



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 11 КЛАСС. Вариант 6

✓ 1. [4 балла] Решите уравнение

$$4 \operatorname{tg} 2x + 1 + \operatorname{ctg} \left( x + \frac{\pi}{4} \right) = 0.$$

✓ 2. [4 балла] Сколько существует троек целых чисел  $(a; b; c)$  таких, что они образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию, а их произведение  $abc$  равно  $3^{240} \cdot 7^{240}$ ?

✓ 3. [5 баллов] Решите неравенство

$$\ln^2(x+2) - (x+1) \ln(4x+8) + (\ln 4) \ln(x+2) \geq 0.$$

✓ 4. [4 балла] На координатной плоскости нарисован квадрат, все вершины которого лежат на графике функции  $y = -2x^3 - ax$ . Известно, что одна из диагоналей квадрата лежит на прямой  $y = 5x$ , а центр совпадает с началом координат. Найдите значение параметра  $a$  и площадь квадрата.

№ 5. [6 баллов] Вокруг треугольника  $ABC$  описана окружность  $\Omega$ . Точки  $D$  и  $E$  – середины сторон  $AC$  и  $AB$  соответственно,  $CF$  – биссектриса треугольника  $ABC$ . Лучи  $DE$  и  $CF$  пересекаются в точке  $G$ , принадлежащей  $\Omega$ . Найдите углы треугольника  $ABC$ , если известно, что  $\frac{CF}{DF} = \sqrt{\frac{2}{11}}$ .

\* 6. [5 баллов] Числа  $x$ ,  $y$  и  $z$  не все равны между собой, и при этом

$$x^3 + \frac{10}{y^3} = y^3 + \frac{10}{z^3} = z^3 + \frac{10}{x^3}.$$

Найдите максимально возможное значение произведения  $xyz$ .

- 7. [6 баллов] В основании четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  лежит четырёхугольник  $ABCD$ , в котором  $AB = BC = \sqrt{10}$ ,  $AD = DC = 2$ ,  $AC = 2\sqrt{2}$ . Ребро  $SD$  – высота пирамиды. Известно, что  $SA + SB = 2\sqrt{2} + \sqrt{10}$ . Найдите:

а) объём пирамиды;

б) радиус шара, касающегося граней  $ABCD$ ,  $SAB$ ,  $SBC$  и ребра  $SD$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$4\operatorname{tg}2x + \operatorname{ctg}(x + \frac{\pi}{4}) + 1 = 0$$

$$\frac{8\operatorname{tg}x}{1 - \operatorname{tg}^2x} + \frac{1}{\operatorname{tg}(x + \frac{\pi}{4})} + 1 = 0$$

$$\frac{8\operatorname{tg}x}{1 - \operatorname{tg}^2x} + \frac{1 - \operatorname{tg}x}{1 + \operatorname{tg}x} + 1 = 0$$

Пусть  $\operatorname{tg}x = a$ ;  $a \neq \pm 1$ ,

$$\frac{8a}{1-a^2} + \frac{1-a^{(1-a)(1-a^2)}}{1+a} + 1 = 0$$

$$\frac{8a + (1-a)^2 + 1-a^2}{1-a^2} = 0 \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \frac{8a + (1-a)^2 + 1-a^2}{1-a^2} = 0 \\ a \neq \pm 1 \end{array} \right]$$

$$8a + 1 - 2a + a^2 + 1 - a^2 = 0$$

$$6a + 2 = 0$$

$$a = -\frac{1}{3}$$

$$\operatorname{tg}x = -\frac{1}{3} \Rightarrow x = \arctg(-\frac{1}{3}) + \pi r, r \in \mathbb{Z} \quad \text{Общем: } \arctg(-\frac{1}{3}) + \pi r, r \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a = x$$

$$b = q^3 x \Rightarrow abc = q^3 x^3 = 3^{140} \cdot 7^{140} \Rightarrow qx = 3^{80} \cdot 7^{80} = b.$$

$$c = q^2 x$$

$$\text{Получаем } ac = 3^{160} \cdot 7^{160} \text{ и } a \leq c$$

$$a = 3^{P_1} \cdot 7^{P_2} \quad c = 3^{n_1} \cdot 7^{n_2} \quad P_1 + n_1 = 160 \\ P_2 + n_2 = 160$$

$$P_1 = \{0; 1; \dots; 160\}$$

$$P_2 = \{0; 1; \dots; 160\}$$

Всего будет  $P_1$  есть 160 вариантов

Всего будет  $P_2$  есть 160 вариантов

Значит выбрать  $a$  есть  $(160)^2$  вариантов, где можно  
иметь  $a$  может быть со  $n$  и  $P_2$  вариантами  $2 \cdot 25600 =$   
 $= 51200$  при этом  $c$  определена однозначно.

Ответ: 51200

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\ln^2(x+2) - (x+1)\ln(4x+8) + (\ln 4)\ln(x+2) \geq 0$$
$$\ln^2(x+2) - (x+1)\ln 4 - \ln(x+2) \cdot (x+1) + (\ln 4)\ln(x+2) \geq 0$$

$$1) x+2 \geq 0 \\ x \geq -2$$

$$\text{Пусть } \ln(x+2) = t; (x+1) = a$$

$$t^2 - a\ln 4 - at + t\ln 4 \geq 0$$

$$t(t-a) + \ln 4(t-a) \geq 0$$

$$(t + \ln 4)(t-a) \geq 0$$

$$(\ln(x+2) + \ln 4)(\ln(x+2) - x-1) \geq 0$$

$$(\ln(x+2) - \ln \frac{1}{4})(\ln(x+2) - x-1) \geq 0$$

$f(x)\ln(x+2)$  — монотонно возрастающая функция на ОДЗ

$g(x) = -x-1$  — монотонно убывающая ф-я

Значит у них не более 1-ой точки пересечения.

Заметим, что при  $x=-1$  они равны ( $\ln 1 = 0 = -(-1)-1$ )

Тогда  $g(x) = \ln(x+2) - x-1$  при  $x \in (-2; -1] \leq 0$ , при  $x \in [-1; +\infty) \geq 0$

Вспомогательный метод разумничания:

(.)

$$(x + \frac{7}{4})(x+1) \geq 0$$

$$x \in (-2; -\frac{7}{4}] \cup [-1; +\infty)$$

$$\text{Ответ: } (-2; -\frac{7}{4}] \cup [-1; +\infty)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

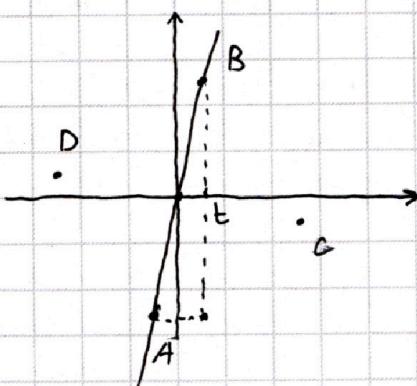
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$A(-t; -5t); B(t; 5t); C(5t; -t); D(-5t; t)$ -  
вершины квадрата. (т.к. диагонали квадрата  $\perp$ , то  $C$  и  $D$  лежат на  $y = -\frac{1}{5}x$ )

$$f(x) = -2x^3 - ax$$

$$1) f(t) = 5t$$

$-2t^3 - at = 5t \mid :t \quad t \neq 0$  иначе квадрат  
вырождается в точку

$$-2t^2 - a = 5$$

$$t^2 = -\frac{a+5}{2}$$

$$2) f(-5t) = -5t$$

$$3) -\frac{a+5}{2} = -\frac{1+5a}{250}$$

$$250t^3 + 5at = -t \mid :t$$

$$250t^2 = -1 - 5a$$

$$t^2 = -\frac{1+5a}{250}$$

$$\frac{a+5}{2} = \frac{1+5a}{250} \mid \cdot 250$$

$$125(a+5) = 1+5a$$

$$125a + 625 = 1 + 5a$$

$$120a = -624$$

$$a = -\frac{51}{5}$$

$$4) t^2 = -\frac{5-\frac{51}{5}}{2} = \frac{13}{5}$$

$$\text{диагональ}^2 = AB^2 = 4t^2 + 100t^2 =$$

$$t = \sqrt{\frac{13}{5}}$$

$$= 2\sqrt{26} \cdot 104t^2$$

$$S_{ABCD} = \frac{d^2}{2} = \frac{AB^2}{2} = \frac{2t\sqrt{26}}{2} = t\sqrt{26} = \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{5}} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{13} = 13\sqrt{\frac{2}{5}}$$

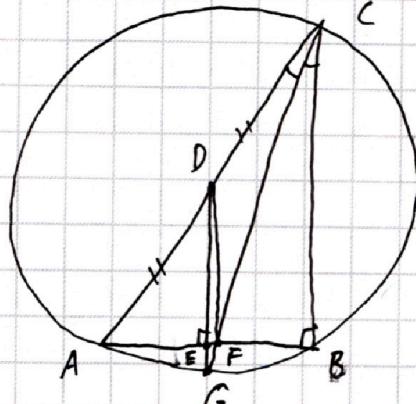
$$\text{Ответ: } -\frac{51}{5}; 13\sqrt{\frac{2}{5}}$$

$$S_{ABCD} = \frac{d^2}{2} = \frac{AB^2}{2} = 52t^2 = 52 \cdot \frac{13}{5} = \frac{676}{5}$$

$$\text{Ответ: } -\frac{51}{5}; \frac{676}{5}$$

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



если  $DE$  и есть серпин  $AB \Rightarrow DE \perp AB$  и т.к.  $DE \parallel BC$ , то и  $BC \perp AB \Rightarrow \angle B = 90^\circ$ .

4) пусть  $AB = c$ ;  $BC = a$ ;  $AC = b$ .

$$\text{из свойства дис-сек} \frac{AF}{FB} = \frac{b}{a} \quad AF = c - FB$$

$$\frac{c - FB}{FB} = \frac{b}{a}; \quad ac - aFB = bFB \Rightarrow FB = \frac{ac}{a+b}$$

5) по т. Пифагора для  $\triangle CFB$ :  $CF^2 = BF^2 + BC^2 = a^2 + \frac{a^2c^2}{(a+b)^2}$

$$\frac{CF}{DF} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{11}} \Rightarrow \frac{CF^2}{DF^2} = \frac{2}{11} \Rightarrow DF^2 = \frac{11CF^2}{2}, \text{ тогда } CF^2 - DF^2 = -\frac{9}{2}CF^2$$

6) пусть  $\angle DCF = d$ , тогда по т. косинусов для  $\triangle DCF$  имеем

$$DF^2 = CD^2 + CF^2 - 2CD \cdot CF \cdot \cos d$$

$$\cos d = \frac{CD^2 + CF^2 - DF^2}{2CD \cdot CF} = \frac{\frac{b^2}{4} + \frac{9}{2}\left(a^2 + \frac{a^2c^2}{(a+b)^2}\right)}{b\sqrt{a^2 + \frac{a^2c^2}{(a+b)^2}}} = \begin{cases} a = b \cos 2d \\ c = b \sin 2d \end{cases}$$

$$= \frac{b^2 - \cancel{b^2 \cos^2 2d}}{8b^2 \sqrt{\frac{2 \cos^2 2d}{1 + \cos 2d}}} = \frac{1 - \cancel{\frac{b^2 \cos^2 2d}{1 + \cos 2d}}}{8 \cos 2d \sqrt{\frac{2}{1 + \cos 2d}}} = \frac{1}{8(1 + \cos 2d) \cos 2d \sqrt{\frac{2}{1 + \cos 2d}}} = \begin{cases} 36 \\ 36 \end{cases}$$

$$\cos 2d = 2 \cos^2 d - 1$$

$$\begin{aligned} & \frac{2 \cos^2 d - 18(2 \cos^2 d - 1)^2}{16 \cos^2 d (2 \cos^2 d - 1) \cdot \frac{1}{\cos d}} \\ & \text{т.к. } \cos d = t \end{aligned}$$

$$t = \frac{2t^2 - 18(2t^2 - 1)^2}{16t(2t^2 - 1)}$$

~~$$36t^4 - 16t^2 = 2t^2 - 18(4t^4 - 4t^2 + 1)$$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$32t^4 - 16t^2 = 2t^2 - 64t^4 + 64t^2 + 16$$

$$96t^4 - 82t^2 - 16 = 0$$

$$t^2 = \alpha$$

$$96\alpha^2 - 82\alpha - 16 = 0 \quad | :2$$

$$48\alpha^2 - 41\alpha - 8 = 0$$

$$D = 1681 + 768 = 2449$$

$$\alpha = \frac{41 \pm \sqrt{2449}}{96} \Rightarrow \alpha = \frac{41 + \sqrt{2449}}{96}$$

$$\cos 2d = 2t^2 - 1 = 2\alpha - 1 = \frac{41 + \sqrt{2449}}{48} - 1 = \frac{\sqrt{2449} - 7}{48}$$

$$2d = \angle C = \arccos \frac{\sqrt{2449} - 7}{48}; \angle A = \arcsin \frac{\sqrt{2449} - 7}{8}$$

~~$$\text{Ошибка!} \quad \text{Ошибки: } 90^\circ; \arccos \frac{\sqrt{2449} - 7}{48}; \arcsin \frac{\sqrt{2449} - 7}{8}$$~~

$$\begin{aligned} \textcircled{=} \quad b^2 &= \frac{36b^2 \cos^2 2d}{1 + \cos 2d} = \frac{\cos^2 d - 18(2\cos^2 d - 1)^2}{4 \cos d (2\cos^2 d - 1)} = \cos 2d \\ &= 4b^2 \sqrt{\frac{2\cos^2 d}{2\cos^2 d}} \end{aligned}$$

$$\cos d = t$$

$$4t^2(2t^2 - 1) = t^2 - 72t^4 + 72t^2 - 18$$

$$80t^4 - 72t^2 + 18 = 0$$

$$D = 169$$

$$t^2 = \frac{77 \pm 13}{180} = \frac{9}{16}, \frac{69}{160}$$

$$\cos^2 d = \frac{9}{16}$$

$$\cos 2d = \frac{1}{8}$$

$$\cos^2 d = \frac{2}{5}$$

$$\cos 2d = -\frac{1}{5} \quad \text{некорректно}$$

$$\cos d = \sqrt{\cos^2 d} \quad \angle C = \arccos \frac{1}{8} \quad \angle A = \arcsin \frac{1}{8}$$

$$\text{Ошибки: } 90^\circ; \arccos \frac{1}{8}; \arcsin \frac{1}{8}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x^3 + \frac{10}{y^3} = y^3 + \frac{10}{z^3} = z^3 + \frac{10}{x^3}$$

$$x^3 - y^3 = \frac{10(y^3 - z^3)}{y^3 z^3}$$

$$y^3 - z^3 = \frac{10(x^3 - z^3)}{x^3 z^3}$$

$$x^3 - z^3 = \frac{10(x^3 - y^3)}{x^3 y^3}$$

$$\Rightarrow (x^3 - y^3) = \frac{1000(x^3 - y^3)}{(xyz)^6}$$

1)  $x = y$ , тогда  $x^3 + \frac{10}{y^3} = x^3 + \frac{10}{z^3} \Rightarrow x = z$ ,  
что неверно.

2)  $x \neq y$  и тогда  $\frac{1000}{(xyz)^6} = 1 \Rightarrow (xyz)^6 = 1000$

$$xyz = \pm \sqrt[6]{10}$$

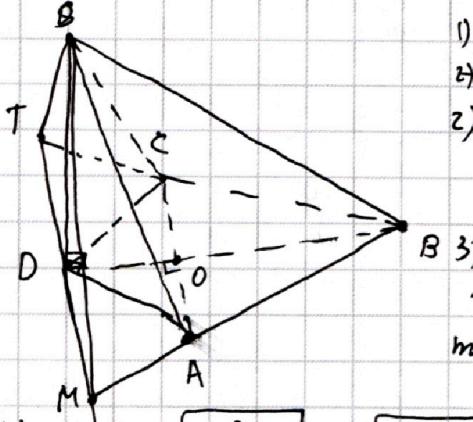
Ответ:  $\sqrt[6]{10}$



Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

**МФТИ**Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!1) Т.к.  $AD = DC$  и  $AB = BC$ ,  $\triangle ABCD$  - длжностног. и  $AC \perp BD$ 2)  $AB = 2\sqrt{2}$ ,  $AD = DC = 2$  по обратно3)  $OC = \frac{1}{2}AC = \sqrt{2}$ ,  $BC = \sqrt{6} \Rightarrow$  по т. Пифагора  
 $\triangle BOC$   $OB = 2\sqrt{2} = BD$ .3) Из  $\triangle ACD$  по обратной т. Пифагора имеем,  
что  $\angle D = 90^\circ \Rightarrow \triangle ADC$  р/б и н/г.  
тогда раз  $DO$  - всесост., то  $DO = \sqrt{2}$  и  
тогда  $BD = 3\sqrt{2}$ 

$$4) SB = \sqrt{SD^2 + BD^2} = \sqrt{SD^2 + 18}$$

$$SA = \sqrt{SD^2 + AD^2} = \sqrt{SD^2 + 4}$$

Пусть  $SD^2 = x$

$$\text{по т. Пифагора } \begin{cases} \triangle SDA \text{ и } \triangle SDB \\ SD \perp DB \quad \text{и} \\ SD \perp AD \end{cases} \Rightarrow SD = \sqrt{SB^2 - 18} = \sqrt{SA^2 - 4}$$

$$\sqrt{x+18} + \sqrt{x+4} = 2\sqrt{2} + \sqrt{6} / :2$$

$$SB^2 - 14 = SA^2 ; SB = 2\sqrt{2} + \sqrt{6} - SA$$

$$2x + 22 + 2\sqrt{(x+18)(x+4)} = 18 + 8\sqrt{5} / :2$$

$$(2\sqrt{2} + \sqrt{6} - SA)^2 - 14 = SA^2$$

$$SA = x$$

$$x + 11 + \sqrt{(x+18)(x+4)} = 9 + 4\sqrt{5}$$

$$8 + 10 + x^2 - 4x\sqrt{2} - 2x\sqrt{6} + 8\sqrt{5} = x^2 + 14$$

$$\sqrt{(x+18)(x+4)} = 4\sqrt{5} - 2 - x / :2$$

$$4 + 8\sqrt{5} = 4x\sqrt{2} + 2x\sqrt{6} / :2$$

$$x^2 + 22x + 72 = 20 + 4 + x^2 - 16\sqrt{5} - 8x\sqrt{5} + 4x$$

$$2 + 4\sqrt{5} = 3x(2\sqrt{2} + \sqrt{6})$$

$$22x + 72 - 24 + 16\sqrt{5} + 8x\sqrt{5} - 4x = 0$$

$$x = \frac{2 + 4\sqrt{5}}{2\sqrt{2} + \sqrt{6}} = SA$$

$$18x + 8x\sqrt{5} = -48 - 16\sqrt{5} / :2$$

$$SD = \sqrt{\frac{84 + 16\sqrt{5}}{18 + 8\sqrt{5}} - 4} =$$

$$9x + 4x\sqrt{5} = -24 - 8\sqrt{5}$$

$$= \sqrt{\frac{84 + 16\sqrt{5} - 72 - 32\sqrt{5}}{18 + 8\sqrt{5}}} - \frac{\sqrt{12 - 16\sqrt{5}}}{2\sqrt{2} + \sqrt{6}}$$

$$x = -\frac{24 + 8\sqrt{5}}{9 + 4\sqrt{5}}$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} = 6$$

$$a) V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SD = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot SD = 2SD$$

б) В четырехугольнике (ABC) проведем через D прямую  $\ell \parallel AC$ .Тогда  $\ell \cap BC = T$ ;  $\ell \cap AB = M$  тогда разные ненаклонные сечения разделяются сечениями, имеющими в SMTB

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\triangle MFB \sim \triangle ACB$$

$$k = \frac{BO}{BD} = \frac{2}{3}$$

$$S_{MFB} = \frac{9}{4} S_{ACB} = \frac{9}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} = \frac{9 \cdot 8}{8} = 9$$

$$D_{MFB} = \frac{1}{S_{MFB}} \cdot r$$

$$TM = \frac{3}{2} AC = 3\sqrt{2}$$

$$r = \frac{3\sqrt{2}}{S_{MFB}}$$

Далее, зная, что по ТТН  $SC \perp BT$  и  $SATMB$  лежат  
на окружности с центром в точке  $C$ .

Из подобия треугольников

Зная  $SDA + TM$  находим  $S_{STM}$

$$S_{MFB} = S_{BMT} + S_{STM} + S_{SMB} + S_{SBT}$$

$$r =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Чертёжник

$$1. \quad 4\tan 2x + \tan(x + \frac{\pi}{4}) + 1 = 0 \quad \tan(x + \frac{\pi}{4}) =$$

$$\tan 2x = \frac{8\sqrt{2}x}{1 - \tan^2 x} = \frac{1}{\tan(x + \frac{\pi}{4})}$$

$$\frac{1}{\tan(x + \frac{\pi}{4})} = \frac{\tan x + 1}{1 - \tan x} =$$

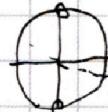
$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$1) \quad 2x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}$$

$$2) \quad x + \frac{\pi}{4} \neq \pi n$$

$$x \neq -\frac{\pi}{4} + \pi n$$



$$32t^4 - 16t^2 = 2t^2 - 72t^4 + 72t^2 + 18$$

$$104t^4 - 80t^2 - 18 = 0$$

$$52t^2 - 48t - 9 = 0$$

$$D = 2025 +$$

$$2. \quad (a; b; c) \quad \begin{array}{c} 5^2 \\ 3^6 \\ 3^12 \\ \hline 156 \\ 1872 \end{array}$$

$$a = x \quad + 2025$$

$$b = qx \quad 1875$$

$$c = q^2x$$

$$abc = (xq)^3 = 3^{240} \cdot 7^{240}$$

$$b = xq = 3^{80} \cdot 7^{80}$$

$$a = 3^{p_1} \cdot 7^{p_2}$$

$$c = 3^{q_1} \cdot 7^{q_2}$$

$$p_1 + q_1 = 160$$

$$p_2 + q_2 = 160$$

$$4\sqrt{20} = 8\sqrt{5}$$

$$SB = 2\sqrt{2} + \sqrt{10} - SA$$

$$\underbrace{3^{81} \cdot 7^{79}}_{b = 3^{80} \cdot 7^{80}} ; 3^{80} \cdot 7^{80} ; 3^{89} \cdot 7^{81}$$

$$\boxed{b = 3^{80} \cdot 7^{80}}$$

$$-(3^{40} \cdot 7^{40}) ; 3^{80} \cdot 7^{80} ; -(3^{120} \cdot 7^{120})$$

$$\frac{2^3 \cdot 3}{24} ; \frac{2^2 \cdot 3^2}{36} ; \frac{2 \cdot 3^3}{54}$$

$$ac = 3^{160} \cdot 7^{160}$$

$$3^{14} \cdot 7^{100} ; 3^{80} \cdot 7^{60} ; 3$$

$$a \leq c$$

$$1) \quad a = 3^{p_1} \cdot 7^{p_2}$$

$$c = 3^{n_1} \cdot 7^{n_2}$$

$$3^{160} \cdot 7^{160}$$

$$3^{p_1} \cdot 7^{p_2}$$

$$3^{81} \cdot 7^{80} ;$$

$$n_1 + p_1 = 160$$

$$n_2 + p_2 = 160$$

$$n_1 = p_2$$

$$SD = \sqrt{SB^2 - 18}$$

$$SD = \sqrt{SA^2 - 4}$$

$$SB^2 - 14 = SA^2$$

$$SB^2 - 14 = SA^2$$

$p_1 = 160$  выражение

$$p_1 = \frac{3^{21}}{7^{22}} \text{ или } \frac{7^{81}}{3^{82}}$$

$$7^{p_1} > 3^{p_2} \\ 3^{21} > 7^{22}$$

$$(2\sqrt{2} + \sqrt{10} - SA)^2 - 14 = SA^2$$

$$8 + 10 + SA^2 - 4x\sqrt{2} - 2x\sqrt{10} + 8\sqrt{5} - 14 = SA^2$$

$$3. \quad \ln^2(x+2) - (x+1)\ln(4x+8) + (\ln 4)\ln(\ln(x+2)) \geq 0$$

$$x+2 \geq 0$$

$$\boxed{x \geq -2}$$

$$\ln^2(x+2) - (x+1)\ln 4 - (x+1)\ln(\ln(x+2)) + \ln 4(\ln(\ln(x+2))) \geq 0 \quad \text{или} \quad 4x + 8$$

$$\ln(x+2) = t$$

$$x+1 = a$$

$$t^2 - at\ln 4 - at + t\ln 4 \geq 0$$

$$t(t-a) + \ln 4(t-a) \geq 0$$

$$(t + \ln 4)(t - a) \geq 0 \quad a \in \boxed{70}$$

$$\boxed{3^{40} \quad 7^{90}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

чертёжник

$$(\ln(x+2) + \ln 4)(\ln(x+2) - x-1) \geq 0$$

||

$$(1-e)(x+2+4) \geq 0$$

$$\ln(x+2) - \ln(\frac{1}{4}) \geq 0$$

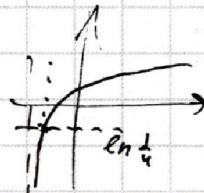
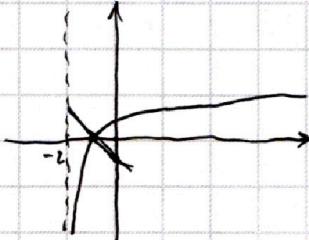
(~~х<0~~)

$$(x-2) \leq 0$$

$$x \leq 2$$

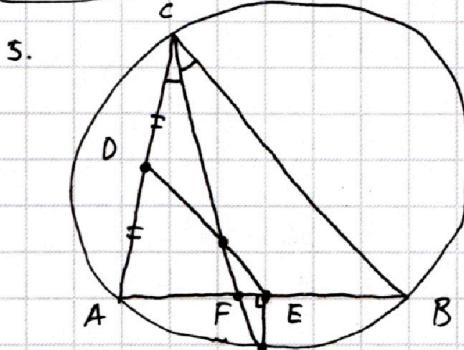
$$(x+2 - \frac{1}{4}) = x + \frac{7}{4}$$

$\ln$



$$\ln(x+2) \geq \ln\frac{1}{4}$$

$$\frac{-\frac{8}{3}}{\frac{8}{3}} + \frac{\frac{4}{3}}{\frac{2}{3}} + 1 = -\frac{8}{3} \cdot \frac{9}{8} \approx + \frac{4}{2} \cdot \frac{2}{2}$$



$$\frac{c-fb}{fb} = \frac{b}{a}$$

$$ac - afb = bfb$$

$$fb(a+b) = ac$$

$$fb = \frac{ac}{a+b}$$

$$CF^2 = \sqrt{a^2 + \frac{a^2 c^2}{(a+b)^2}}$$

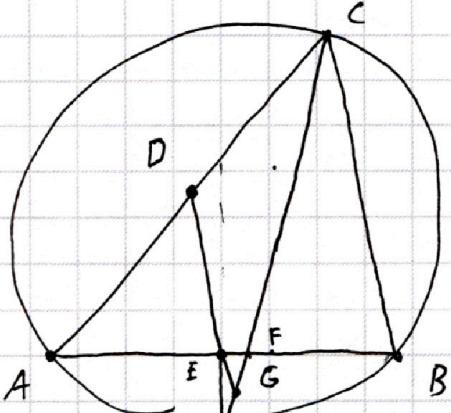
$$CF^2 = a^2 + \frac{a^2 c^2}{a+b}$$

$$\frac{CF^2}{DF^2} = \frac{2}{11}$$

$$DF^2 = \frac{11 CF^2}{2}$$

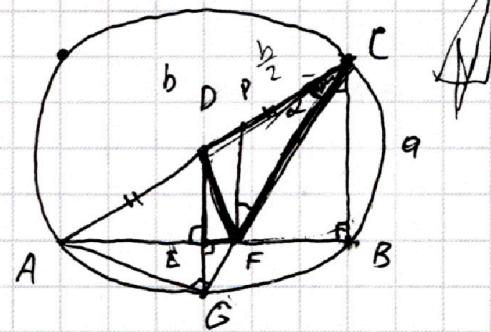
$$DF^2 = CD^2 + CF^2 - 2 \cdot CD \cdot CF \cdot \cos \alpha$$

5.



$$a = b \cos \alpha$$

$$c = b \sin \alpha$$



$$\frac{CF}{DF} = \sqrt{\frac{2}{11}}$$

$$\frac{a}{c} = ?$$

$$\frac{c}{b} = ?$$

$$\frac{b}{s} = ?$$

$$AC = b ; BC = a ; AB = c$$

$$\frac{AF}{FB} = \frac{b}{a}$$

$$AE = EB = \frac{c}{2}$$

$$AD = DC = \frac{b}{2}$$

$$AF + FB = c$$

$$AF = c - FB$$

$$\cos \alpha = \frac{CD^2 + CF^2 - DF^2}{2 \cdot CD \cdot CF}$$

$$\alpha = \frac{11}{2} n = - \frac{9}{2} n$$



$$DF^2 = CD^2 + CF^2 - 2 \cdot CD \cdot CF \cdot \cos \alpha$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

**МФТИ**



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

чертежик:

$$\frac{\frac{b^2}{4} - 9 \cdot \left( \frac{a^2(a+b)^2 + a^2c^2}{(a+b)^2} \right)^{1/4}}{\frac{ab\sqrt{(a+b)^2+c^2}}{a+b}} = \frac{b^2(a+b)^2 - 36a^2(a+b)^2 + 36a^2c^2}{4(a+b)^2}$$

$$\frac{a+b}{ab\sqrt{(a+b)^2+c^2}} = \frac{b^2(a+b)^2 + (a+b)^2(b^2-36a^2) - 36a^2c^2}{4ab(a+b)\sqrt{(a+b)^2+c^2}} =$$

$$= \frac{(a+b)(b^2-36a^2)}{4ab\sqrt{(a+b)^2+c^2}} - \frac{36a^2c^2}{4ab(a+b)\sqrt{(a+b)^2+c^2}} = a^2+2ab+b^2+c^2 =$$

$$b = \sqrt{a^2+c^2} \quad b^2-a^2=c^2 \quad = 2b^2+2ab =$$

$$b^2=a^2+c^2 \quad = 2b(b+a) =$$

$$\sqrt{2b(b+a)} = \sqrt{b} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{b+a}$$

$$\frac{(a+\sqrt{a^2+c^2})(c^2-35a^2)}{4a\sqrt{a^2+c^2}\sqrt{2\sqrt{a^2+c^2}(\sqrt{a^2+c^2})}} - \frac{36a^2c^2}{\sqrt{a^2+c^2}} =$$

$$\frac{169 \cdot \frac{2}{5}}{5} = \frac{169}{5} \cdot 4$$

$$t\sqrt{26}$$

$$\frac{\sqrt{26}}{5} \cdot \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{5}} =$$

$$a = 2R \sin \alpha \\ b = 2R \sin \beta \\ c = 2R \sin \gamma$$

$x, y, z$  - те же равные

$\max(xyz)$

$x, y, z \neq 0$

$$x^3 + \frac{10}{y^3} = y^3 + \frac{10}{z^3} = z^3 + \frac{10}{x^3}$$

$$x^3 = a$$

получаем  $x \geq y \geq z$

$$x^3 + \frac{10}{y^3} = y^3 + \frac{10}{z^3}$$

$$y^3 = b$$

$$\frac{624}{120} = \frac{104}{20} =$$

$$\begin{cases} a + \frac{10}{b} = b + \frac{10}{c} \mid \cdot bc \end{cases}$$

$$z^3 = c$$

$$= \frac{51}{5}$$

$$\begin{cases} b + \frac{10}{c} = c + \frac{10}{a} \mid ac \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ + 13 \\ \hline 656 \end{array}$$

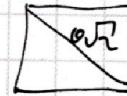
$$- \frac{26}{5} = 13$$

$$abc = b^2c + 10(b-c)$$

$$abc = ac^2 + 10(c-a)$$

$$\begin{cases} abc + 10c = b^2c + 10b \\ abc + 10a = ac^2 + 10a \end{cases}$$

$$ac^2 + 10ac - a10c - 10a = b^2c + 10b - 10a$$



$$\frac{a^2}{2} \quad \frac{b^2}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x^3 + \frac{10}{y^3} = y^3 + \frac{10}{z^3}$$

$$x^3 - y^3 = \frac{10(y^3 - z^3)}{y^3 z^3}$$

$$x^3 - y^3 = \frac{10}{z^3} - \frac{10}{y^3}$$

$$y^3 - z^3 = \frac{10(x^3 - z^3)}{x^3 z^3}$$

$$(x-y)(x^2 + xy + y^2) = \frac{10(y^3 - z^3)}{y^3 z^3}$$

$$(x-y)(x^2 + xy + y^2) = \frac{10(y-z)(y^2 + yz + z^2)}{y^3 z^3} = \frac{100(z-x)(z^2 + xz + x^2)}{x^3 y^3 z^6}$$

$$(y-z)(y^2 + yz + z^2) = \frac{10(z-x)(z^2 + xz + x^2)}{x^3 z^3}$$

$$(z-x)(z^2 + xz + x^2) = \frac{10(x-y)(x^2 + xy + y^2)}{x^3 y^3}$$

(\*)

$$(x-y)(x^2 + xy + y^2) = \frac{1000(x-y) \dots \dots}{x^6 y^6 z^6}$$

$$\frac{1000}{(xyz)^6} = 1$$

$$xyz = \sqrt[6]{10^6} = 10^{\frac{3}{6}} = \sqrt[6]{10}$$

$$(xyz)^6 = 1000$$

$$xyz = \sqrt[6]{1000} =$$

$$x=y$$

$$x^2 z = \sqrt[6]{10}$$

$$z = \frac{\sqrt[6]{10}}{x^2}$$

$$x^3 + \frac{10}{x^3} = x^3 + \frac{10}{\frac{\sqrt[6]{10}}{x^2}} =$$

$$\frac{10}{x^3} = \frac{10}{10\sqrt[6]{10}}$$

$$\frac{10}{x^3} = \frac{10x^2}{\sqrt[6]{10}}$$

$$10x^3 = 10 \cdot \frac{10\sqrt[6]{10}}{x^6}$$

$$10\sqrt[6]{10} = 10x^5$$

$$x^3 = \frac{10\sqrt[6]{10}}{x^6}$$

$$x^5 = \sqrt[6]{10}$$

$$x^9 = (10\sqrt[6]{10})^3 = (\sqrt[6]{10})^3 \cdot 10^{\frac{3}{2}}$$

$$x = \sqrt[5]{\sqrt[6]{10}} = \sqrt[30]{10}$$

$$z = \sqrt[6]{\frac{10}{x^3}}$$

$$(x^3 - y^3) = t(x^3 - y^3)$$

$$y = \sqrt[6]{10}$$

$$xyz = \sqrt[6]{10}$$

$$x^3 + \frac{10}{x^3} =$$

$$y = \frac{\sqrt[6]{10}}{x^2}$$

$$= x^3 + \frac{x^3 z^3}{\sqrt[6]{10}} = x^3 \left(1 + \frac{z^3}{\sqrt[6]{10}}\right)$$

$$x^2 = 10^{\frac{1}{6}} \cdot 10^{\frac{1}{6}} = \sqrt[3]{10}$$

$$\frac{10\sqrt[6]{10}}{x^3 z^3} + \frac{10 z^3}{z^3} = \frac{10(x^3 + \sqrt[6]{10})}{x^3 z^3}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

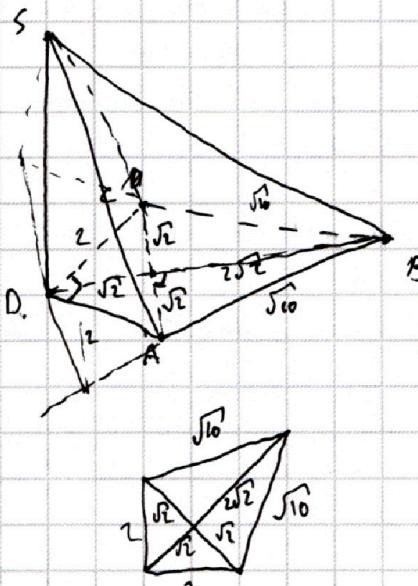
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$AD = DC = 2 \quad SA + SB = 2\sqrt{2} + \sqrt{10}$$

$$AC = 2\sqrt{2}$$

$$AB = BC = \sqrt{10}$$

$$SB = 2\sqrt{2} + \sqrt{10} - SA$$

$$a = b \cos 2\alpha$$

$$b = b \sin 2\alpha$$

$$SB^2 = SD^2 + 18$$

$$SA^2 = SD^2 + u$$

$$SD^2 = x$$

$$\sqrt{x+18} = \sqrt{x+u}$$

$$u = 8$$

$$\frac{256}{1}$$

$$\frac{1}{1768}$$

$$\frac{1681}{2449}$$

$$\frac{\frac{b^2}{4} - \frac{9}{2} \left( a^2 + \frac{a^2 c^2}{(\alpha+b)^2} \right)}{b \sqrt{a^2 + \frac{a^2 c^2}{(\alpha+b)^2}}} = \frac{\frac{b^2}{4} - \frac{9}{2} t^2}{bt} = \frac{\frac{b^2 - 18t^2}{8}}{bt} = \frac{b^2 - 18t^2}{8bt}$$

$$a^2 = b^2 \cos^2 2\alpha$$

$$\alpha + b = b / \cos 2\alpha + 1$$

$$b^2 = b^2 \sin^2 2\alpha$$

$$\frac{a^2 (\alpha+b)^2 + a^2 c^2}{(\alpha+b)^2} = \frac{a^2 ((\alpha+b)^2 + c^2)}{(\alpha+b)^2} = \frac{a^2 \cos^2 2\alpha ((b^2 (\cos 2\alpha + 1) + b^2 \sin^2 2\alpha))}{(\cos 2\alpha + 1)^2} =$$

$$= \frac{b^2 \cos^2 2\alpha ((\cos^2 2\alpha + 2\cos 2\alpha + 1 + \sin^2 2\alpha))}{\cos^2 2\alpha + 2\cos 2\alpha + 1} =$$

$$= \frac{2b^2 \cos^2 2\alpha (1 + \cos 2\alpha)}{(1 + \cos 2\alpha)^2} = \frac{2b^2 \cos^2 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = t^2$$

$$b^2 = \frac{36b^2 \cos^2 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha - 36 \cos^2 2\alpha} = \frac{36b^2 \cos^2 2\alpha}{-35 \cos^2 2\alpha} = \frac{36}{-35} = -\frac{36}{35}$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = \frac{8(1 + \cos 2\alpha) \sqrt{2 \cos 2\alpha}}{1 + \cos 2\alpha}$$

$$\frac{2}{1 + \cos 2\alpha} = \frac{2}{2 \cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

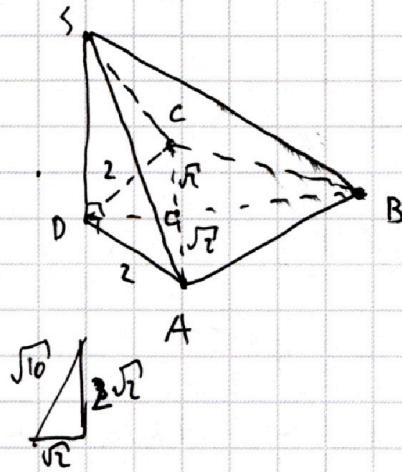
$$SA + SB = 2\sqrt{2} + \sqrt{6}$$

$$BD = 3\sqrt{2}$$

$$AD = 2$$

$$BS = \sqrt{SD^2 + 18}$$

$$AS = \sqrt{SD^2 + 4}$$



$$\sqrt{x+18} + \sqrt{x+4} = 11\sqrt{2}(2+\sqrt{5})$$

$$2x+22 + 2\sqrt{x^2+12x+72} = 2(9+4\sqrt{5})$$

$$x+11 \rightarrow \sqrt{x^2 + 22x + 72} = 9 + 4\sqrt{5}$$

$$\sqrt{x^2 + 2x - 4} = (\sqrt{5} - 2) - x$$

$$x^2 + 22x + 72 = 100 - 2x(4\sqrt{5} - 2) + 84 - 8\sqrt{5}$$

$$22x = 12 - 8\sqrt{5} - 8x\sqrt{5} + 4x$$

$$18x - 8x\sqrt{5} = 12 - 8\sqrt{5} \quad | :2$$

$$g(9+4\sqrt{5}) = 6 - 4\sqrt{5}$$

$$x = \frac{6 - 4\sqrt{5}}{9 + 4\sqrt{5}} = \frac{9 + 4\sqrt{5} - 3 - 8\sqrt{5}}{9 + 4\sqrt{5}} = \frac{3 - 4\sqrt{5}}{9 + 4\sqrt{5}}$$

$$x^2 + 22x - 72 = 60 + 4 - x$$

$$3 + 20$$

$$x^2 + 22x + 72 = 80 + 4 - 4\sqrt{5} - 8x\sqrt{5} - 16\sqrt{5} + 4x \quad | : 2$$

$$11x + 36 = 42 - 4x\sqrt{5} - 8\sqrt{5} + 2x$$

$$9x + 4x\sqrt{5} = 6 - 6\sqrt{5}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{\frac{b^2}{4} - \frac{18}{4} \left( \frac{a^2(a+b)^2 + c^2 a^2}{(a+3)^2} \right)}{b \sqrt{-\dots}} = \frac{b^2 - 18t^2}{4bt} = \frac{a^2 + b^2 + 2ab}{b^2 \cos^2 2d + b^2 + 2b^2 \cos 2d} =$$

$$t^2 = \frac{a^2 (a^2 + b^2 + c^2 + 2ab)}{a^2 + b^2 + 2ab} = \frac{b^2 \cos^2 2d (b^2 + 2b^2 \cos 2d)}{b^2 (\cos 2d + 1)^2} =$$

$$= \frac{2b^2 \cos^2 2d (1 + \cos 2d)}{1 + \cos 2d}$$

$$\frac{\frac{36 \cancel{b^2} \cos^2 2d}{1 + \cos 2d}}{4 \cancel{b^2} \sqrt{\frac{2 \cos^2 2d}{1 + \cos 2d}}} = \frac{1 + \cos 2d - 3 \cos^2 2d}{2 \cos^2 2d \frac{\cos 2d}{\cos d}} =$$

$$5 \frac{2 \cos^2 2d - 36 (\cos^2 2d + 1)^2}{24 \cos d (\cos^2 2d + 1)} \quad \cos^2 d = t$$

$$t^2 (2t^2 + 1) = t^2 - 36(4t^4 - 4t^2 + 1)$$

$$2t^4 - t^2 = 144t^4 - 144t^2 + 144t^2 - 36$$

$$146t^4 - 144t^2 + 36 = 0 \quad | : 2$$

$$2t^4 - t^2 = t^2 - 144t^4 + 144t^2 - 36$$

$$73t^4 -$$

$$73a^2 - 72a + 18 = 0$$

$$D = 72^2 - 72 \cdot 73$$

$$146t^4 - 146t^2 + 36 = 0$$

$$73t^4 - 73t^2 + 18 = 0$$

$$D = 73^2 - 7 \cdot$$

$$8t^4 - 4t^2 = 144t^4 - 144t^2 + 144t^2 - 36$$

$$152t^4 - 144$$

$$\frac{18}{16} - 1 = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

$$2 \cdot$$

$$2 \cdot \frac{1}{5} - 1 =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \frac{b^2 - 18t^2}{4bt} & \quad t^2 = \frac{2b^2 \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} \\ \frac{b^2 - \frac{36b^2 \cos^2 \alpha}{2 \cos^2 \alpha}}{4b^2 \sqrt{\frac{2 \cos^2 \alpha}{2 \cos^2 \alpha}}} & = \frac{\frac{4 \cos^2 \alpha - 36 \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}}{4 \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}} = \\ & = \frac{\cos^2 \alpha - 18(\cos^2 \alpha - 1)^2}{\cos^4 \alpha} \cdot \frac{\cos \alpha}{4 \cos^2 \alpha} = \\ & = \frac{\cos^2 \alpha - 18(2 \cos^2 \alpha - 1)^2}{4 \cos^2 \alpha (2 \cos^2 \alpha - 1)} \Rightarrow \cos \alpha = t \end{aligned}$$

$$t = \frac{t^2 - 18(4t^4 - 4t^2 + 1)}{4t(2t^2 - 1)}$$

$$4t^2(2t^2 - 1) = t^2 - 72t^4 + 72t^2 - 18$$

$$8t^4 - 4t^2 = t^2 + 72t^4 - 72t^2 + 18 = 0$$

$$80t^4 - 77t^2 + 18 = 0$$

$$D = 5929 - 5760$$

$$\begin{array}{r} 77 \\ \times 77 \\ \hline 539 \\ + 539 \\ \hline 5929 \\ + 32 \\ \hline 180 \\ + 256 \\ \hline 5760 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

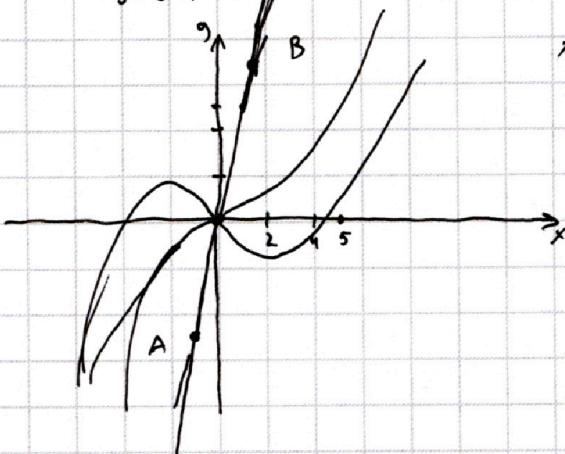


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

чертёжник

$$y = -2x^3 - ax = -x(2x^2 + a)$$

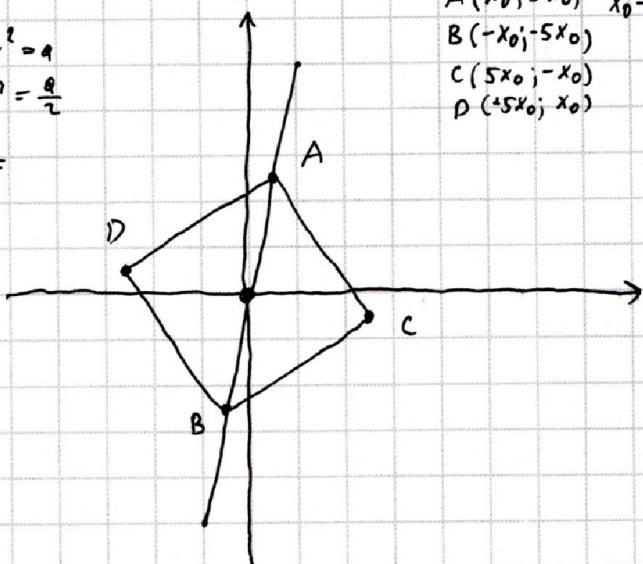
$$y = 5x$$



$$2x^2 = a$$

$$x^2 = \frac{a}{2}$$

$$x =$$



A  $(x_0; 5x_0)$   $x_0 = t$

B  $(-x_0; -5x_0)$

C  $(5x_0; -x_0)$

D  $(-5x_0; x_0)$

A  $(t; 5t)$

B  $(-t; -5t)$

C  $(5t; -t)$

D  $(-5t; t)$

$$f(x) = -2x^3 - ax$$

$$f(t) = -2t^3 - at = 5t \quad | \cancel{\text{не}}$$

$$2t^2 + a = -5$$

$$2t^2 = (-a - 5)$$

$$t^2 = \frac{(-a - 5)}{2}$$

$$f(-t) = 2t^3 + at = -5t$$

$$f(5t) = 250t^3 + 5at = -t \quad | : t$$

$$250t^2 + 5a = -1$$

$$250t^2 = \frac{-5a - 1}{250}$$