



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $3^{11}7^{11}$ ,  $bc$  делится на  $3^{18}7^{16}$ ,  $ac$  делится на  $3^{21}7^{38}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2x^2+x+3}=1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , диаметр  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC=1$  и  $BC=16$ . Найдите длину общей касательной к окружностям  $\omega$  и  $\Omega$ .
5. [4 балла] Ненулевые действительные числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения  $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$ .

6. [5 баллов] Из пункта  $A$  в пункт  $B$  выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт  $B$  на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от  $A$  к  $B$ , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в  $B$  на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между  $A$  и  $B$ .
7. [6 баллов] Вписанная окружность  $\omega$  прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $B$  касается его сторон  $CA, AB, BC$  в точках  $D, E, F$  соответственно. Луч  $ED$  пересекает прямую, перпендикулярную  $BC$ , проходящую через вершину  $C$ , в точке  $Y$ ;  $X$  – вторая точка пересечения прямой  $FY$  с окружностью  $\omega$ . Известно, что  $EX=2\sqrt{2}XY$ . Найдите отношение  $AD:DC$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Разложим числа на простые множители  $a, b, c \in \mathbb{N}$

$$a = 3^{a_3} \cdot 7^{a_7}; \quad b = 3^{b_3} \cdot 7^{b_7}; \quad c = 3^{c_3} \cdot 7^{c_7} \quad \left| \begin{array}{l} a_3, b_3, c_3 \geq 0 \\ a_7, b_7, c_7 \in \mathbb{N} \end{array} \right.$$

Тогда, если  $ab = 3^{11} \cdot 7^4$ , то  $a_3 + b_3 \geq 11$ ,  $a_7 + b_7 \geq 4$

$$bc = 3^{18} \cdot 7^{16}, \quad b_3 + c_3 \geq 18, \quad b_7 + c_7 \geq 16$$

$$ac = 3^{21} \cdot 7^{38}, \quad a_3 + c_3 \geq 21, \quad a_7 + c_7 \geq 38$$

Тогда  $2(a^3 + b^3 + c^3) \geq 50$ , т.е.  $a^3 + b^3 + c^3 \geq 25$ .

$$\text{и } 2(a^7 + b^7 + c^7) \geq 65$$

принимая попарные  
суммы  $\geq 25$ , получим  
все варианты

но, очевидно

$$a + b + c = 33, \text{ но } a + c \geq 38, \text{ поэтому}$$

$$a + b + c \geq 39$$

То есть наибольшее  $abc = 3^{25} \cdot 7^{39}$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2-3x+4} - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x$$

$$\sqrt{2x^2+x+3} + 1-4x - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x$$

~~1-4x=0~~  
 $2x^2-3x+4 \geq 0$   
 $2x^2+x+3 \geq 0$

Пусть  $a = 2x^2+x+3$  и  $b = 1-4x$ , тогда

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a} = b \quad \sqrt{a+b} = 0$$

~~$(\sqrt{a+b} - \sqrt{a})^2 = b^2$~~ 
 ~~$2a+b = 2\sqrt{a}b + b^2$~~

$$(\sqrt{a+b})^2 = (b + \sqrt{a})^2 \quad a+b = b^2 + 2\sqrt{a}b + a$$

$$b(b + 2\sqrt{a} - 1) = 0$$

$$b = 0 \quad \text{или} \quad b + 2\sqrt{a} - 1 = 0$$

$$1-4x = 0$$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$b - 1 = -2\sqrt{a}$$

$$1-4x-1 = -2\sqrt{2x^2+x+3}$$

$$(-4x) = (-2\sqrt{2x^2+x+3})$$

$$16x^2 = 4(2x^2+x+3)$$

~~$8x^2 - 4x - 12 = 0$~~

$$2x^2 - x - 3 = 0$$

$$D = \frac{1+24}{1+24} = 25$$

$$x_1 = \frac{1-5}{4} = -1$$

не подходит

$$x_2 = \frac{6}{4} = 1,5$$

не подходит

~~$x \geq 0$~~

~~$\sqrt{2x^2+x+3} + 1-4x \geq 0$~~

$$\sqrt{2 \cdot 2,25 + 1,5 + 3} + 1 - 6 = \sqrt{9} - 5 = 3 - 5 < 0$$

не подходит

Ответ:  $\frac{1}{4}$  или  $0,25$ .



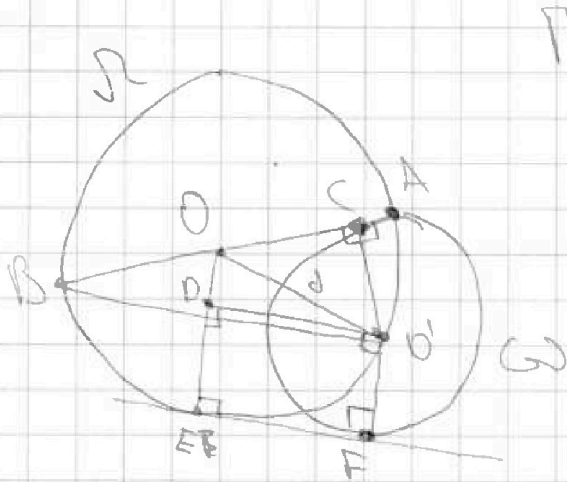
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

ЛМФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть расстояние между центрами окружностей =  $d$ .

$O'B = b; O'A = a,$

$O'C = r$  - радиус  $G$

$OO' = d; OA = R$  - радиус  $D$

$AC = 1; BC = 16; R = \frac{AC+BC}{2} = 8,5$

на диаметре  $AB$  проведем 2 фигуры  $\triangle ODO'$  и

Округ касался  $EF$ .

Разделим  $\triangle ODO'$  на  $\triangle ODE$  и  $\triangle O'DF$ , тогда  $DO = x$  - длина касательной =  $EF$  (по формуле-ке).

$OD = OE - O'F = R - r$  и  $OO' = d$ .

По ПТ из  $\triangle ODO'$ :  $d^2 = (R-r)^2 + x^2$ .

По ПТ из  $\triangle O'CO$ :  $(O'C)^2 + (CO)^2 = d^2$ , т.е.  $r^2 + (R-1)^2 = d^2$

Подставим  $d^2$ , получим  $r^2 + R^2 - 2Rr + 1 = R^2 - 2Rr + x^2 + x^2$ , тогда  $x^2 = 2R(r-1) + 1$

По ПТ из  $\triangle BO'A$ :  $a^2 + b^2 = 4R^2$  ( $\angle BO'A = 90^\circ$ , т.к. опущена перпендикуляр  $AB$ ).

По ПТ из  $\triangle O'CB$ :  $BC^2 + (CO')^2 = BO'^2$

$\frac{16^2}{16} + \frac{(CO')^2}{6} = \frac{BO'^2}{6}$

$256 + r^2 = b^2$

По ПТ из  $\triangle AOC$ :  $a^2 = 1 + r^2$

Сложим 2 ур-ня  $\Rightarrow \frac{a^2 + b^2}{4R^2} = \frac{2r^2 + 257}{4R^2}$   $2r^2 = 289 - 257$

$2r^2 = 32; r = 4, > 0$ .  $x^2 = 2 \cdot 8,5 \cdot (4-1) + 1 = 14 \cdot 3 + 1 = 52$   $x = 2\sqrt{13}$ . Ответ:  $2\sqrt{13}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(1)  $3x+2y=z$ . (2)  $\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{2}{z}$  - по условию  $x, y, z \neq 0$

(2)  $\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{2}{z}$      $\frac{3y+x}{xy} = \frac{2}{z}$      $\begin{cases} 3yz+xz=2xy \\ 3x^2+2xy=xz \end{cases}$

Умножим (1) на  $x$ , тогда

$3yz+3x^2=2xy+xz-2xy-xz \Rightarrow -yz=x^2 \quad z=-\frac{x^2}{y}$

Подставим  $z$  в (2), тогда  $\frac{3y+x}{xy} = -\frac{2y}{x^2} \quad x \neq 0$

Т.е.  $3yx+x^2=-2y^2 \quad x^2+3yx+2y^2=0$

$x^2+xy+2xy+2y^2=x(x+y)+2y(x+y)=0 \quad (x+y)(x+2y)=0$

1.  $x=-y$  или  $x=-2y$   
 $z=\frac{x^2}{x}=x$      $z=\frac{xy}{y}=-4y$

~~$\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6xy}$~~     Подставим 1 и 2 в  $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6xy}$   
 случай 1:  $\frac{3x^2-4(-x)^2-(-x)^2}{x^2-6(-x^2)} = \frac{3x^2-4x^2-x^2}{x^2+6x^2} = \frac{-2x^2}{7x^2} = -\frac{2}{7}$

случай 2:  $\frac{3(-2y)^2-4y^2-(-4y)^2}{(-2y)^2-6y^2} = \frac{12y^2-4y^2-16y^2}{4y^2-6y^2} = \frac{-8y^2}{-2y^2} = 4$

Наибольшее значение = 4.

Ответ: 4.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть скорость велосипедиста -  $c$ , скорость мотоциклиста -  $d$ .  
Время на АВ велосипедиста -  $a$ , мотоциклиста -  $b$ .

Тогда  $a = b + 2$ , (1)  $\frac{S}{c} = \frac{S}{d} + 2$  - по времени

(2)  $bc + 96 = ad$  - по энергии, (3)  $\frac{S}{c+b} = \frac{S}{d+b} + \frac{5}{4}$

Также  $S = ac$ ;  $S = bd$ .

Из (1)  $S(\frac{1}{c} - \frac{1}{d}) = 2$   $S(\frac{d-c}{cd}) = 2$   $S = \frac{2cd}{d-c}$ .

Тогда  $\frac{2cd}{d-c} = ac = bd$ .  $\frac{2d}{d-c} = a$ ;  $\frac{2c}{d-c} = b$

$$\begin{cases} ad - ac = 2d \\ bd - bc = 2c \end{cases} + \begin{cases} ad - bc = 2(c+d) \\ 96 = 2(c+d) \end{cases}$$

$c+d = 48$   $c = 48 - d$

$S = \frac{2(48-d)d}{2d-48}$ ; Из (3)  $S(\frac{d+b-c-b}{(c+b)(d+b)}) = \frac{5}{4}$   $S = \frac{5(c+b)(d+b)}{4(d-c)}$

$= \frac{5(54-d)(d+6)}{4(2d-48)}$  Получаем  $\frac{2(48-d)d}{2d-48} = \frac{5(54-d)(d+6)}{4(2d-48)}$

$8d(48-d) = 5(54-d)(d+6)$   $c \neq d$

$384d - 8d^2 = 270d + 1620 - 5d^2 - 30d$

~~$3d^2 - 96d + 1620 = 0$~~   ~~$d^2 - 32d + 540 = 0$~~

$3d^2 - 144d + 1620 = 0$   $d^2 - 48d + 540 = 0$

$D = 2504 - 2160 = 144$

$d = \frac{48 \pm 12}{2} = 30$ ;  $d_2 = \frac{48 - 12}{2} = 18$ .

$d > c$ , поэтому  $d = 30$ ;  $c = 18$  км/ч

$S = \frac{2 \cdot 30 \cdot 18}{30 - 18} = \frac{60 \cdot 18}{12} = 90$  км

Ответ: 90 км.

36  
148  
148  
148  
148  
148  
2304



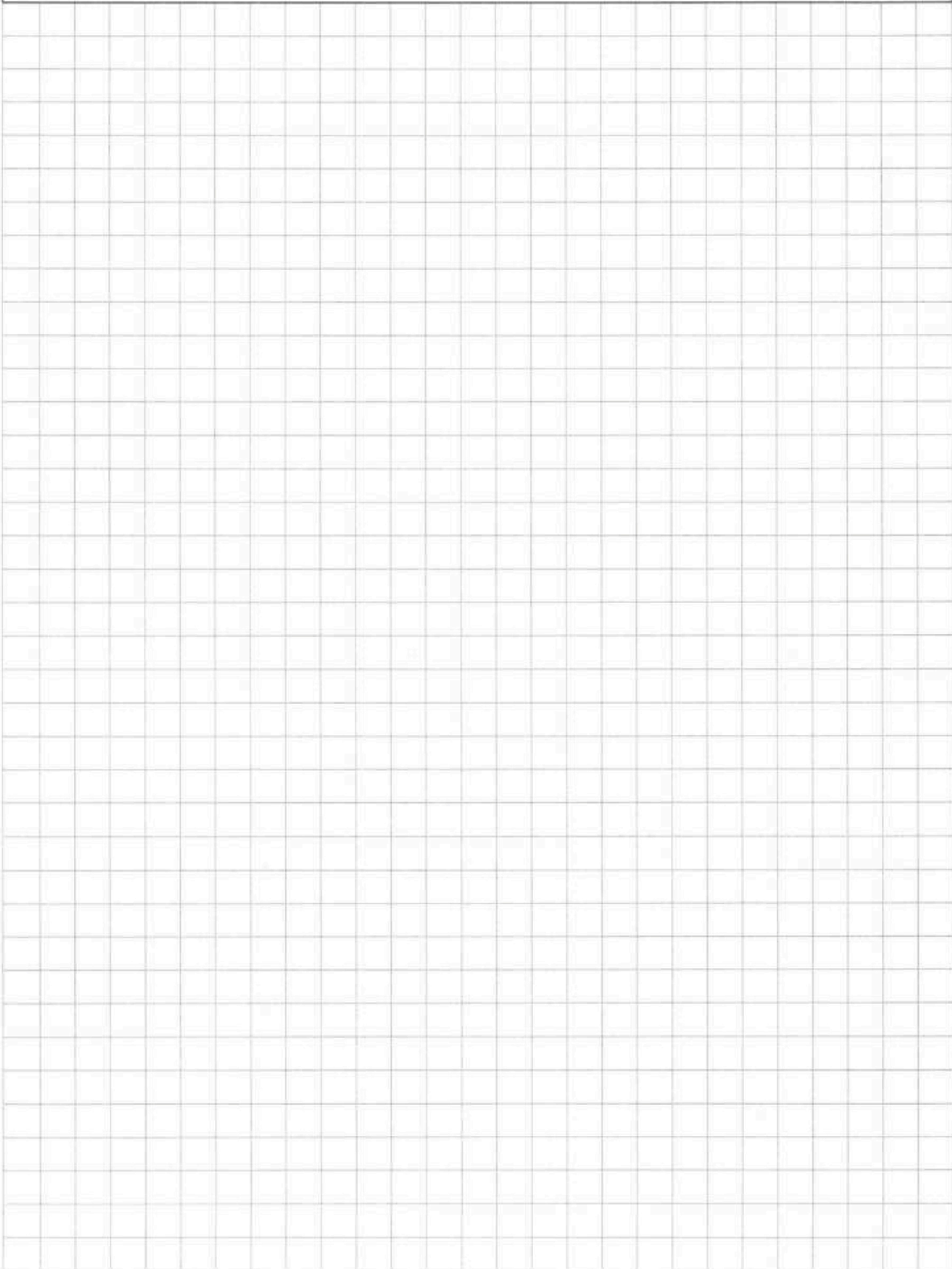
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2} = \frac{a+b}{(a-b)^2-3b^2} = \frac{a+b}{4(a-b)^2-3a^2-3b^2} = \frac{a+b}{(2(a-b)-a)(2(a-b)+a)-2a^2-3b^2}$$

$$= \frac{a+b}{(a-b)(3a-b)} \quad \frac{a+b}{b(4a-b)+a^2-3b^2} = \frac{a+b}{b^2+a+2\sqrt{a}b} = a+b$$

~~$$\frac{a+b}{4(a-b)^2-3a^2-3b^2} = \frac{a+b}{-4b(2a-b)+a^2-3b^2} = \frac{a+b}{a^2-4b(2a+b)-3b^2}$$~~

$$\frac{a+b}{(2a-2b)(a+b)(a+4b)} \quad a = kb + y \quad (R-r)^2 + x^2 = d^2$$

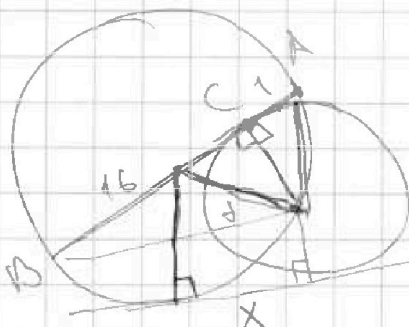
~~$$\frac{b(k+1)+y}{kb^2+2ykb+y^2-8kb^2-8yb \cdot b^2} = \frac{b(k+y)+y}{kb^2+b+y}$$~~

$$\frac{1}{8} \cdot 4 - \frac{3}{2} = \frac{1}{8} = \frac{1}{2} \cdot 2$$

$$\frac{y(kb+b+y) + kb(kb+b+y) - 9kb^2 - 9yb \cdot b^2}{b^2 + 9b(kb+y)} = \frac{a(a+b) + b^2 - 8ab}{(a+b)(a-b) + 2b^2 - 8b(a)}$$

$$b^2 + 9b(kb+y) = a^2 - b^2 - b(kb+y+b) + 2b^2 - 8kb^2 - 8by$$

$$a(a+b) + b^2 - 8ab \quad (a+b)(a-b) + 2b^2 - 8b(a)$$



$$d^2 = (R-r)^2 + x^2 \quad g = R$$

$$d^2 = r^2 + (R-1)^2$$

$$r^2 + R^2 - 2Rr + 1 = r^2 + R^2 - 2Rr + x^2$$

$$2R(r-1) + 1 = x^2$$

$$a+b^2 = 289 \quad r+1=a^2 \quad b^2 = r^2 + 256$$

$$2r^2 = 289 - 256 = 32 \quad r=4 \quad 17-3+1=x^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3x+2y=z \quad \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z} \quad \frac{3yz+x}{xy} = \frac{2}{z} \quad 2xy = 3yz + xz$$

$$3x^2 + 2xy = xz \quad 3xz + 2yz = z^2 \quad 2xy + 6y^2 = 3yz$$

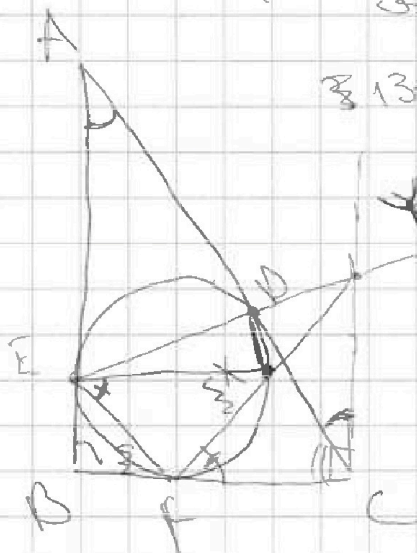
$$3x^2 + 3yz + xz = xz \quad xz + 3yz = 2xy \quad 4y^2 + 3yz + z^2 = 2xy - xz$$

$$3x^2 + 3yz = 0 \quad 2xz - yz = z - 2xy \quad 4xy + 6y^2 + 12z$$

$$x^2 + yz = 0 \quad x^2 = -yz \quad abc = 3 \cdot 4 \cdot 11 = 132 \quad c = 3^2 \cdot 11 = 99$$

$$x^2 - 6y^2 + 2x + 2y - z^2 = 0 \quad x^2 = 6y^2 \quad = 1 + \frac{2y^2 + yz + z^2}{zy + 6y^2} =$$

$$= 1 + \frac{(2y+z)(z+y)}{4y(2+6y) + 2y(2y+z) + 4y^2}$$



$$EK = 2\sqrt{2} \cdot 11$$

$$CF = CD$$

$$ED \cdot FE = EK \cdot KF$$

$$a_3 + b_3 \geq 11 \quad b_3 + c_3 \geq 18$$

$$a_3 + b_3 \geq 11 \quad b_3 + c_3 \geq 16$$

$$2(a_3 + b_3 + c_3) \geq 50 \quad a_3 + c_3 \geq 21 \quad a_3 + c_3 \geq 38$$

$$a_3 + b_3 + c_3 \geq 25 \quad 2(a_3 + c_3 - b_3) \geq 65 \quad a_3 + c_3 + b_3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab = 3^{14} \cdot 4^x$$

$$bc = 3^{16} \cdot 4^y$$

$$ac = 3^{21} \cdot 4^{38}$$

$$a^2 = 3^8 \cdot 4^5 \cdot \frac{3^5 \cdot 4^5}{x} = 3^{21} \cdot 4^{38} \cdot 2$$

$$a^2 = \frac{2x}{y} \cdot 3^{14} \cdot 4^{21}$$

$$\frac{c^2}{a^2} =$$

$$\frac{2x \cdot 4^2 (x+1) = 2x \cdot 2^{2x+4}}$$

$$\frac{c^2 \cdot x}{3^{10} \cdot 4^{24} \cdot 2} = 3^{16} \cdot 4^6 \cdot y$$

$$c^2 = 3^{26} \cdot 4^3 \cdot \frac{y^2}{x}$$

$$abc = \frac{x \cdot y^2}{x \cdot y^2} \cdot 3^{50}$$

$$kb + x + b$$

$$k^2b^2 + 2kbx + x^2 - 8kb^2 - 8xb + b^2 = kb(kb + x + b) - 9kb^2 + kbx + x^2 - 8bx + b^2$$

$$\frac{a \cdot b}{a^2 - 8ab + b^2} =$$

$$\frac{a + b}{(a+k)^2 - 8ab} =$$

$$\frac{kb + x + b}{(b+x-b)^2 - 8(kb+x)b} =$$

$$\frac{kb + x + b}{k^2b^2 + 2kbx + x^2 - 8(kb^2 + bx)} =$$

$$= \frac{kb + x + b}{k^2b^2 + 2kbx + x^2 - 8b(kb + x) + 8b^2} = \frac{kb(kb + x + b) + kbx + x^2 - kb^2 - 8b^2 - 8b(kb + x) + 8b^2}{kb(kb + x + b) + kbx + x^2 - kb^2 - 8b^2 - 8b(kb + x) + 8b^2}$$

$$kb + x + b$$

$$ab + x + b$$

$$= \frac{kb(kb + x + b) - 8b^2 - kb^2 - 8b^2 + kb(kb + x + b) - 8b(kb + x) + 8b^2}{(kb + x + b)(kb + x - 8b) + 8b^2} =$$

$$\frac{-8b(kb + x + b) + 8b^2}{(kb + x + b)(kb + x - 8b) + 8b^2}$$

$$\frac{c}{a} = \frac{3^8 \cdot 4^5 \cdot \frac{3^5 \cdot 4^5}{x}}{3^{14} \cdot 4^{21}}$$

$$c = 3^8 \cdot 4^5 \cdot \frac{3^5 \cdot 4^5}{x} \cdot \frac{1}{3^{14} \cdot 4^{21}}$$

$$\frac{c}{b} = 3^8 \cdot 4^{22} \cdot \frac{2}{y}$$

$$b = \frac{a \cdot y}{c}$$

$$a = \frac{b^2}{y} \cdot 3^8 \cdot 4^{22}$$

$$b^2 = \frac{y}{2} \cdot 3^8 \cdot 4^{11}$$

$$c = 3^{10} \cdot 4^{24} \cdot \frac{2}{x}$$

$$b = \frac{c \cdot x}{3^{10} \cdot 4^{24} \cdot 2}$$

$$10(kb+x)b = 10kb^2 + 10bx$$

$$a = kb + x$$

$$(kb+x+b)^2 = k^2b^2 + x^2 + b^2 + 2kbx + 2kb^2 + 2bx$$

$$kb + b + k$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2-3x+4} = \sqrt{2x^2+x+3} - 1-4x \quad \begin{matrix} 2x^2-3x+4 \geq 0 & 2x^2+x+3 \geq 0 \\ x=0, x=1,05 & x=0, x=-1,05 \end{matrix}$$

$$(\sqrt{2x^2-3x+4} - \sqrt{2x^2+x+3})^2 = (1-4x)^2 \quad 1-4x \geq 0 \quad x \leq 0,25$$

$$2x^2-3x+4 - 2\sqrt{(2x^2-3x+4)(2x^2+x+3)} + 2x^2+x+3 = 1 - 8x + 16x^2$$

$$2\sqrt{(2x^2-3x+4)(2x^2+x+3)} = 6x+6-12x^2$$

$$(2\sqrt{(2x^2-3x+4)(2x^2+x+3)})^2 = (6(x+1-2x^2))^2$$

$$4(2x^2-3x+4)(2x^2+x+3) = 36(x+1-2x^2)(x+1-2x^2)$$

$$4x^4 + 2x^3 + 6x^2 - 6x - 3x - 9x + 8x^2 + 4x + 12 = 9x^2 + 9x - 18x^3 + 9x^4 -$$

$$-18x^2 - 18x^3 - 18x^2 + 36x^4$$

$$32x^4 - 32x^3 - 38x^2 + 23x - 3 = 0$$

$$(5x+3-x)(32x^2-38) = x(32x^2-38)$$

$$32x^4 - 32x^3 - 32x^2 + 32x = 3 + 6x + 9x$$

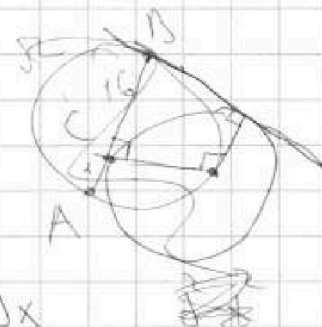
$$32(x^4 - x^3 - x^2 + x) = 3(2x^2 + 3x + 1)$$

$$32(x^4 - x^3 - (x^2 - x)) = 3(2x^2 + 1)(x+1)$$

$$32(x^2(x^2-1) - x(x^2-1)) = 3(2x^2+1)(x+1)$$

$$32(x-1)(x+1) \cdot x(x-1) = 3(2x^2+1)(x+1)$$

$$32x^3 - 64x^2 + 32x = 6x^2 + 3 \quad 2x^2 + x + 3 = a \quad 1-4x = b$$



$$S = 16x$$

$$a = 0$$

$$3a + 4b = 0$$

$$6x^2 + 3x + 9x + 4 - 16x = 0$$

$$6x^2 - 13x + 13 = 0$$

$$x = -1$$

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a} = b \quad 3a + 4ab = 0$$

$$a+b+2\sqrt{a^2+ab}+a=b \quad -a=2\sqrt{a^2+ab} \quad a^2=4a^2+4ab$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$9x^2 + 12xy + 4y^2 = 2$$

~~$$3x + 2y = \sqrt{2} \quad 3x^2 + 12xy + 4y^2 = 2 \quad 12x + 12xy \quad 12y(x+y)$$

$$x^2 - 6y^2 = x^2 - 6y^2$$~~

$$\frac{3y+x}{x-y} = \frac{2}{1}$$

$$2xy = 3y^2 + 2x$$

$$x^2 = -y^2$$

$$\frac{3y+x}{x-y} = \frac{-2y}{x^2}$$

$$2x = 3x^2 + 2xy$$

$$3yx + x^2 = -2y^2$$

$$3yx = x^2 - 2y^2$$

$$x^2 + 3xy + 2y^2 = 0$$

~~$$x^2 + 3xy + 2y^2 + 2xy = 0 \quad x(x+y) + 2y(x+y) = 0$$~~

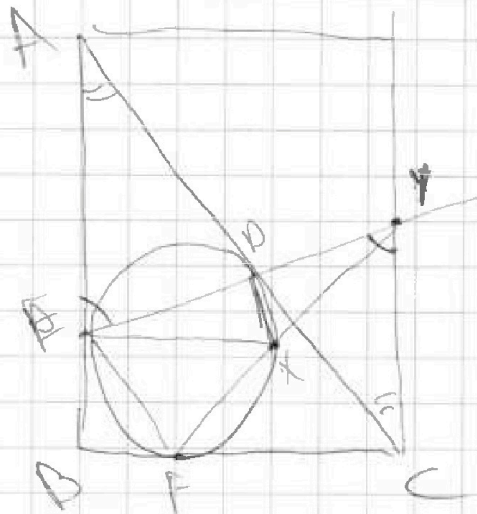
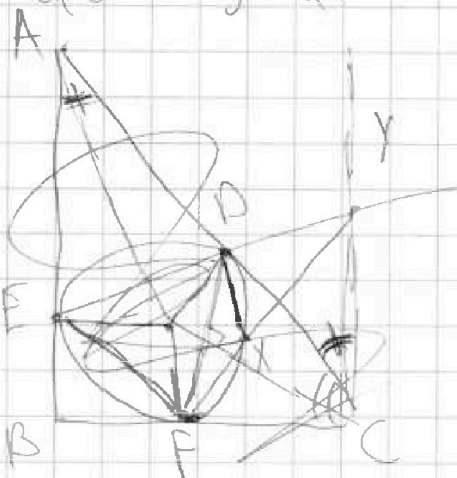
$$(x+y)(x+2y) = 0$$

$$x = -y \quad x = -2y$$

$$a^2 - 8ab + b^2 = \frac{mc}{d}$$

$$ad + bd = mca^2 - 8abmc + b^2mc$$

$$b(bmc - d) + a(ame - d) = 8abmc$$



$$\frac{ED}{DC} = \frac{DF}{FC}$$

$$\frac{ED}{DC} = \frac{DF}{FC}$$

$$\frac{ED}{DC} = \frac{DF}{FC}$$

$$\frac{ED}{DC} = \frac{DF}{FC}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$t_{MAN} + 2 = t_{BAR}$$

$$a + 2 = b$$

$$t_{MAN} + 2 = t_{BAR}$$

$$\frac{S}{c} + 2 = \frac{S}{d}$$

$$ac = S \quad bd = S$$

$$\frac{S}{\frac{2c}{a}} + 2 = \frac{S}{\frac{2b}{d}}$$

$$96 + ad = bc$$

$$d = \frac{S}{b}; a = \frac{S}{c}$$

~~$$96 + \frac{2b}{a} t_{MAN} = \frac{2c}{d} t_{BAR}$$~~

$$\frac{S}{c+b} + \frac{S}{4} = \frac{S}{d+b}$$

~~2~~

~~$$\frac{S}{4} = S \left( \frac{1}{d+b} - \frac{1}{c+b} \right) = S \left( \frac{c-d}{(d+b)(c+b)} \right)$$~~

$$96 = \frac{S^2}{bc} = bc$$

~~$$2 = S \left( \frac{c-d}{(d+b)(c+b)} \right)$$~~

$$\frac{5}{8} = \frac{S}{c+d+bc+6d} = 36$$

~~$$5cd = 8c$$~~

$$S = \frac{2cd}{c-d} = ad = bd$$

$$\frac{2d}{c-d} = a$$

$$\frac{2c}{c-d} = b$$

$$ac - ad = 2d$$

$$S - ad = 2d$$

~~$$2d$$~~

$$bc - bd = 2c$$

$$bc - S = 2c$$

$$bc - ad = 2(d+c)$$

$$c+d = 48$$

$$c = 48 - d$$

$$48a - 48d - ad = 2d$$

$$48b - 48d - bd = 96 - 2d$$

~~$$18(a-b) = bd - ad = 4d = 96$$~~

$$\begin{array}{r} 144 \\ 144 \\ \hline 378 \\ 526 \\ \hline 8636 \end{array}$$

$$S = \frac{2cd}{c-d}$$

$$S = \frac{5(d+6)(c+6)}{4(c-d)}$$

$$\frac{2(48-d)d}{48-2d}$$

$$= \frac{5(d+6)(54-d)}{4(48-2d)}$$

$$8d(48-d) = 5(54d - d^2 - 6d + 324)$$

$$384d - 8d^2 = 320d - 5d^2 - 30d + 1620$$

$$3d^2 - 94d + 1620 = 0$$

~~$$d = 8636$$~~

$$3d^2 - 144d + 1620 = 0$$

$$d^2 - 48d + 540 = 0 \quad 4 \cdot 4 \cdot 144$$

$$d = 48 \pm 4 \cdot 4 \cdot 125 = 0 \quad \#$$