



Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

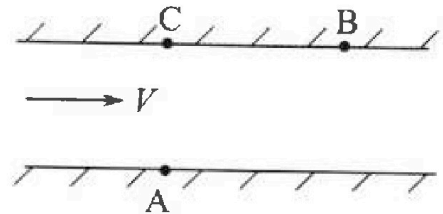
Вариант 09-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные
дроби и радикалы.



1. Пловец трижды переплывает реку. Движение пловца прямолинейное. Скорость пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой, во всех заплывах одинакова по модулю.

В двух первых заплывах А – точка старта, В – точка финиша (см. рис., V – неизвестная скорость течения реки). Ширина реки $AC = d = 70$ м, снос, т.е. расстояние, на которое пловец смещается вдоль реки к моменту достижения противоположного берега, $CB = L = 240$ м.



Продолжительность первого заплыва $T_1 = 192$ с, продолжительность второго заплыва $T_2 = 417$ с.

1) Найдите скорости V_1 и V_2 пловца в лабораторной системе отсчета в первом и втором заплывах.

2) Найдите скорость U пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой.

В третьем заплыве пловец стартует из точки А и движется так, что снос минимальный.

3) Найдите продолжительность T третьего заплыва.

2. Футболист на тренировке наносит удары по мячу, лежащему на горизонтальной площадке и направляет мяч к вертикальной стенке. После абсолютно упругого соударения со стенкой мяч падает на площадку. Наибольшая высота, на которой находится мяч в полете, $H = 16,2$ м. Расстояние от точки старта до стенки в 5 раз больше расстояния от стенки до точки падения мяча на площадку.

1) На какой высоте h происходит соударение мяча со стенкой?

2) Найдите продолжительность t_1 полета мяча от старта до соударения со стенкой.

Допустим, что в момент соударения мяча со стенкой на той же высоте h , стенка движется навстречу мячу со скоростью $U = 2$ м/с.

3) Найдите расстояние d между точками падения мяча на площадку в случаях: стенка покоится, стенка движется.

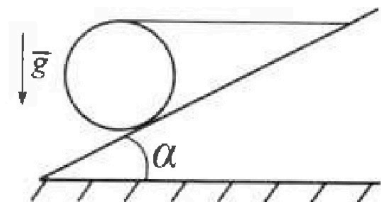
Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Соударения мяча со стенкой абсолютно упругие. Трасстории мяча лежат в вертикальной плоскости перпендикулярной стенке.

3. Однородный шар массой $m = 3$ кг удерживается на шероховатой наклонной плоскости горизонтальной нитью, прикрепленной к шару в его наивысшей точке. Наклонная плоскость образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,6$.

1) Найдите силу T натяжения нити.

2) Найдите силу $F_{тр}$ трения, действующую на шар.

3) При каких значениях коэффициента μ трения скольжения шар будет находиться в покое? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

Вариант 09-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные
дроби и радикалы.

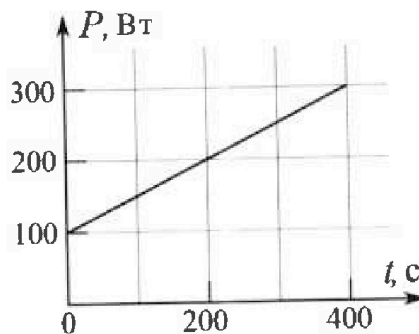


4. Воду нагревают на электроплитке. Начальная температура воды $t_0 = 14^\circ\text{C}$, объем воды $V = 2$ л. Сопротивление спирали электроплитки $R = 20$ Ом, сила тока в спирали $I = 5$ А.

Зависимость мощности P тепловых потерь от времени t представлена на графике (см. рис.).

- 1) Найдите мощность P_H нагревателя.
- 2) Через какое время T после начала нагревания температура воды станет равной $t_1 = 25^\circ\text{C}$?

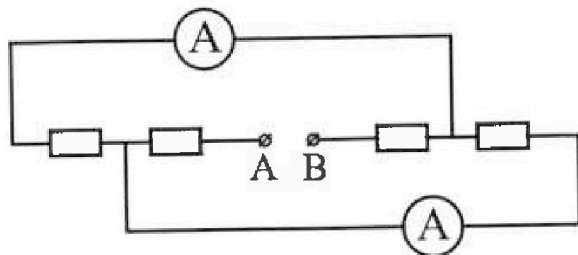
Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³, удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·°C).



5. В электрической цепи, схема которой представлена на рисунке, четыре резистора, у двух из которых сопротивление по 20 Ом, у двух других сопротивление по 40 Ом. Сопротивление амперметров пренебрежимо мало.

После подключения к клеммам А и В источника постоянного напряжения показания амперметров оказались различными. Меньшее показание $I_1 = 1$ А.

- 1) Найдите показание I_2 второго амперметра.
- 2) Найдите напряжение U источника.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

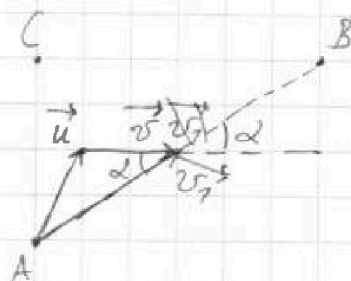
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

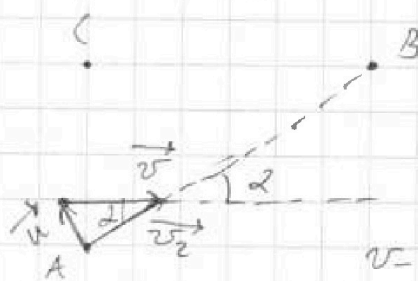
$$L_{AB} = \sqrt{L_A^2 + L_B^2} \quad AB = l = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20 \text{ м}$$

$$\text{Тогда } \begin{cases} v_1 = \frac{l}{T_1} \approx 1,3 \text{ м/с} \\ v_2 = \frac{l}{T_2} \approx 0,6 \text{ м/с} \end{cases}$$

Что изобразим (качественно) треугольники
скоростей в первом и втором случаях:



случай 1



случай 2

v - скорость
реки

П.ч. и. ветерина параллельно, то $v_1 \parallel v_2$

$$\text{Тогда } \alpha = \vec{v} \wedge \vec{v}_1 = \vec{v} \wedge \vec{v}_2 \quad (\wedge - \text{угол между векторами})$$

По теореме косинусов:

$$1) u^2 = v^2 + v_1^2 - 2vv_1 \cos \alpha$$

$$\text{Зде } \cos \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{12}{25}$$

$$2) u^2 = v^2 + v_2^2 - 2vv_2 \cos \alpha$$

$$\text{Зде } \cos \alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{16}{25}$$

Тогда из 1 и 2 получим

$$v_1^2 - 2vv_1 \cos \alpha = v_2^2 - 2vv_2 \cos \alpha$$

$$2v \cos \alpha (v_1 - v_2) = v_1^2 - v_2^2 = (v_1 + v_2)(v_1 - v_2)$$

$$\text{Значит } 2v \cos \alpha = v_1 + v_2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$v = \frac{v_1 + v_2}{2 \cos \alpha} = 3,65 \text{ м/с}$$

$$\text{Тогда } u = \sqrt{v^2 + v_1^2 - 2vv_1 \cos \alpha} \approx 4,2 \text{ м/с} \quad \begin{matrix} 3,54 \text{ м/с} \\ 4,78 \text{ м/с} \end{matrix}$$

Вспомогательные 3 величины:

$$\begin{cases} t = v \cdot d = u \cos \alpha \cdot T, \text{ где } d \text{ — выстрел, } \vec{u} \text{ и } \vec{A} \text{ } \\ (Ax = (v - u \sin \alpha) T, \text{ где } Ax \rightarrow \min \end{cases}$$

$$\text{Тогда } Ax = d \frac{v - u \sin \alpha}{u \cos \alpha} = d \frac{v}{u \cos \alpha} - d \tan \alpha$$

$$Ax = d \left(\frac{v}{u \cos \alpha} - \tan \alpha \right)$$

$$\text{где } \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha \Rightarrow \frac{1}{\cos \alpha} = \sqrt{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$Ax = d \left(\frac{v}{u} \sqrt{1 + \tan^2 \alpha} - \tan \alpha \right)$$

$$\text{Тогда } Ax \text{ min равно } d \text{ mit } \frac{v}{u} \sqrt{1 + \tan^2 \alpha} - \tan \alpha \rightarrow \min$$

$$\text{Тогда равно } \frac{v}{u} \sqrt{1 + \tan^2 \alpha} - \tan \alpha = 0 \rightarrow \text{то } Ax = 0$$

$$\frac{v}{u} \sqrt{1 + \tan^2 \alpha} = \tan \alpha, \text{ равно } \frac{v}{u} = \tan \alpha$$

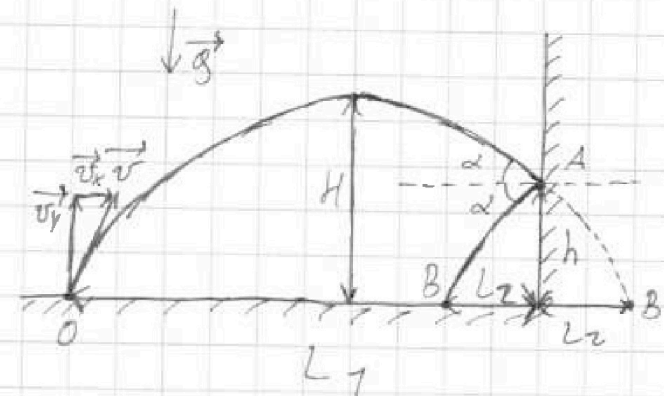
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



П.к. соударения меча
со стеной абсолютно
упругие, то квадрат
траектории АВ симмет-
ричен с АВ'

Когда м.к. соударения меча с воздухом можно прене-
бречь, то $v_x = \text{const}$

Тогда заметим, что $H = \frac{v_y^2}{2g}$

значит $v_y = \sqrt{2gH} = 18 \text{ м/с}$

Тогда пусть t_1 - время полёта от O до A, а t_2 -
время полёта от A до B.

Тогда $\begin{cases} L_1 = t_1 v_x \\ L_2 = t_2 v_x \end{cases}$, $2gH = 5L_2$

Отсюда $t_1 = 5t_2$

Тогда $\begin{cases} h = v_y t_1 - \frac{g t_1^2}{2} \\ h = v_y t_2 - \frac{g t_2^2}{2} \end{cases} \Rightarrow 5v_y t_2 - \frac{25g t_2^2}{2} = v_y t_2 - \frac{g t_2^2}{2}$

$$4v_y t_2 = 12g t_2^2$$

$$v_y = 3g t_2$$

$$t_2 = \frac{v_y}{3g}$$

$$\Downarrow \\ t_1 = 5t_2 = \frac{5v_y}{3g} = 30$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Тогда } h = v_y t_1 - \frac{v t_1^2}{2} = 9 \text{ м}$$

Теперь рассмотрим ситуацию с движущейся
стенкой.

Перейдем в СО стены, тогда v_x' ^{мяча} ~~мяча~~ мяча

$$\text{становит равна } v_x' = v_x + v$$

Тогда после соударения из условия $v_x'' = v_x'$ ~~быва~~

Возьмем в СО земь Земли;

$$\text{Тогда } v_{x0} = v_x'' + v = v_x + 2v$$

При этом v_y не меняется, т.к. $\vec{v} \perp \vec{v}_y$

А значит время t_2 останется прежним

$$\text{Тогда } d = v_{x0} t_2 - v_x t_2 = (v_x + 2v) t_2 - v_x t_2$$

$$d = 2v t_2 = 2,4 \text{ м}$$

Ответ: $h = 9 \text{ м}$; $t_1 = 3 \text{ с}$; $d = 2,4 \text{ м}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

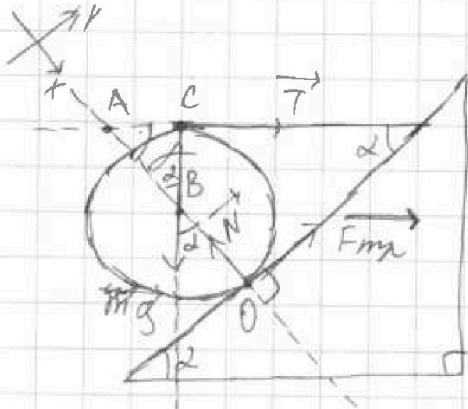
Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $BO = R$, $AB = l$

Тогда $\gamma = 180^\circ - 90^\circ - \alpha = 90^\circ - \alpha$

Значит $\frac{BC}{AB} = \sin \gamma = \cos \alpha$

Тогда $AB = \frac{BC}{\cos \alpha} = \frac{R}{\cos \alpha}$

$l = \frac{R}{\cos \alpha}$

Тогда $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 0,8$

Тогда запишем уравло моментов относительно точки O:

$$mg \sin \alpha \cdot R = T \sin \gamma \cdot (l + R)$$

$$mg R \sin \alpha = TR \cos \alpha \left(1 + \frac{1}{\cos \alpha}\right)$$

$$mg \sin \alpha = T(1 + \cos \alpha)$$

$$T = mg \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{mg}{3} = 10 \text{ Н}$$

Итак, если заданы направления вращений, то

$$\vec{T} + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{fr} = 0$$

В проекции на Oxi:

$$mg \cos \alpha + T \cos \gamma - N = 0$$

$$mg \cos \alpha + T \sin \alpha = N$$

$$N = 0,8mg + 0,2mg = 1,0mg = 10 \text{ Н}$$

Тогда $F_{fr} \min = \mu \min N \Rightarrow \mu \min = \frac{F_{fr} \min}{N} = \frac{1}{3}$

также тогда $\frac{1}{3} \leq \mu \leq 1$

Ответ: $T = 10 \text{ Н}$; $F_{fr} = 10 \text{ Н}$; $\frac{1}{3} \leq \mu \leq 1$

В проекции на Oyi:

$$F_{fr} + T \sin \gamma - mg \sin \alpha = 0$$

$$F_{fr} = mg \sin \alpha - T \cos \alpha$$

$$F_{fr} = 0,6mg - \frac{0,8mg}{3} = \frac{1,0mg}{3} = 10 \text{ Н}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

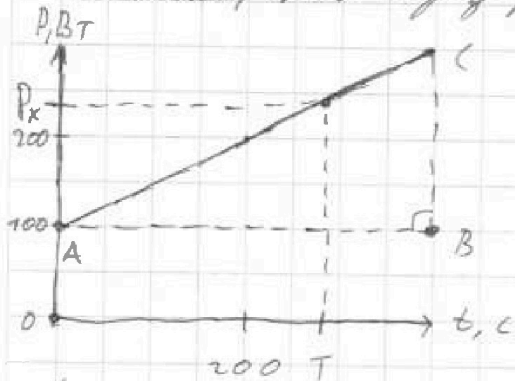
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Найдём P_n - по закону Джоуля-Ленца получим:

$$P_n = I^2 R = 500 \text{ Вт}$$

Заметим, что через время T мощность тепловыделяющего элемента равна



стает равна

$$P_k = P_0 + kT, \text{ где } P_0 = 100 \text{ Вт}, k - \text{коэф.}$$

наклона графика

$$k = \frac{BC}{AB} = \frac{200 \text{ Вт}}{400 \text{ с}} = 0,5 \text{ Вт/с}$$

(Тизодрама)
уловки

Тогда по закону сохранения энергии

$$\left(P_n - \frac{P_0 + P_k}{2} \right) T = \rho V c (t_1 - t_0) \cdot 2$$

Тогда получим

$$2 \rho V c (t_1 - t_0) = 2 P_n T - P_0 T - (P_0 + kT) T$$

$$2 \rho V c (t_1 - t_0) = 2 T (P_n - P_0) - k T^2$$

$$k T^2 - 2 T (P_n - P_0) + 2 \rho V c (t_1 - t_0) = 0$$

$$\text{Тогда } D = 4 (P_n - P_0)^2 - 8 \rho V c k (t_1 - t_0) =$$

$$\text{Отсюда } \sqrt{D} = 520 \text{ Вт}$$

Тогда $T_1 = 380 \text{ с}$, $T_2 = 1320 \text{ с}$ - такое значение следует
взять, так как, что через T_2 вода уже нагреется до

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$t_x \gg t_1 = 25^\circ\text{C}$, а потому т.к. $\rho_{\text{тем. сопротивление}}$
отражает зависимость $\rho_{\text{н}}$, то вода снова остывает до t_1

Значит в первый раз вода нагреется ~~до~~ до

$t_1 = 25^\circ\text{C}$ через $T = 380\text{C}$

Ответ: $T = 380\text{C}$; $\rho_{\text{н}} = 500\text{BT}$

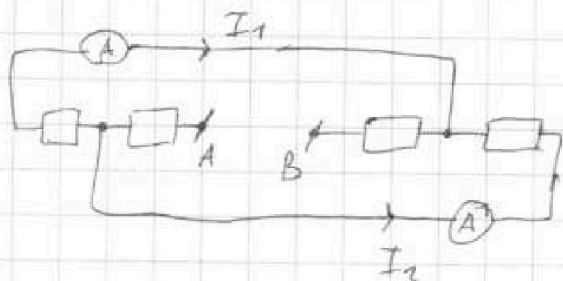
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

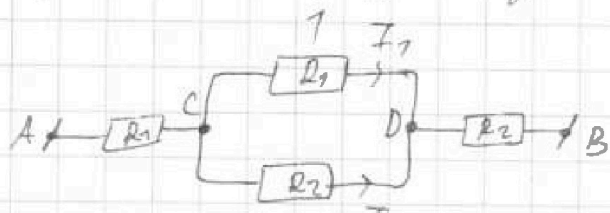
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Преобразуем схему

*без ограничения
движения обозначим
токи I_1 и I_2 :*

*Тогда т.к. $R_A \rightarrow 0$, то можно считать за
переменную. Тогда получим:*



Т.к. $I_1 < I_2$, а результаты

*r_1 и r_2 подключены
параллельно, то*

$$R_1 I_1 = R_2 I_2$$

$$\Downarrow \\ R_1 > R_2$$

*R_{AC} и R_{DB} можно обозначить
 R_1 и R_2 без ограничения движения*

Тогда $R_1 = 40 \Omega$, $R_2 = 20 \Omega$

$$\text{Значит } I_2 = I_1 \frac{R_1}{R_2} = 2 I_1 = 2 \text{ A}$$

$$\text{Тогда } U = U_{AC} + U_{CD} + U_{DB} = R_1(I_1 + I_2) + R_1 I_1 + R_2(I_1 + I_2)$$

$$U = 220 \text{ В}$$

Ответ: $I_2 = 2 \text{ A}$; $U = 220 \text{ В}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Поря QR-кода недопустима!



$$D = 4(P_n - P_0)^2 - 8gVck(t_1 - t_0) = 4(P_n - P_0)^2 - 2gVck(t_1 - t_0)$$

$$3,53 \text{ Д)} = 4(400 - 2000 \cdot 4200 \cdot 11) = 4(160000 - 84000 - 8400)$$

1059
1766
1059
124609

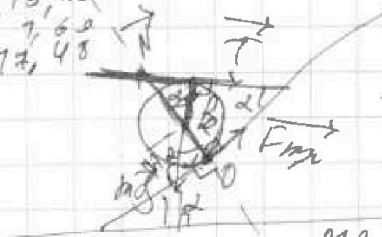
$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 26 \\ \hline 156 \\ 52 \\ \hline 676 \end{array}$$

$$D = 4 \cdot (160000 - 84000) = 4 \cdot 67600 = 400 \cdot 26^2$$

$$\sqrt{D} = 20 \cdot 26 = 520$$

$$\begin{array}{r} 2500 \overline{) 477} \\ 2085 \overline{) 059} \\ 4150 \\ \hline 3753 \\ 397 \\ \hline 1825 \\ 2190 \\ \hline 1095 \end{array}$$

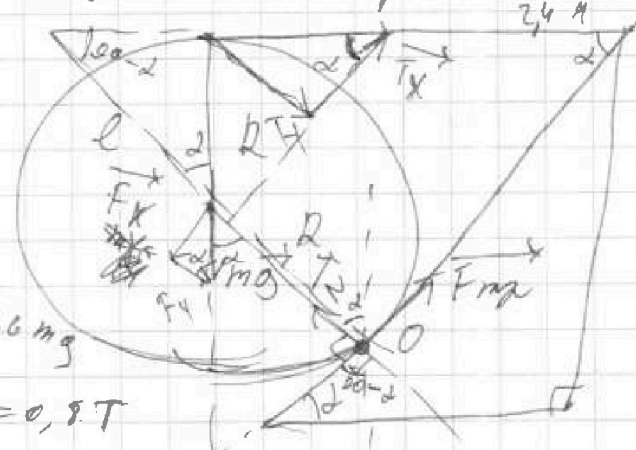
$$\begin{array}{r} 13,32 \\ + 12,47 \\ \hline 25,79 \\ + 1,60 \\ \hline 27,39 \\ + 1,48 \\ \hline 28,87 \end{array}$$



$$520 + 800 = 1320 \text{ C}$$

$$l = \frac{R}{\cos \alpha}$$

$$\frac{R}{l} = \cos \alpha = 0,8$$



$$\begin{array}{r} 13,32 \\ + 1,60 \\ \hline 14,92 \\ - 2,47 \\ \hline 12,45 \end{array}$$

$$48 \cdot 1,9 = 91,2$$

$$F_x = mg \sin \alpha = 0,6 mg$$

$$F_{Tx} = T \cos \alpha = 0,8 T$$

$$T_x(R+l) = R F_x$$

$$13,32 + 1,60 - 2 \cdot 13,32 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = 2 \cdot 1,60 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\begin{array}{r} 3,57 \\ + 3,52 \\ \hline 7,09 \\ + 17,60 \\ \hline 24,69 \\ + 1056 \\ \hline 123904 \end{array}$$

$$T \cos \alpha \left(1 + \frac{1}{\cos \alpha}\right) = mg \sin \alpha$$

$$T_y + F_y = N = \frac{mg \sin \alpha}{3} + mg \cos \alpha$$

$$T(\cos \alpha + 1) = mg \sin \alpha$$

$$T = mg \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + 1} = \frac{0,6}{1,8} = \frac{1}{3} = 10 \text{ H}$$

$$F_{Tx} + F_x = F_{mp} = \mu N$$

$$T_x + F_x = F_{mp} = \mu N$$

$$N = mg = 30 \text{ H}$$

$$\mu = \frac{F_{mp}}{N} = \frac{26}{30} = \frac{13}{15}$$

$$F_{mp} = \frac{mg \cos \alpha}{3} + mg \sin \alpha = mg \left(\frac{\sin \alpha}{3} + \cos \alpha \right) = \frac{2,6}{3} mg = 26 \text{ H}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МОТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

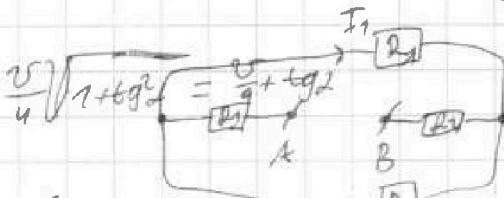
$$\begin{cases} u^2 = v^2 + v_1^2 - 2vv_1 \cos \alpha \\ u^2 = v^2 + v_2^2 - 2vv_2 \cos 2\alpha \end{cases}$$

$$v_1^2 - 2vv_1 \cos \alpha = v_2^2 - 2vv_2 \cos 2\alpha$$

$$v_1^2 - 2vv_1 \cos \alpha = v_2^2 - 2vv_2 \cos 2\alpha$$

$$\frac{2k}{k^2-1} = 2,06 \quad | \cdot 0,061$$

$$\begin{array}{r} 206 \quad | \quad 16,7 \\ 206 \quad | \quad 33,07 \\ \hline 4,7 \end{array}$$



$$\begin{aligned} & \left(\frac{v}{u} \sqrt{1+tg^2 \alpha} - tg \alpha \right) \frac{183}{24,4} \\ & tg \alpha \left(\frac{v}{u} \sqrt{1+tg^2 \alpha} - 1 \right) \\ & I_1 R_1 = I_2 R_2 \end{aligned}$$

$$k^2 + k^2 tg^2 \alpha + k^2 + k^2 tg^2 \alpha + tg^2 \alpha$$

$$\frac{u \cos \alpha}{4} (v - u \sin \alpha)$$

$$\frac{2v}{4 \cos \alpha} - tg \alpha$$

$$I_1 < I_2 \quad \frac{2,00}{183+18,3}$$

$$R_1 > R_2 \quad \frac{103+1,3}{201,3}$$

$$R_1 = 40 \Omega, R_2 = 200 \Omega$$

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + tg^2 \alpha$$

$$1 = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha$$

$$\frac{3,65}{3,54} \quad U = (I_1 + I_2) / (R_1 + R_2) + I_1 R_1 = 3,60 + 1,40 = 220 \text{ В}$$

$$H = v \sin \alpha \cdot T = \frac{g T^2}{2} \quad \frac{3,65}{3,54} \quad \frac{10,58}{19,32} \quad \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{1-k^2} = \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{1-k^2}$$

$$H = \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{18 \cdot 0,36}{2} = 9,6 \text{ м} \quad \frac{2g}{18-3} = 9,6 \cdot 15 = 0$$

$$\sqrt{324} = 18 \quad \begin{cases} l_1 = 3l_2 \\ l_1 = v \cos \alpha \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = 5t_2 \\ l_2 = v \cos \alpha \cdot t_2 \end{cases}$$

$$h = v \sin \alpha t_1 - \frac{g t_1^2}{2} \quad \begin{cases} 5v \sin \alpha t_2 - \frac{25g t_2^2}{2} = v \sin \alpha t_2 - \frac{g t_2^2}{2} \\ v \sin \alpha t_2 = \frac{3}{2} g t_2 \end{cases}$$

$$h = 18 \cdot 3 - \frac{10 \cdot 9}{2} = 9 \text{ м} \quad t_2 = \frac{v \sin \alpha}{3g} = 0,6 \text{ с} \Rightarrow t_1 = 5t_2 = 3 \text{ с}$$

