrightarrow$$

$$x(x^2 + \sqrt{k-a})(x^2 - \sqrt{k-a}) = 0$$

$$x^2 + \sqrt{k-a} > 0 \quad (\sqrt{k-a} > 0)$$

$$x(x - \sqrt[4]{k-a})(x + \sqrt[4]{k-a}) = 0$$

$$x=0, \quad x = \sqrt[4]{k-a}, \quad x = -\sqrt[4]{k-a}$$

(Мы знаем, что y ~~прямая~~ прямые
пересекаются с $x^5 + ax$ если
есть 2 точки пересечения
(кроме 0) это вершины
кубической (они содержат
члены x^3) а дальше,
как мы видели ранее
могут пересечения не быть.

Судя по однозначно A , изображенному
точки A по x



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N5(3)

$$\text{но } A_y = \frac{1}{3}x_0 \quad (\text{т.к. } y = \frac{3}{2}x)$$

Если $A_x = x_0$, то $B_y = -x_0$.

(н.к. $ABCD$ квадрат $AD = BD$, и

по ранее доказанному $AD \perp BD$, т.к.

т.к. при повороте на $+90^\circ$ $B \rightarrow A$

$$\text{n. l. } B_y = -A_x \quad B_x = \frac{1}{3}x_0 \quad (B \text{ т.к. } y = -3x)$$

н.к. $A \in B \in x^5 + ax$, т.к.

$$\left\{ \begin{array}{l} x_0^5 + ax_0 = A_y \quad (x_0 \neq 0) \\ \left(\frac{1}{3}x_0\right)^5 + a \cdot \frac{1}{3}x_0 = B_y \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x_0^4 = -a + \frac{1}{3} \\ x_0^4 = -81a + 3^5 \end{array} \right. \quad (-81a + 3^5) = -81a + 3^5$$

$$-81a - a + \frac{1}{3} = -82a + \frac{1}{3}$$

$$82a = -3^5 - \frac{1}{3} = -\frac{3^6 + 1}{3} = -\frac{730}{3}$$

$$a = -\frac{73}{24}$$

$$x_0^4 = \frac{73}{24} + \frac{1}{3} = \frac{73 + 8}{24} = \frac{81}{24} = \frac{27}{8}$$

$$x_0^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

$$OA^2 = A_x^2 + A_y^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{9} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{30\sqrt{3}}{18\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{5\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}$$

$$AB^2 = 2OA^2 = \frac{10\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{сторона квадрата} = \sqrt{\frac{5\sqrt{6}}{3}}$$

$$\text{Ответ: } a = -\frac{73}{24},$$

$$\sqrt{\frac{5\sqrt{6}}{3}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 6 (1)

$$a + \frac{5}{b} = b + \frac{5}{c} \Rightarrow abc + 5c = b^2c + 5b \Rightarrow$$
$$a = \frac{5b - 5c}{bc} + b \quad (*)$$

аналогично с другими группами
получим:

$$b = \frac{5c - 5a}{ca} + c \quad (**) \quad c = \frac{5a - 5b}{ab} + a \quad (***)$$

Подставим. $(**), b \quad (*)$

$$a = \frac{5\left(\frac{5c - 5a}{ca} + c\right) - 5c}{\left(\frac{5c - 5a}{ca} + c\right)c} + \frac{5c - 5a}{ca} + c =$$

$$= \frac{\frac{25c - 25a}{ca}}{\frac{5c - 5a}{ca} + c^2} + \frac{5c - 5a}{ca} + c = \frac{25c - 25a}{5c^2 - 5ac + c^3a} +$$

$$+ \frac{5c - 5a}{ca} + c = \frac{25c - 25a}{c(c^2a - 5a + 5c)} + \frac{5c - 5a + c^2a}{ca}$$

Заменим, что $b + \frac{5}{c} = c + \frac{5}{a} \Rightarrow$

$abc = c^2a + 5c - 5a$ (X) значит

$$a = \frac{25c - 25a}{c \cdot abc} + \frac{abc}{ca} = \frac{25c - 25a}{abc^2} + b =$$

~~$$= \frac{5}{bc} \left(\frac{5c - 5a}{a} \right) + b = \frac{5}{bc} (b -$$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6(2)

$$\alpha = \frac{25c - 25\alpha}{abc^2} + b = \frac{25\left(\frac{5\alpha - 5b}{ab} + \alpha\right) - 25\alpha}{ab\left(\frac{5\alpha - 5b}{ab} + \alpha\right)^2} + b =$$
$$= \frac{25(5\alpha - 5b) + 25\alpha^2b}{(5\alpha - 5b + \alpha^2b)} + b$$

$$\text{из } (*) \quad \frac{5b - 5c}{bc} = \frac{25(5\alpha - 5b)}{5\alpha - 5b + \alpha^2b}$$

$$\alpha^2b + 5\alpha - 5b = \alpha bc \quad \text{выбрасываем из}$$

$$c + \frac{5}{\alpha} = \alpha + \frac{5}{b} \quad \text{делаем } c \in (X)$$

$$\frac{5b - 5c}{bc} = \frac{25(5\alpha - 5b)}{\alpha bc} \Rightarrow (b - c)\alpha = 25a - 25b$$

$$ba - ca = 25a - 25b \quad \text{аналогично}$$

$$\text{избавляемся от } ab - ab = 25b - 25c$$

$$\cancel{cb} - 25b + \cancel{25c} = \cancel{ca} + \cancel{25a} - \cancel{25b}$$

$$5\alpha - 5b = ab(c - \alpha) \quad (\text{выбрасываем из})$$

$$\alpha + \frac{5}{\alpha} = \alpha + \frac{5}{b}$$

$$5\alpha b(c - \alpha) = ba - ca \Rightarrow 5cb - 5\alpha b = b - c \Rightarrow$$

$$\alpha = \frac{5cb - b + c}{5b}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~Учебник~~ № 7(2) *У трапеци-угольника + диаго-*
нали.

Значит $S_{FXYU} = \frac{1}{2} BF \cdot XY = \frac{17 \cdot 13}{2} =$

$$= \frac{221}{2} = 110,5$$

Ответ: 110,5

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

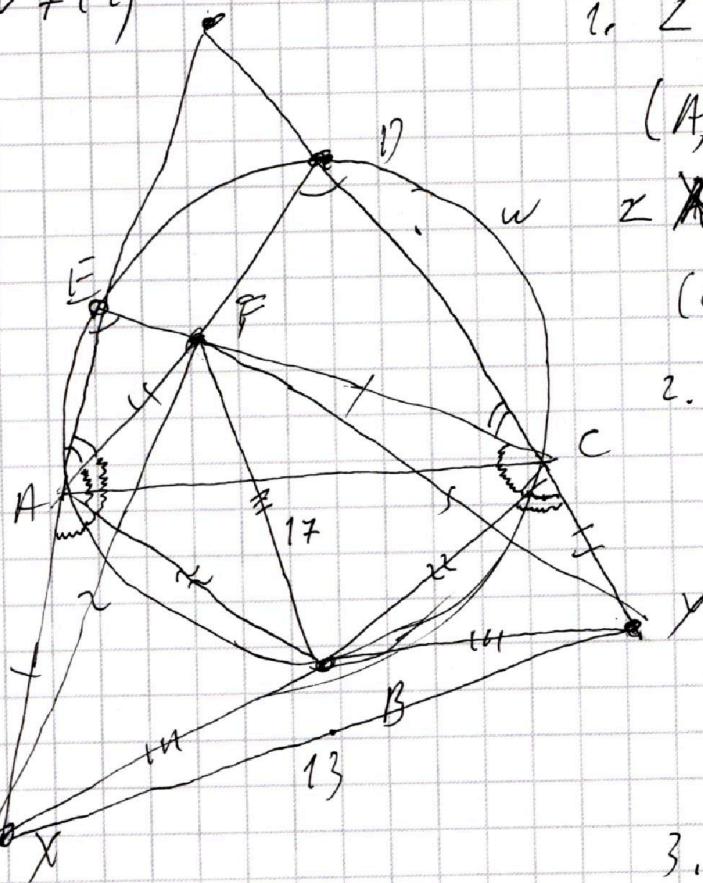
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№7(?)



1. $\angle EAD = \angle ECD$

($A, E, D, C \in w$) \Rightarrow

$\angle XAF = \angle FCY$

(смещение)

2. п.к. $FC = AX$ и

$AF = CY$, то

по I приз.

$\triangle XAF = \triangle FCY$

$FX = FY$

3. $\angle ECB = \angle BAX$

($E, B, A, C \in w$)

а п.к. $BC = AB$ и

$EC = AX$, то

Мы получим, что
эти равны, то есть

из этого будем со-
здавать, что $BF = BY$.

$\angle XCB = \angle FCB$

(по I приз.)

$XB = BF$

Ч. Если существо си-
нхетрия относительно
ср. перп к XY, то
 $X \rightarrow Y$, $B \rightarrow B$, $F \rightarrow F$
($BX = BY$, $FX = FY$) \Rightarrow

BF симметрична на $XY \Rightarrow$ бисектриса
 $\Rightarrow BF$ симметрична ровно в точке симметрии
ср. перп к XY т.е. $BF \perp XY$. $\angle FAB = \angle YCB$

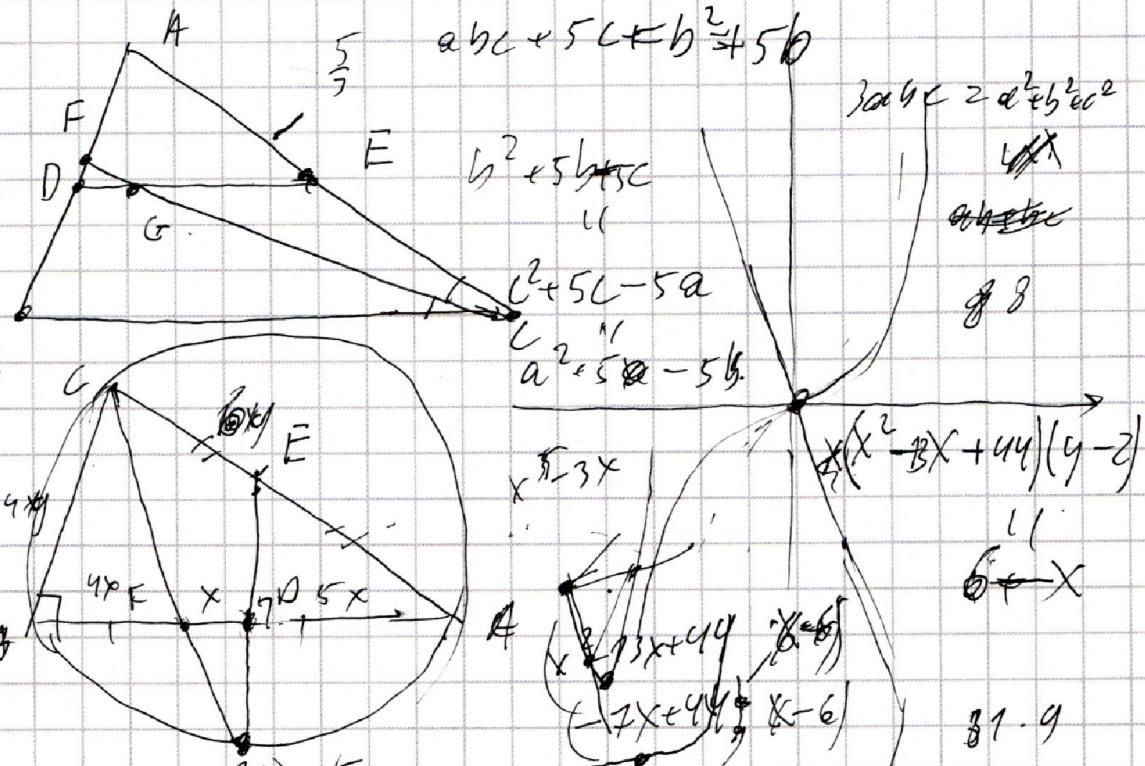
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$-6 + -6 = 0$$
$$17 \cdot 13$$
$$\frac{17}{5} \cdot \frac{13}{1} = \frac{221}{25}$$
$$y = \frac{1}{3}x$$
$$y = -3x$$
$$\left(\frac{1}{3}x \right)^5 + a - \frac{1}{3}x$$

$$3x^3 + x^4 + a \cdot 3^4 =$$

$$=$$
$$w$$
$$E$$
$$F$$
$$A$$
$$C$$
$$b^3 = a^2 b^2 = b^3 c$$
$$c^3 = \frac{201}{101} a^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$N6(1) \quad a + \frac{5}{b} = b + \frac{5}{c} \Rightarrow abc + 5c = b^2c + 5b \\ abc = b^2c + 5b - 5c$$

если приравнять оставшиеся 2 выражения получим

$$abc = c^2a + 5c - 5a$$

$$abc = a^2b + 5a - 5b$$

сложим 3 выражения

$$3abc = c^2a + a^2b + b^2c (*)$$

но переведем в корни сущих

$$\frac{c^2a + a^2b + b^2c}{3} = \sqrt[3]{c^2a \cdot a^2b \cdot b^2c} = \\ = \sqrt[3]{a^3b^3c^2} = abc,$$

$$\text{но из } (*) \quad abc = \frac{c^2a + a^2b + b^2c}{3}.$$

$$\text{тогда } \frac{c^2a + a^2b + b^2c}{3} = \sqrt[3]{c^2a \cdot a^2b \cdot b^2c}$$

т. е. как мы знали все 3 числа
делются теми же самими числами между
собой

$$c^2a = a^2b = b^2c \quad \text{т. е.}$$

$$c^2 = ab, \quad a^2 = bc, \quad b^2 = ac$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a + \frac{5}{b} = b + \frac{5}{a} \quad -1 - 1 \quad a \neq c$$

$$a^2 + 5a = b^2 + 5b$$

$$a^2 - b^2 = b^2 - a^2 \quad c - 5c - 5b = 0$$

$$a^2 - b^2 = 5a - 5b = 0$$

$$b(c-a) + 5(c-b) = 0$$

$$(b-a)(a+5) = 0$$

$$ca(b-c) + 5(a-c) = 0$$

$$a+b=-5$$

$$cb(c-a) + 5(b-a) = 0$$

$$a+b+c=5$$

$$\begin{matrix} a & b & c \\ -1 & -2 & -2 \end{matrix}$$

$$(a-5)$$

$$-1 - \frac{5}{2} = -2 -$$

$$a+c=-5$$

$$a + \frac{5}{a} = a + \frac{5}{c} = c + \frac{5}{a} \quad a=c$$

$$a=b=c=-\frac{5}{2}$$

$$(a^2 - b^2 + 5) = 5b$$

$$c = \frac{5b}{a^2 - b^2 + 5} \quad a = \frac{5b - 5c}{bc} + b$$

$$a=5$$

$$b = \frac{5c - 5a}{ac} + c$$

$$a = \frac{5\left(\frac{5c - 5a}{ac} + c\right) - 5c}{b}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ