



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}$ ,  $b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-12;24)$ ,  $Q(3;24)$  и  $R(15;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Решение:  $a_1 = 2, 7, 14$   
 $b_1 = 2, 7, 14$   
 $c_1 = 2, 7, 14$   
 $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2 \geq 0$   $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2 \in \mathbb{N}$   
 тогда  $ab = 2 \cdot 7 = 14$ ;  $2 \cdot 7 = 14 \Rightarrow a_1 + b_1 \geq 14$   
 $bc = 2 \cdot 7 = 14$ ;  $2 \cdot 7 = 14 \Rightarrow b_1 + c_1 \geq 14$   
 $ac = 2 \cdot 7 = 14$ ;  $2 \cdot 7 = 14 \Rightarrow a_1 + c_1 \geq 14$   
 Логично предположить из системы неравенств, что возможные  $a_1, b_1, c_1$  равны  $a_1, b_1, c_1$ .

$$(a_1 + b_1) + (a_1 + c_1) + (b_1 + c_1) \geq 14 + 14 + 14 = 42$$

$$2(a_1 + b_1 + c_1) \geq 42$$

$$a_1 + b_1 + c_1 \geq 21$$
 так  $a_1, b_1, c_1$  — натуральные,  $a_1 + b_1 + c_1 \geq 26$

$$(a_2 + b_2) + (b_2 + c_2) + (a_2 + c_2) \geq 10 + 17 + 17 = 44$$

$$a_2 + b_2 + c_2 \geq 22$$

Значит, что так  $a_2 + c_2 \geq 37$ , то  $37 + b_2 \geq 22$ , тогда  $b_2 \geq -15$ .

минимум суммы  
показателей

то  $b_2 \geq 0$

$$abc = 2 \cdot 7 = 14$$
 где, что  $abc$  минимально при минимальных  $a_1 + b_1 + c_1$  и  $a_2 + b_2 + c_2$

$a_1 + b_1 + c_1 \geq 26$  при  $b_1 = 5$ , что тоже не подходит, значит минимальное  $a_1, b_1, c_1$  будет 37, так  $b_2 = 0$  и  $a_2 + c_2 \geq 37$ . В самом деле, если полагать  $b_1$  больше, то  $a_1 + b_1 + c_1$  тоже увеличивается. Таким образом

$$a_1 + b_1 + c_1 \geq 37$$

потому  $abc \geq 2 \cdot 7 = 14$  или минимальное  $abc = 2 \cdot 7 = 14$

Проверим, чтобы все это  $(a_1, b_1, c_1)$  было натуральными, для этого приведем примеры:

$$a_1 = 8, b_1 = 6, c_1 = 12 \Rightarrow a_2 = 2, b_2 = 0, c_2 = 10$$

$$a_2 = 17, b_2 = 0, c_2 = 20$$

$$ab = 2 \cdot 7 = 14$$

$$bc = 2 \cdot 7 = 14$$

$$ac = 2 \cdot 7 = 14$$

$$a_2 + b_2 + c_2 = 2 + 0 + 20 = 22$$

$$abc = 2 \cdot 7 = 14$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

уменьшаем левую часть, правую часть  
на "соответствующую" (м.е. на

$$(2x^2 - 5x + 3) - (2x^2 + 2x + 1) = (2 - 7x)(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$$

$$(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}) \cdot (2 - 7x)$$

$$(2 - 7x) - (2 - 7x)(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}) = 0$$

умножили левую часть на сопряженную  
разделили на  $(2 - 7x)$

$$\begin{cases} 2 - 7x = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{7} \\ \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1 \\ 2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \rightarrow D = 25 - 24 = 1 \quad x_1 = \frac{5-1}{2} = 2 \\ 2x^2 + 2x + 1 \geq 0 \rightarrow D = 4 - 8 = -4 < 0 \end{cases}$$

$$x_2 = \frac{5+1}{2} = 3 \Rightarrow x \in (-\infty; 2] \cup [3; \infty)$$

и т.

Таким образом, ОДЗ:  $x \in (-\infty; 2] \cup [3; \infty)$

корень  $x = \frac{2}{7}$  в ОДЗ не входит.

$$(1) \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \geq 0 \\ \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1 - \sqrt{2x^2 - 5x + 3} \geq 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \quad 2x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

$$2x^2 - 5x + 3 = (2x - 3)(x - 1)$$

$$2x^2 + 2x + 1 = (2x + 1)(x + 1)$$

$$2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; 1] \cup [1.5; \infty)$$

и м.е. асимптотический квадрат  
корень  $x = 1.5$   
корень  $x = 1.5$  в ОДЗ не входит  
поэтому делаем вывод: корни  
которых входят в ОДЗ являются решениями.

$$\begin{cases} 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \geq 0 \\ 1 - \sqrt{2x^2 - 5x + 3} \geq 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \leq 1 \Rightarrow 2x^2 + 2x \leq 0 \\ \sqrt{2x^2 - 5x + 3} \leq 1 \Rightarrow 2x^2 - 5x + 2 \leq 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \leq 1 \Rightarrow 2x^2 + 2x \leq 0$$

$$2x(x + 1) \leq 0 \Rightarrow x \in [-1; 0]$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} \leq 1 \Rightarrow 2x^2 - 5x + 2 \leq 0$$

$$D = 25 - 16 = 9 \quad x_1 = \frac{5-3}{2} = 1 \quad x_2 = \frac{5+3}{2} = 4 \Rightarrow x \in [1; 4]$$

решения системы будут:

$$X = [-1; 0] \cap [1; 4] = \emptyset$$

и следовательно уравнение (1) не имеет решений

Таким образом, единственное решение -  $x = \frac{2}{7}$

Ответ:  $x = \frac{2}{7}$



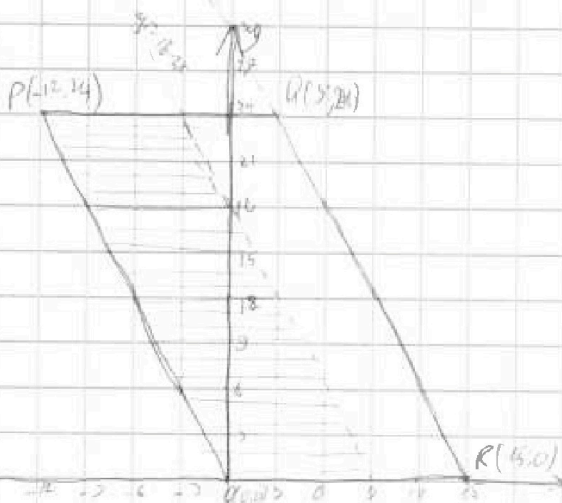
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2x_2 - 2x_1 + y_2 + y_1 = 12$$

$$y_2 = (12 + y_1 + 2x_1) - 2x_2$$

$q_1(x_1)$  представляет собой прямую линию  
 $y = kx + b$ , где  $k = -2$ ,  $b = 12 + 2x_1 + y_1$

Ответим, что на прямой  $q_1(x_1)$

лежит ровно 13 точек, пока

$$b = 12 + 2x_1 + y_1 \text{ принадлежит отрезку}$$

$[0, 30]$  (точка, принадлежащая пара-

лелограмму имеет целые координаты), и в этом случае неравенство  
 $0 \leq b \leq 30$  (т.к. в противном случае точка принадлежала бы не границе, а внутренней

$$\begin{cases} 12 + 2x_1 + y_1 \leq 30 \\ 12 + 2x_1 + y_1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 \leq 18 - 2x_1 \\ y_1 \geq -12 - 2x_1 \end{cases}$$

ответим на рисунке соответствующей штриховкой.

Поскольку нас интересует  $\overline{N}$  точек с целыми координатами,  
можно представить это множество как  $\overline{N}$  точек  $q_1 = 12 - 2x_1$ , ка-  
ждому из которых соответствует по 13 точек  $q_2$  точек параллелограмма, при-  
чем  $n \in [0, 12] \cap \overline{N} = \overline{N}$  и  $|\overline{N}| = 19$

представим  $q_2(x, n)$  в  $q_2$ :

$$q_2 = (12 + n - 2x_1 + 2x_1) - 2x_2 = 12 + n - 2x_2$$

Получим множество прямых, каждая из которых имеет координату  $(n+12)$  и  
равен количеству координат  $q_2(n)$ , чье значение удовлетворяет  
условию  $q_2(n) \in [0, 30]$ . В каждой из этих прямых содержится  
ровно 13 точек параллелограмма, имеющих целые координаты. Желая на-  
йти количество точек функции  $q_2(n, x)$  находим 13 пар с точками прямой  $q_2(n, x)$  и т.д.

Поскольку  $n \in \overline{N}$  и  $|\overline{N}| = 19$ , то всего таких пар будет 19 раз больше, чем 13-13  
13 · 13 · 19

Всего 13 · 13 · 19

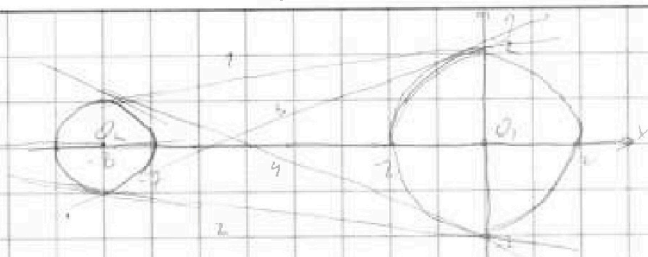
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$((x+4)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$$

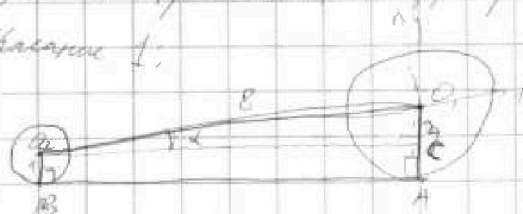
представлен собой два круга

$$(x+4)^2 + y^2 \leq 1 \quad (\text{центр } O(-4, 0) \text{ и } R=1)$$

$$\text{и } x^2 + y^2 \leq 4 \quad (\text{центр } O(0, 0) \text{ и } R=2)$$

Поскольку возможны два решения, проведем further упрощения, заменив собой окружности, радиусы которых касаются в одной точке. Предположим, что окружности касаются в одной точке. Тогда, если касание в  $O_1$  и  $O_2$  касаются, то радиусы касаются в одной точке.

Касание 1:



Пусть  $O_1$  - центр первой окружности,

$O_2$  - второй.  $AB$  касательная к обеим

по условию  $O_1O_2 = 8$ ,  $O_2B \perp AB = r = 1$

$$O_1A \perp AB = R = 2$$

Рассмотрим  $O_1C \parallel AB$   $AB, CO_2$  - параллельны,  $AC = O_1B = 1$

$$O_1C = AO_2 - AC = 8 - 1 = 7 \quad \text{tg } \alpha = \sin \alpha = \frac{1}{8} \rightarrow \cos \alpha = \sqrt{\frac{63}{64}} = \frac{\sqrt{63}}{8}$$

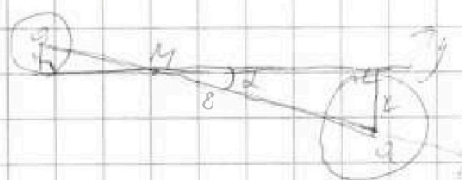
$$\text{tg } \alpha = \frac{1}{\sqrt{63}} = \frac{\sqrt{63}}{63}$$

Значит, угол между  $O_1O_2$  и  $O_2C$  равен углу между  $AB$  и  $O_2C$  (или  $AB \parallel O_1C$ ),

т.е.  $\angle CO_2O_1$  есть угол между  $AB$  и касательной, поэтому его тангенс равен угловому коэффициенту.

Аналогично касательная для второй окружности касается ее в  $X$ , угловый коэффициент для нее угловый коэффициент прямой. Поэтому для углов  $\text{tg } \alpha = \frac{\sqrt{63}}{63}$  и  $-\frac{\sqrt{63}}{63}$  найдены точки  $B$ , удовлетворяющие условию.

Касание 2:



В этом случае  $AB$  касательная к обеим окружностям.

$$O_1O_2 = O_1M + O_2M =$$

$$= \frac{1}{\sin \alpha} + \frac{2}{\sin \alpha} = 8$$

$$\text{Откуда } \sin \alpha = \frac{3}{8}, \cos \alpha = \frac{\sqrt{55}}{8}$$

$$\pm \alpha = \text{tg } \alpha = \frac{3}{\sqrt{55}} = \frac{3\sqrt{55}}{55}$$

Аналогично предположим, что

касательная для второй окружности касается ее в  $X$

и для первой окружности касательная касается ее в  $Y$ , т.е.  $\alpha = \pm \text{tg } \alpha = \pm \frac{3\sqrt{55}}{55}$  (в обоих случаях прямые удовлетворяют).

$$\text{Ответ: } \pm \frac{\sqrt{63}}{63}, \pm \frac{3\sqrt{55}}{55}$$







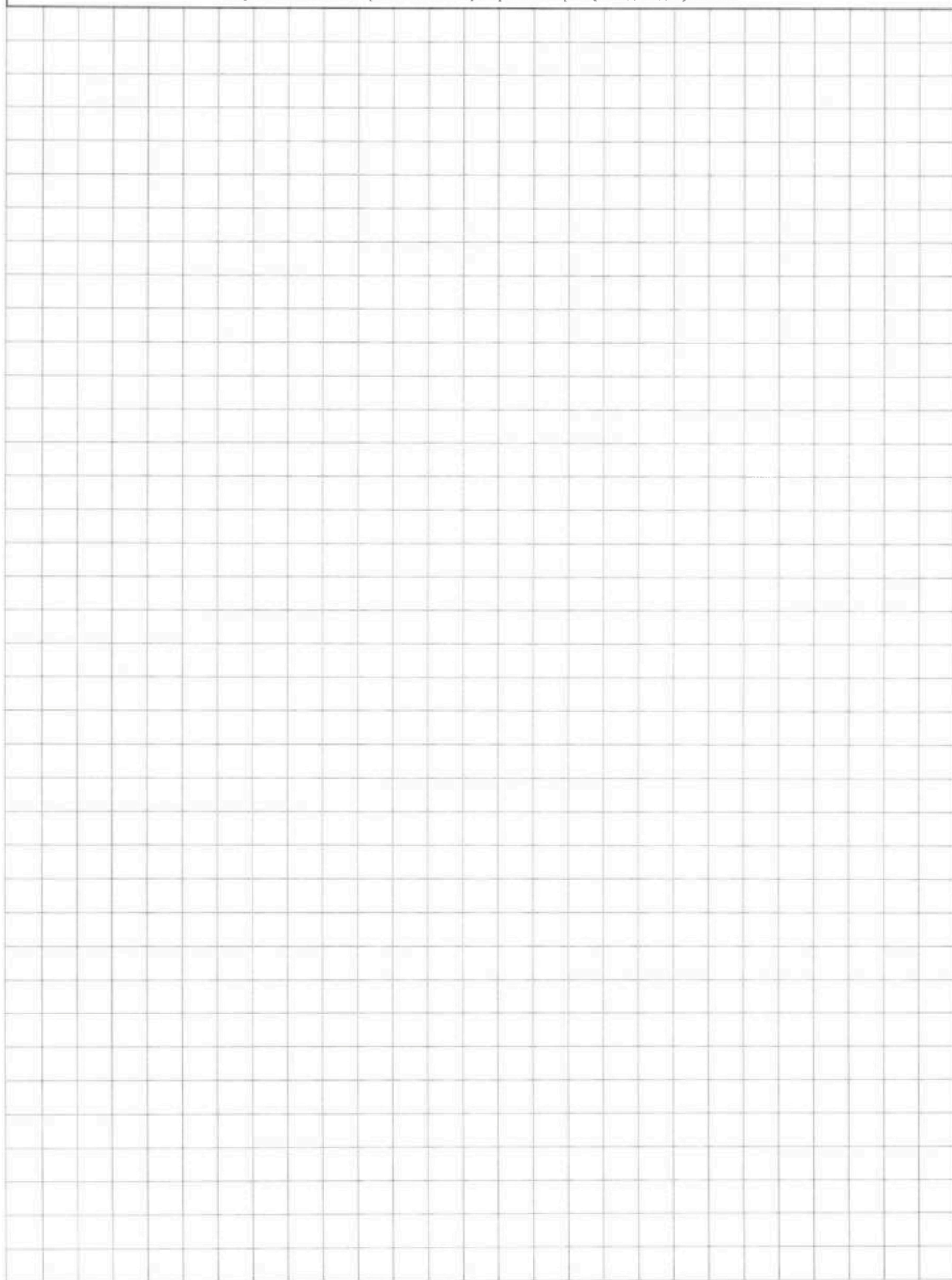
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

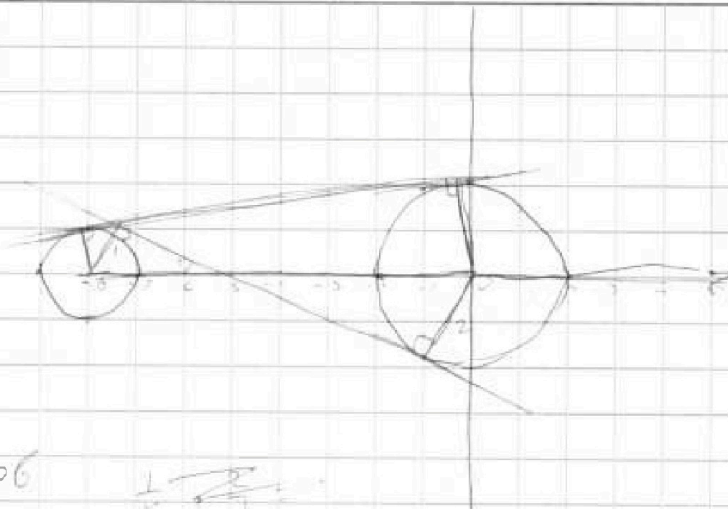
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ax - y + 10b = 0$$

$$(x+b)^2 + y^2 \leq 1$$

$$x^2 + y^2 \leq 4$$



$$ax - y + 10b = 0$$

$$y = -ax + 10b$$

$$\frac{1}{5} = \frac{|10b|}{\sqrt{a^2 + 1}}$$

$$y = kx + b$$

$$D = 4k^2b^2 - 4(1-b^2)(1+k^2)$$

$$1 + k^2 + k^2 + k^4 + 2k \cdot b \cdot b^2 - 4 \leq 0$$

$$D = 4k^2b^2 - 4(1-b^2)(1+k^2)$$

$$x^2 + 8x + 64, k^2x^2 + 2k \cdot b \cdot b^2 - 1 = 0$$

$$D = 4k^2b^2 - 4(1-b^2)(1+k^2)$$

$$D = 4k^2b^2 - 4(1-b^2)(1+k^2)$$

$$b(2kx + 8) + 4(1+k^2)(b^2 + 63)$$

$$1 + b^2$$

$$\sqrt{65}$$

$$\frac{1}{\sqrt{65}}$$

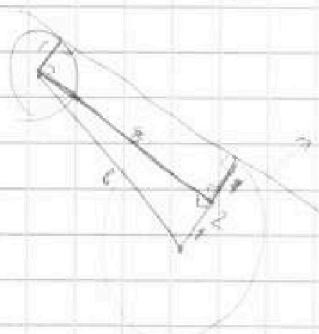
$$\frac{\sqrt{65}}{65}$$

$$1 + 62 + 2$$

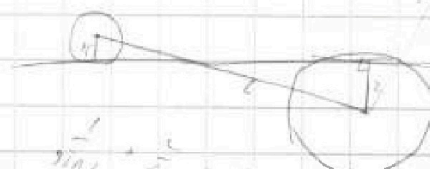
$$3 - 12$$

$$64b^2 - 64b^2$$

$$112 \cdot 8^2$$



$$a + b$$



$$\frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\sin \beta} = 8$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{8}$$

$$64$$

$$64 - 9 = 55$$

$$\cos \alpha = \frac{55}{8}$$

$$\cos \alpha = \frac{5}{13} = \frac{3\sqrt{5}}{55}$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 6ab}$$

$$a+b = n$$

$$n = kn$$

$$ab = n$$

$$ab = kn$$

$$\frac{ab}{a+b} = k$$

$$\frac{a+b^2 - 6ab}{a+b}$$

$$\frac{a+b}{a+b} = \frac{8ab}{a+b}$$

$$\frac{n}{n^2 - 6n}$$

$$\frac{n}{n^2 - 6n} = \frac{1}{n - 6k}$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = 6ab$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - b^2}$$

$$\frac{1+2}{1+9-6-12} = \frac{3}{-7}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a+b=2 \quad a=2^{\alpha} 7^{\beta} \quad b=2^{\gamma} 7^{\delta} \quad c=2^{\epsilon} 7^{\zeta}$$

$$1) a_1 + b_1 \geq 14 \quad 6) b_1 + c_1 \geq 17$$

$$a_1 + b_1 \geq 10 \quad 7) b_1 + c_1 \geq 20$$

$$a_1, c_2 \geq 37$$

$$abc = 2^{a+b+c} 7^{a+b+c}$$

$$4(a_1 b_1 + c_2) \geq 10 + 17 + 37 = 64$$

$$a_1 + b_1 + c_2 \geq 32$$

$$2^{16} 7^{32}$$

$$A = a = 2^7 7^5$$

$$b = 2^{13} 7^{20}$$

$$a_1 = 8 \quad b_1 = 6 \quad c_1 = 12$$

$$c_1 \geq 18 - b_1$$

$$a_2 \geq 10 - b_2$$

$$a_2 + c_2 \geq 27 - 2b_2$$

$$a_2 + c_2 \geq 37$$

$$a_1 + c_2 \geq 27 + 2b_2$$

$$b_1 \geq 20$$

$$c_1 + c_2 \geq 27$$

$$a_2 + b_1 + c_2 = 32$$

$$a_1 + b_2 \geq 37$$

$$37 + b_2 \geq 32$$

$$15 + 12 + b_2 \geq 50$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 13} + \sqrt{2x^2 - 12x + 11} \geq 2 - 7x$$

$$+ 7x + 2 + (2 - 7x) \geq$$

$$+ 7x - 2 - 7x$$

$$(2 - 7x)(2 - 7x) \geq 0$$

$$2 - 7x \geq 0 \quad \text{или} \quad 1 - 2 \geq 0$$

$$x \leq \frac{2}{7}$$

$$x = 1$$

$$ax^2 + 2x + 1 \geq 0$$

$$D = 4 - 4a \geq 0$$

$$x_0 = -\frac{1}{a} = -0.5$$

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{2} + 1 =$$

$$= \frac{1}{4} - 1 + 1 = \frac{1}{4}$$

$$2 - 7x \geq \sqrt{2x^2 - 5x + 13} - \sqrt{2x^2 - 12x + 11}$$

$$b(10x) = 1$$

$$\frac{1}{2} - \frac{2}{2} \cdot \frac{6}{2} = 1 \quad \frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{6}{2} = 6$$

$$\frac{1}{4} + 1 + 1 = 2.25$$

$$4^2 - 5x + 3 \geq 0$$

$$12 - 25 = -29$$

$$x_1 = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 48}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{-23}}{4}$$

$$x_2 = +1$$

$$x \in (-\infty, +\infty)$$

$$L(\frac{1}{2}, \infty)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 5} + \sqrt{4x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 5} + \sqrt{4x^2 + 2x + 1} = \sqrt{5} \geq 1$$

$$2x^2 - 5x + 5 = 1 - 2\sqrt{4x^2 + 2x + 1} + 2x^2 + 2x + 1$$

$$2 - 7x = 1 - 2\sqrt{4x^2 + 2x + 1}$$

$$2\sqrt{4x^2 + 2x + 1} = 7x - 1$$

$$4x^2 + 2x + 1 = 49x^2 - 14x + 1$$

$$45x^2 - 16x = 0$$

$$x(45x - 16) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ or } x = \frac{16}{45}$$

$$2x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

$$4x(x + 1) \geq 0$$

$$x \in (-\infty, -1) \cup (0, \infty)$$

$$x \in [-1, 0]$$

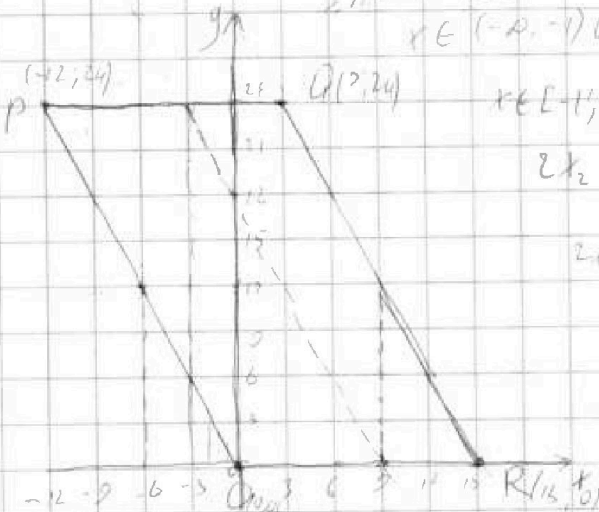
$$2x_2 - 2x_1 + y_1 - y_2 = 12$$

$$2x_2 + y_2 = 12 + 2x_1 + y_1$$

$$y_2 = (12 + 2x_1 + y_1) - 2x_2$$

(13)

15.10



15.15

$$y \leq 12 + 2x_1 + y_1$$

$$12 + 2x_1 + y_1 \leq 30$$

$$2x_1 + y_1 \leq 18$$

$$y_1 \leq 18 - 2x_1$$

$$x_1 \leq 9 - \frac{y_1}{2}$$

$$y_1 \geq 0 \Rightarrow 0 \leq y_1 \leq 18$$

$$12 + 2x_1 + y_1 \geq 0$$

$$y_1 \geq -12 - 2x_1$$

$$x_1 \geq -6$$

$$-12 - 2x_1 \leq 24$$

$$x_1 \geq 6$$

$$3 \leq x_1 \leq 15$$

$$12 + 2x_1 + y_1 \leq 30$$

$$y_1 \leq 18 - 2x_1$$

$$y_1 = 18 - 2x_1$$

$$x_1 \in [0, 9]$$

$$y_1 \in [0, 18]$$

$$24 \geq y_1 \geq -12 - 2x_1$$